



Comportement transversal d'un vehicule ferroviaire en alignement et en courbe - nouvelles technologies des bogies : etude comparative

Christos Pyrgidis

► To cite this version:

Christos Pyrgidis. Comportement transversal d'un vehicule ferroviaire en alignement et en courbe - nouvelles technologies des bogies : etude comparative. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole nationale des ponts et chaussées - ENPC PARIS / MARNE LA VALLEE, 1990. Français. NNT : 1990ENPC9004 . tel-01362998

HAL Id: tel-01362998

<https://hal-enpc.archives-ouvertes.fr/tel-01362998>

Submitted on 12 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée à

L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTORAT DE L'ENPC

Spécialité : TRANSPORT

par

Christos PYRGIDIS

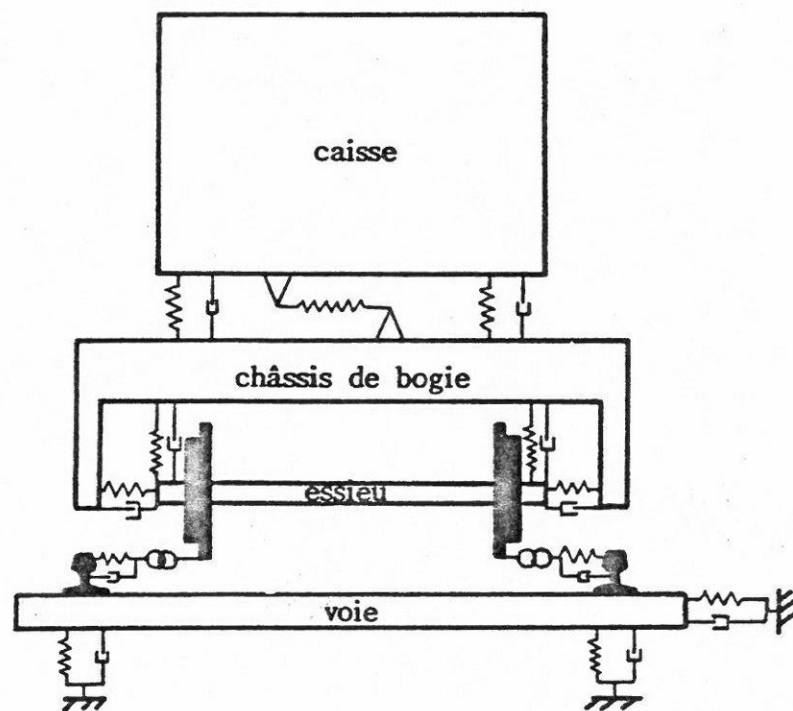


**COMPORTEMENT TRANSVERSAL
D'UN VEHICULE FERROVIAIRE
EN ALIGNEMENT ET EN COURBE
NOUVELLES TECHNOLOGIES DES BOGIES
ETUDE COMPARATIVE
TOME I**

soutenue le 15 Février 1990

Jury :	M. Bernard HALPHEN	Président
	M. Roland JOLY	Directeur de thèse
	M. Maurice ROSEAU	Rapporteur
	M. Dominique CHEVALLIER	Rapporteur
	M. Philippe ROUMEGUERE	Examineur

D Y N A M I Q U E F E R R O V I A I R E



École Nationale des Ponts et Chaussées
L.A.T.T.S.
Central IV
1, avenue Montaigne
93167 NOISY LE GRAND CEDEX
22/01/20

REMERCIEMENTS

J'adresse mes remerciements les plus respectueux à M. Philippe ROUMEGUERE, Professeur à l'E.N.P.C., Directeur de l'Equipement de la S.N.C.F., qui m'a assuré l'aide financière et matérielle indispensable pour effectuer mon travail de recherche. Je le remercie également pour sa participation au Jury.

La réalisation de ce travail n'aurait pas été possible sans l'aide précieuse de M. Roland JOLY, mon Directeur de Thèse, Ingénieur à l'Industrie Ferroviaire. Il a bien voulu avec beaucoup de patience et d'amabilité me faire bénéficier de ses connaissances en Dynamique Ferroviaire. Je tiens à le remercier très sincèrement.

J'exprime également mes plus vifs remerciements à M. Bernard HALPHEN, Professeur à l'E.N.P.C. qui a bien voulu accepter la Présidence du Jury. Je lui dois ma reconnaissance pour le soutien qu'il m'a accordé.

Je tiens à remercier très vivement MM. Maurice ROSEAU, Professeur à PARIS VI, et Dominique CHEVALLIER, Directeur Adjoint au C.E.R.M.A., d'avoir bien voulu accepter de participer à ce Jury.

Je tiens à remercier également :

- M. Jean-Pierre JERRAM, Secrétaire Technique du Directeur de l'Equipement de la S.N.C.F., pour son aide permanente et chaleureuse.
- Mme Monique BIDARD et son Equipe du Bureau de Dactylographie de la Direction de l'Equipement.

Mme Patricia BLOT et Mme Brigitte WATTIER qui ont assuré la frappe difficile de mon mémoire avec beaucoup de patience et d'efficacité.
- M. Georges SIBILAT et son Equipe du Service de Reprographie de la Direction de l'Equipement, pour les tirages de mon mémoire.
- M. Claude THOMAS, Chef du Département VT, et M. Michel TABOULET, Chef de la Division VTV, pour m'avoir accueilli dans leurs services.
- M. Pierre BLANC et M. Serge BOURDIN de la Section VTV4.
- MM. Claude BERNARD, Bernard BOUVIER, Marc KERZUAL, de la Direction de l'Informatique de la S.N.C.F.
- Toute l'Equipe du Centre de Documentation de la S.N.C.F. pour l'aide précieuse qu'elle m'a apporté dans mes recherches bibliographiques.

TABLE DES MATIERES

=====

Pages

- Résumé	I
- Introduction	II

PREMIERE PARTIE

MODELISATION DU COMPORTEMENT TRANSVERSAL D'UN VEHICULE FERROVIAIRE EN ALIGNEMENT ET EN COURBE DE FAIBLE RAYON

1 - Véhicule de référence - Hypothèses de calculs - Repères - Degrés de liberté	1
1.1 - Circulation en alignement	2
1.1.1 - Système mécanique	2
1.1.2 - Notations	8
1.1.3 - Hypothèses	13
1.1.4 - Définition des repères - Choix des paramètres de mouvement	14
1.2 - Circulation en courbe	16
1.2.1 - Notations	16
1.2.2 - Hypothèses	17
1.2.3 - Définition des repères - Choix des paramètres	17
2 - Etude du contact rail-roue	31
2.1 - Etude géométrique du contact rail-roue	32
2.1.1 - Généralités	32
2.1.2 - Hypothèses	33
2.1.3 - Influence de la translation "y"	35
2.1.4 - Influence de la rotation " α "	38
2.1.5 - Résultats définitifs de l'étude géométrique	42
2.1.6 - Commentaires sur les résultats théoriques	44
2.1.7 - Etude expérimentale de l'étude géométrique	45

2.2 - Etude des actions de contact rail-roue	50
2.2.1 - Circulation en alignement	50
2.2.1.1 - Hypothèses - Théorie linéaire de KALKER	50
2.2.1.2 - Vérification expérimentale de la théorie de KALKER	55
2.2.1.3 - Application de la théorie de KALKER	55
2.2.1.4 - Calcul des forces de pseudoglisement	63
2.2.1.4.1 - Essieux conventionnels/essieux auto-orientés	63
2.2.1.4.2 - Essieux à pseudoglisement contrôlé/essieux à roues indépendantes	63
2.2.2 - Circulation en courbe de faible rayon	73
2.2.2.1 - Hypothèses - Théorie non linéaire	73
2.2.2.2 - Calcul des forces de pseudoglisement	75
2.2.2.2.1 - Essieux conventionnels/essieu auto-orientés	76
2.2.2.2.2 - Essieux à pseudoglisement contrôlé/essieux à roues indépendantes	82
3 - Dynamique transversale en alignement - Modèle mathématique	86
3.1 - Véhicule ferroviaire muni de bogies à essieux conventionnels	87
3.1.1 - Calculs	87
3.1.2 - Système différentiel simulant le comportement dynamique du véhicule	92
3.1.2.1 - Dynamique transversale - Véhicule complet - Système différentiel	93
3.1.2.2 - Dynamique transversale au droit de chaque bogie - Système différentiel	99

3.2 - Nouvelles technologies de bogies	106
3.2.1 - Véhicule ferroviaire muni de bogies à essieux auto-orientés	106
3.2.1.1 - Calculs	107
3.2.1.2 - Dynamique transversale au droit d'un bogie - Système différentiel	108
3.2.1.3 - Equivalence d'un système mécanique composé de deux essieux reliés élastiquement par deux ressorts et d'un bogie équipé d'essieux conventionnels reliés élastiquement à un châssis de bogie.	108
3.2.2 - Véhicule ferroviaire muni de bogies à essieux à pseudoglissement contrôlé	110
3.2.2.1 - Calculs	110
3.2.2.2 - Dynamique transversale au droit de chaque bogie - Système différentiel	117
3.2.3 - Véhicule ferroviaire muni de bogies à roues indépendantes	122
4 - Circulation en courbe de faible rayon - Modèle mathématique	123
4.1 - Véhicule ferroviaire muni de bogies à essieux conventionnels	124
4.1.1 - Circulation dans un raccordement de voie	124
4.1.1.1 - Calculs	124
4.1.2 - Circulation en pleine courbe	133
4.1.2.1 - Hypothèses	133
4.1.2.2 - Système linéaire simulant le comportement semi-statique d'un véhicule en courbe de faible rayon	134
4.1.2.3 - Système non linéaire - Résolution	139

4.1.2.4 - Calcul des efforts d'interaction rail-roue	142
4.2. - Nouvelles technologies de bogies	144
4.2.1 - Véhicule ferroviaire équipé de bogies à essieux auto-orientés	144
4.2.1.1 - Circulation dans un raccordement de la voie	144
4.2.1.2 - Circulation en pleine courbe	144
4.2.2. - Véhicule ferroviaire muni des bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé	144
4.2.2.1 - Circulation en pleine courbe	144
4.2.2.1.1 - Calculs	144
4.2.2.1.2 - Hypothèses	148
4.2.2.1.3 - Système linéaire simulant le comportement semi-statique en courbe de faible rayon.	148
4.2.2.1.4 - Système non linéaire	153
4.2.3 - Véhicule ferroviaire muni des bogies à essieux à roues indépendantes	155
ANNEXES	156
1 - Forces agissant au niveau du contact rail-roue - Calcul des forces de pseudoglisement - Calcul des efforts de guidage d'un bogie en courbe de faible rayon.	157
2 - Essieux à roues indépendantes - Calcul des vitesses de rotation des roues - Circulation en alignement	172
3 - Essieux à roues indépendantes - Calculs des vitesses de rotation des roues - Circulation en courbe	179
4 - Stabilité transversale en alignement - Modélisation du comportement dynamique d'un véhicule muni de bogies à essieux conventionnels - Véhicule complet - Système (17 x 17)	184
5 - Stabilité transversale en alignement - Modélisation du comportement dynamique d'un véhicule ferroviaire muni :	186
- d'essieux conventionnels,	
- d'essieux à liaisons directes K_s et K_b (système 9 x 9)	
6 - Equivalence entre un système mécanique composé de deux essieux reliés élastiquement par deux ressorts K_s , K_b et un bogie de conception classique	188
7 - Stabilité transversale en alignement - Modélisation du comportement dynamique d'un véhicule muni :	193
- d'essieux à pseudoglisement contrôlé,	
- d'essieux à roues indépendantes (système 11 x 11)	

8 - Circulation en courbe - Modélisation du comportement semi-statique d'un véhicule muni :	195
<ul style="list-style-type: none"> - d'essieux conventionnels, - d'essieux à liaisons directes K_s, K_b. 	
Bogie avant - Forces de pseudoglisement linéaires - Spin $\neq \emptyset$ (système 5 x 5)	
9 - Circulation en courbe - Modélisation du comportement semi-statique d'un véhicule muni :	197
<ul style="list-style-type: none"> - d'essieux conventionnels, - d'essieux à liaisons directes K_s, K_b. 	
Bogie avant - Forces de pseudoglisement non linéaires - Spin = \emptyset Système (5 x 5)	
10 - Circulation en courbe de faible rayon - Cas de la marche en roue libre - Calcul de l'effort de guidage au niveau de l'essieu directeur.	199
11 - Circulation en courbe de faible rayon - Cas de la marche en "crabe" - Calcul des efforts de guidage au niveau de deux essieux.	201
12 - Calcul des efforts de guidage d'un bogie dans la voie - Méthode de HEUMANN	203
13 - Circulation en courbe - Modélisation du comportement semi-statique d'un véhicule muni :	222
<ul style="list-style-type: none"> - d'essieux à pseudoglisement contrôlé, - d'essieux à roues indépendantes. 	
Bogie avant - Forces de pseudoglisement linéaires - Spin $\neq \emptyset$ - Système (9 x 9)	
14 - Circulation en courbe - Modélisation du comportement semi-statique d'un véhicule muni :	224
<ul style="list-style-type: none"> - d'essieux à pseudoglisement contrôlé, - d'essieux à roues indépendantes. 	
Bogie avant - Forces de pseudoglisement non linéaires - Spin = \emptyset Système (9 x 9).	
15 - Circulation en courbe - Modélisation du comportement semi-statique d'un véhicule muni d'essieux à roues indépendantes - Forces de pseudoglisement non linéaires - Spin = \emptyset Système (5 x 5).	226

RESUME

Les études scientifiques, développées dans cette thèse ont permis de mettre au point des modèles mathématiques simulant en alignement et en courbe, le comportement transversal d'un véhicule ferroviaire muni de bogies ayant les technologies ci-après :

- . bogies conventionnels à essieux classiques,
- . bogies à essieux auto-orientés,
- . bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé,
- . bogies à essieux à roues indépendantes.

A partir de ces modèles on a étudié :

- la stabilité transversale du véhicule dans le cas d'une circulation à vitesse constante, sur une voie en alignement de bonne qualité située dans un plan horizontal. Le guidage des essieux est assuré uniquement par les forces de pseudoglisement et la géométrie de contact.
- le comportement semi-statique du véhicule dans le cas d'une circulation à vitesse constante dans une courbe de rayon donné avec insuffisance de dévers.

Avec ces modèles, tenant compte de plusieurs non linéarités (dispositifs anti-lacet pour l'alignement, forces de pseudoglisement pour les courbes) et corrigés au niveau des coefficients de pseudoglisement pour avoir une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux, il est possible :

- d'optimiser les caractéristiques de construction des bogies,
- de comparer les performances obtenues dans les technologies considérées,
- de justifier scientifiquement les évolutions techniques en cours de développement qui devraient permettre au système guidé d'améliorer ces performances techniques.

Avec des bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé et à roues indépendantes, on peut obtenir :

- sans dispositifs anti-lacet et indépendamment de l'usure des roues, des vitesses critiques en alignement très élevées supérieures à 500 km/h, une réduction des efforts de guidage dans les courbes de faible rayon, et un meilleur comportement des essieux dans les courbes de grand rayon (glissement retardé, et déplacements transversaux réduits).

DESCRIPTEURS

Chemins de Fer, dynamique ferroviaire, véhicule ferroviaire, bogie, essieux conventionnels, essieux auto-orientés, essieux à pseudoglisement contrôlé, roues indépendantes, géométrie de contact roue-rail, interaction roue-rail, stabilité transversale en alignement, grandes vitesses, TGV, inscription en courbe, efforts de guidage.

INTRODUCTION

Les études récentes effectuées par des spécialistes de l'Economie des Transports montrent que l'avenir du système guidé rail-roue, à l'aube du XXI^e siècle, est conditionné par une amélioration importante de ses performances techniques et économiques.

En particulier, dans le cas des grandes vitesses, il devra être capable de circuler à la vitesse de 350 km/h, dans des conditions de confort et de sécurité identiques à celles obtenues avec le TGV SUD-EST, à la vitesse de 270 km/h.

Pour la circulation en courbe de faible rayon ($R_c < 500$ m), il devra développer des technologies permettant une meilleure inscription des essieux, une réduction des efforts de guidage, du bruit de roulement et de la consommation d'énergie.

Le travail de recherche, objet de cette thèse, effectué depuis 3 ans sous la direction de M. JOLY a pour objet :

- **d'établir des modèles mathématiques** simulant le comportement dynamique transversal, en alignement et en courbe, d'un véhicule muni de bogies ayant des technologies de construction différentes :
 - . bogie conventionnels à essieux classiques (bogies TGV)
 - . bogies munis d'essieux à pseudoglisement contrôlé
 - . bogies équipés d'essieux à rous indépendantes
 - . bogies à liaison directes entre essieux (essieux auto-orientés).
- **de comparer les performances obtenues avec ces différentes technologies**

Guidage des essieux d'un véhicule ferroviaire

Le comportement dynamique d'un véhicule ferroviaire en alignement et en courbe dépend essentiellement des caractéristiques de construction des bogies qui assurent entre autres les fonctions essentielles de guidage des essieux (stabilité transversale), de filtre mécanique (confort vibratoire) et de freinage.

Depuis une trentaine d'années grâce :

- à une meilleure connaissance des lois physiques qui régissent les phénomènes de pseudoglisement qui prennent naissance au contact rail-roue,
- au développement des moyens de calcul scientifique,

il est possible de modéliser un véhicule ferroviaire et de simuler son comportement dynamique sur ordinateur.

De telles études théoriques ont permis de définir les caractéristiques de construction des bogies des rames TGV, dont la stabilité transversale en alignement sur une voie de bonne qualité est assurée uniquement par les forces de pseudoglisement, la géométrie de contact rail-roue et l'action de dispositifs anti-lacet.

Les bogies des rames TGV sont munis d'essieux conventionnels (roues calées rigidement sur l'axe essieu).

Cet essieu rigide est connu depuis longtemps en tant que système auto-guidé du fait de la liaison homocinétique des roues. Ce mécanisme de guidage devient instable sous l'influence de glissements qui apparaissent au contact rail-roue.

La vitesse critique qui définit la vitesse maximale que l'on peut atteindre en toute sécurité avec un véhicule donné, dépend essentiellement des caractéristiques de construction des bogies.

Cette vitesse est obtenue à partir d'un modèle d'oscillations libres du véhicule établi en supposant que la voie n'intervient pas sur le comportement dynamique du véhicule. Ceci suppose que la voie est de très bonne qualité (défauts de dressage et écartement de la voie ayant des tolérances très sévères).

Cette hypothèse est parfaitement justifiée par les résultats expérimentaux.

Pour des véhicules munis de bogies conventionnels (cas des bogies TGV), la circulation à des vitesses de 300 km/h en alignement est possible si :

- la voie en alignement, située dans un plan horizontal, est de très bonne qualité (défauts de flèches mesurés sur corde de 10 m $< \pm 3$ mm).

tolérances d'écartement : $\begin{matrix} +2 \\ -1 \end{matrix}$ mm)

./.

- les roues ont une conicité équivalente $\gamma_e < 0,15$ avec γ_0 : pente du profil d'origine = 0,025
- le bogie a des dispositifs anti-lacet à caractéristiques de fonctionnement non linéaires (dispositifs montés entre bogies et caisse).

La stabilité transversale d'un bogie classique est très influencée par les défauts géométriques de la voie et l'usure des roues qui entraîne une augmentation rapide de la conicité équivalente.

La fig. A représente un bogie porteur des rames TGV ; on a repéré les ressorts de guidage des essieux et les dispositifs anti-lacet.

Evolution des techniques de guidage

La fig. B donne, dans le cas d'un essieu conventionnel, déplacé d'une quantité y par rapport à l'axe de la voie et ayant tourné d'un angle α , autour de \vec{z}_0 , les expressions de forces de pseudoglisement longitudinal (X_1, X_2) prenant naissance aux points de contact.

Ces forces de pseudoglisement d'amplitudes égales et de sens opposés engendrent un couple d'axe vertical \vec{z}_0 qui génère le mouvement de lacet de l'essieu. Ce mouvement, stable aux faibles vitesses, assure le guidage de l'essieu autour de l'axe de la voie. A partir d'une certaine vitesse, ce mouvement devient instable en engendrant des oscillations de grande amplitude (limitée par le jeu dans la voie), et des efforts transversaux (T_1, T_2) pouvant provoquer le ripage de la voie.

Afin d'éliminer ce mouvement de lacet, générateur de l'instabilité de l'essieu, il est indispensable de casser le couplage rigide en rotation existant entre les deux roues, de façon à permettre à ces dernières de tourner à des vitesses différentes, de telle façon que $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 = V$

$\left. \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{matrix} \right\}$ vitesses de rotation des 2 roues

$\left. \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix} \right\}$ rayons de roulement des 2 roues

V : vitesse d'avancement de l'essieu supposée constante.

La relation $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 = V$ entraîne un roulement sans glissement des deux roues indépendantes, et l'annulation des forces de glissement longitudinal.

Ce raisonnement simplifié est à l'origine des recherches et développements concernant les essieux à pseudoglissement contrôlé.

Essieu à pseudoglissement contrôlé

Dans cette technologie, les deux roues indépendantes sont reliées à un dispositif de type magnétique qui engendre un couple d'amortissement de même nature que les forces de pseudoglissement, d'amplitude beaucoup plus faible, et proportionnel à la différence des vitesses de rotation des 2 roues.

$$C = C_\varphi (\omega_1 - \omega_2)$$

Le schéma de principe d'un tel dispositif est donné par la fig. C.

Cette technologie permet d'obtenir des vitesses critiques très élevées, indépendantes de la conicité équivalente γ_e , ($\gamma_e < 0,30$), donc de l'usure des roues, sans montage de dispositifs anti-lacet, et avec une liaison châssis de bogie-essieux simplifiée.

Les performances de cette technologie peuvent être optimisées en asservissant la caractéristique du coupleur C_φ à la vitesse V du véhicule.

Essieu à roues indépendantes : $C_\varphi = \emptyset$

Cette technologie, obtenue en supprimant le coupleur magnétique ($C_\varphi = \emptyset$) permet d'obtenir des vitesses critiques théoriquement infinies, donc une très grande stabilité transversale.

Un essieu à roues indépendantes perd sa propriété de guidage (auto-centrage dans la voie) ; il devient sensible aux défauts transversaux de la voie.

Une amélioration du positionnement d'un essieu à roues indépendantes dans la voie est obtenue en augmentant la force de rappel transversal de pesanteur, qui a un effet stabilisateur.

Ceci est possible en utilisant un profil de roue ayant une conicité équivalente ($\gamma_e = 0,20$).

Circulation en courbe

Bogies à essieux auto-orientés (liaisons K_s et K_y)

Le comportement d'un bogie en courbe est amélioré en donnant aux essieux la possibilité de prendre une position radiale qui entraîne une réduction de l'angle d'attaque de l'essieu.

Ce positionnement est impossible avec des bogies conventionnels qui ont en général des caractéristiques élastiques de guidage très élevées ($K_x, K_y > 10^7$ N/m).

Le schéma le plus simple d'un bogie d'essieux auto-orientés est donné par la fig. D. La liaison essieux-châssis de bogie est assurée par des sandwichs de caoutchouc ayant une rigidité longitudinale $K_x < 10^6$ N/m.

Une diminution de la raideur de guidage K_x entraîne une perte de stabilité transversale en alignement.

Les bogies à liaisons directes entre essieux K_s et K_b , appelés bogies à essieux auto-orientés sont développés dans les pays qui ont des réseaux ferrés très sinueux.

Cette technologie entraîne une diminution de l'usure des roues et des rails, une réduction des efforts de guidage, du bruit de roulement et de la consommation d'énergie.

La fig. E donne la position d'un bogie en courbe :

- l'essieu 1 d'un bogie à essieux auto-orientés prend une position radiale dans la voie ($\alpha = 0$),
- l'essieu 2 d'un bogie conventionnel reste perpendiculaire à l'axe longitudinal du châssis de bogie : $\alpha = \varphi_r = \alpha/R_c$.

Les caractéristiques principales de ces 4 technologies seront précisés au cours de cette étude. A la fin du mémoire on donnera quelques schémas montrant les développements et réalisations de ces nouvelles technologies.

Le plan de cette étude est le suivant :

TOME I

Modélisation du comportement transversal d'un véhicule ferroviaire en alignement et en courbe de faible rayon.

- Véhicule de référence, Hypothèses, Repères, Degrés de libertés, technologies examinées
- Etude du contact rail-roue
 - . étude géométrique du contact,
 - . forces de pseudoglissement.

- Comportement dynamique transversal en alignement
 - . systèmes différentiels (forces de pseudoglislements linéaires).
- Comportement semi-statique en courbe de faible rayon
 - . systèmes non linéaires (forces de pseudoglisement non linéaires).

TOME II

Etude du comportement transversal - Analyse des résultats

- Stabilité transversale en alignement
 - . vitesses critiques.
- Circulation en courbe
 - . Courbe de grand rayon (calcul des déplacements et des angles de lacet des essieux.
 - . Courbe de faible rayon (calcul des efforts de guidage).
- Réalisations et développements technologiques
- Conclusions
 - . Comparaison des performances obtenues avec les différentes technologies.

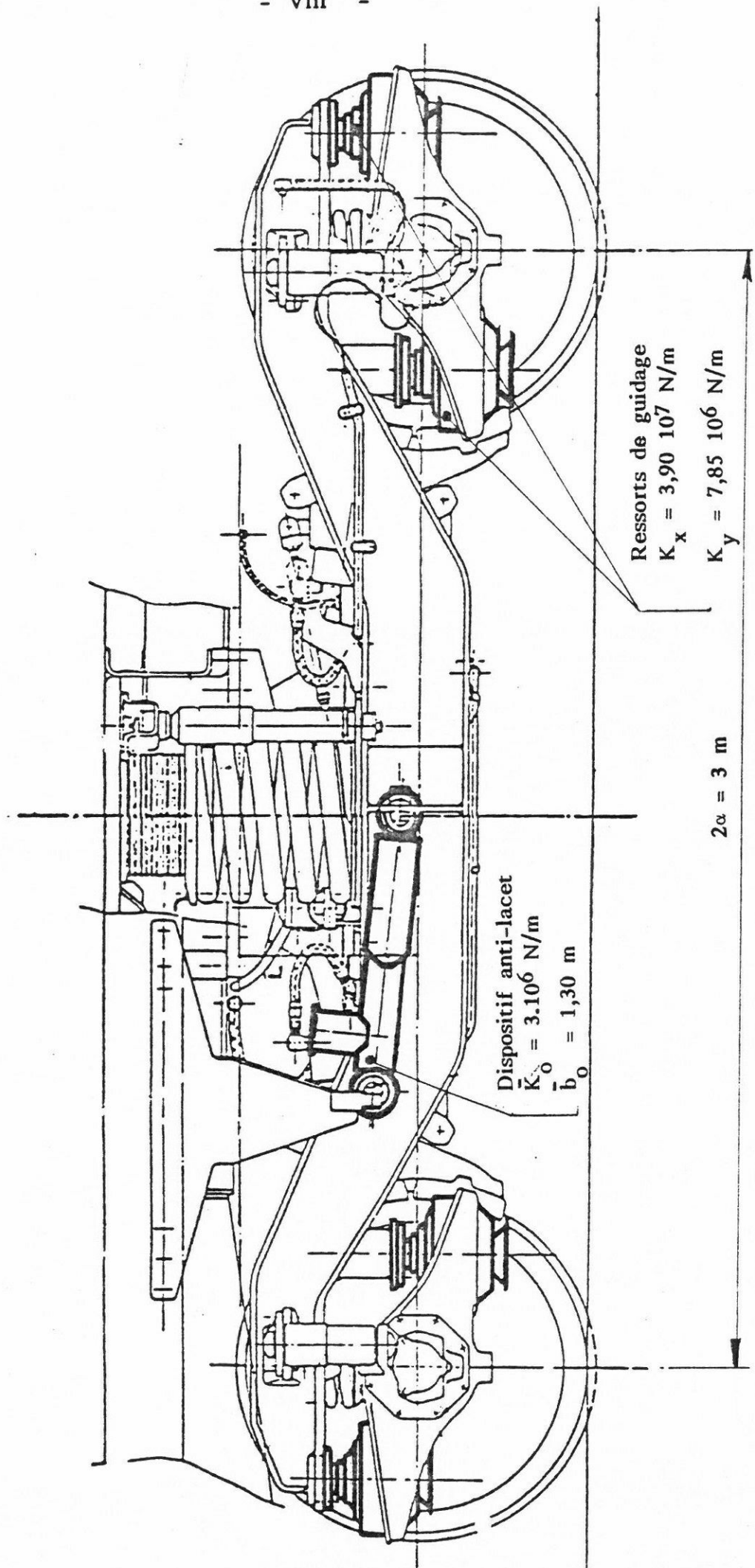


Fig. A

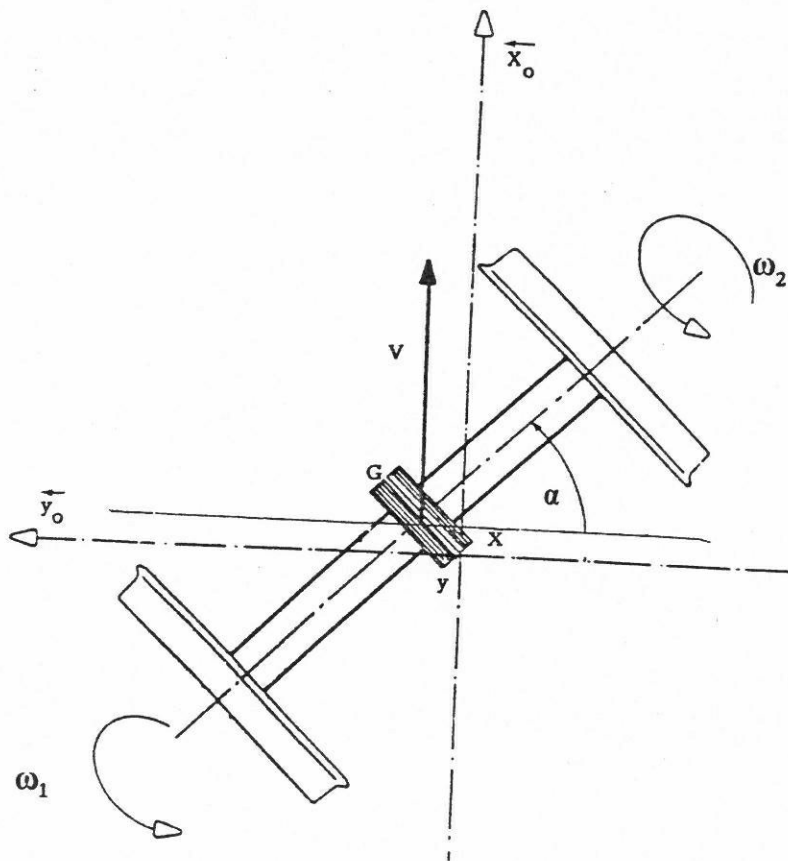
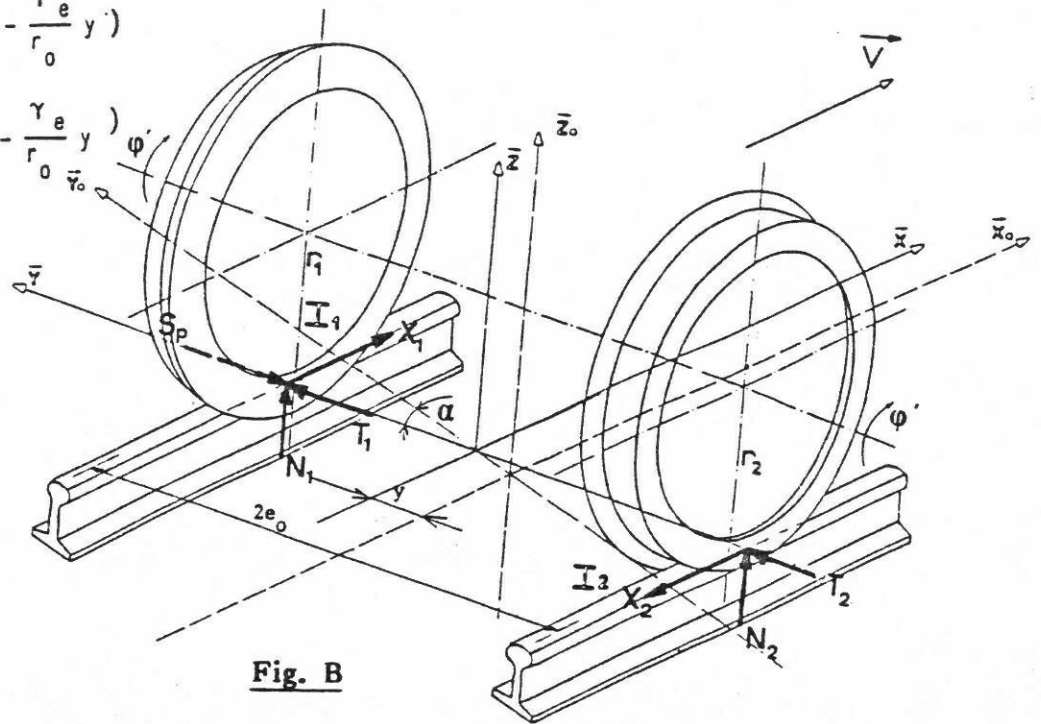
$$x_1 = -c_{11} \left(\frac{x'}{V} - \frac{e_0}{V} \alpha' - \frac{\gamma_e}{r_0} y \right)$$

$$x_2 = -c_{11} \left(\frac{x'}{V} + \frac{e_0}{V} \alpha' - \frac{\gamma_e}{r_0} y \right)$$

$$I_1 = I_2 = -c_{22} \left(x \frac{y'}{V} - \alpha \right)$$

$$S_p = (Ch) g \frac{\gamma_e}{R\gamma_0} y$$

$$N_1 = N_2 = (Ch) g/2$$



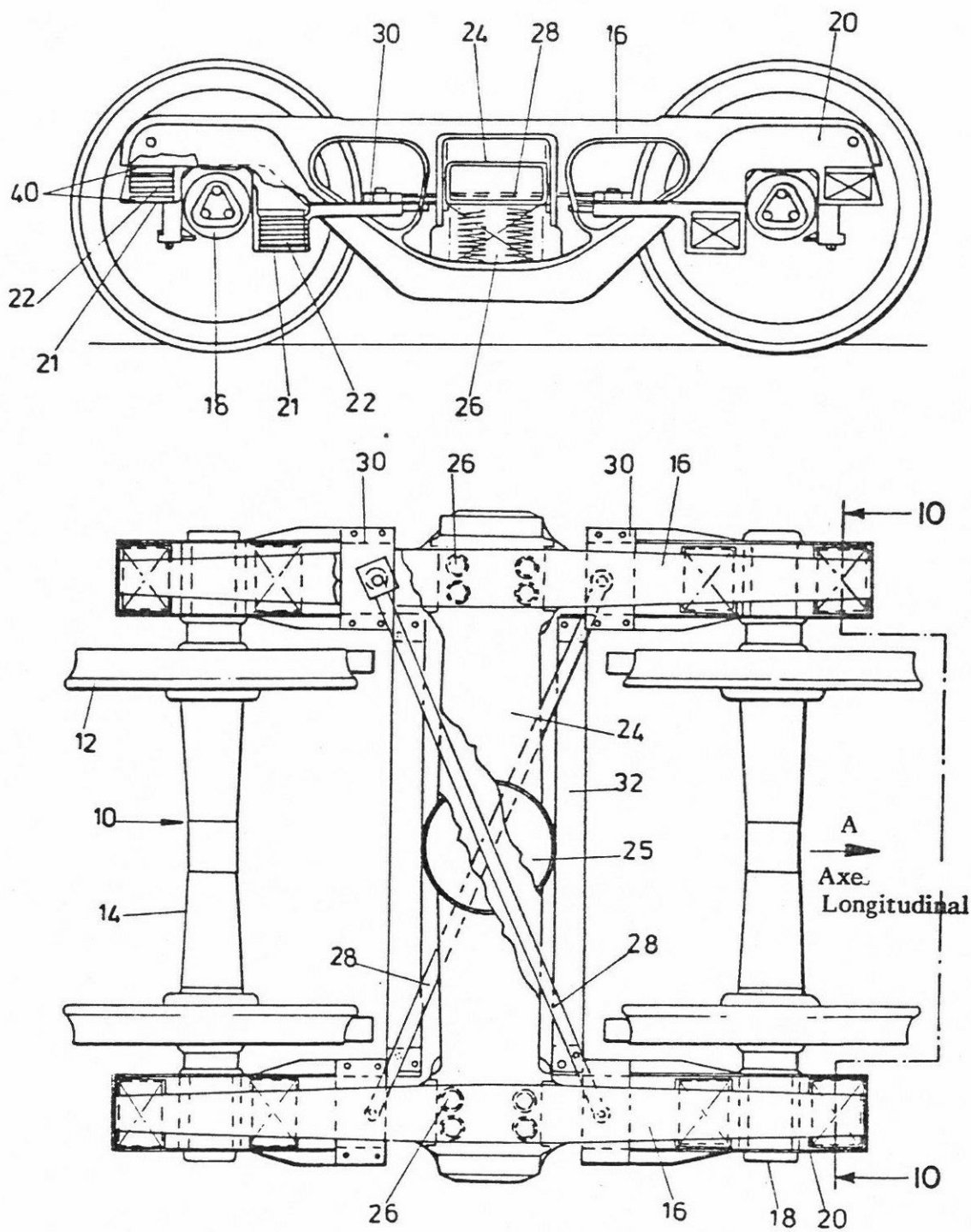


Fig. D

PREMIERE PARTIE

**MODELISATION DU COMPORTEMENT
TRANSVERSAL D'UN VEHICULE
FERROVIAIRE EN ALIGNEMENT
ET EN COURBE DE FAIBLE RAYON**

1 - VEHICULE DE REFERENCE
HYPOTHESES DE CALCULS
REPERES-DEGRES DE LIBERTE

1.1 - CIRCULATION EN ALIGNEMENT

1.1.1 - SYSTEME MECANIQUE

Le véhicule ferroviaire pris comme référence dans cette étude (fig. 1 et 2) est constitué d'un solide principal ou "caisse", reposant au moyen de systèmes élastiques amortis (suspension secondaire) sur deux masses intermédiaires ou "châssis de bogies". Ces systèmes élastiques peuvent être constitués par des ressorts en hélice, des coussins pneumatiques ou des sandwichs de caoutchouc en parallèle avec des amortisseurs de type visqueux. Chaque châssis de bogie repose à son tour sur deux essieux par l'intermédiaire de systèmes élastiques amortis constituant la suspension primaire.

On a considéré 4 technologies de bogies :

Bogie conventionnel à essieux classiques

L'essieu est constitué de deux roues calées rigidement sur l'axe essieu. L'ensemble "axe essieu-roues" tourne à une vitesse de rotation constante dans les boîtes d'essieux.

La liaison châssis de bogie-essieux est assurée par des ressorts ayant des caractéristiques élastiques de guidage bien définies K_x , K_y (fig. 3).

K_x : rigidité longitudinale

K_y : rigidité transversale

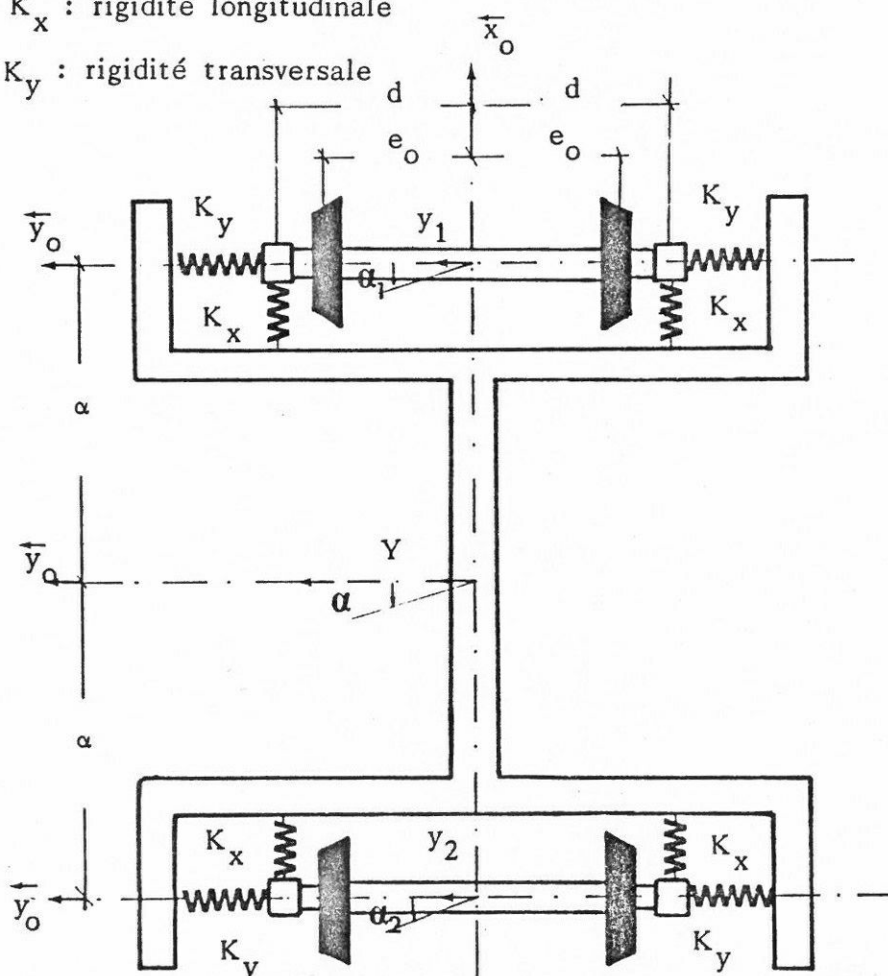


Fig. 3 : bogie conventionnel à essieux classiques

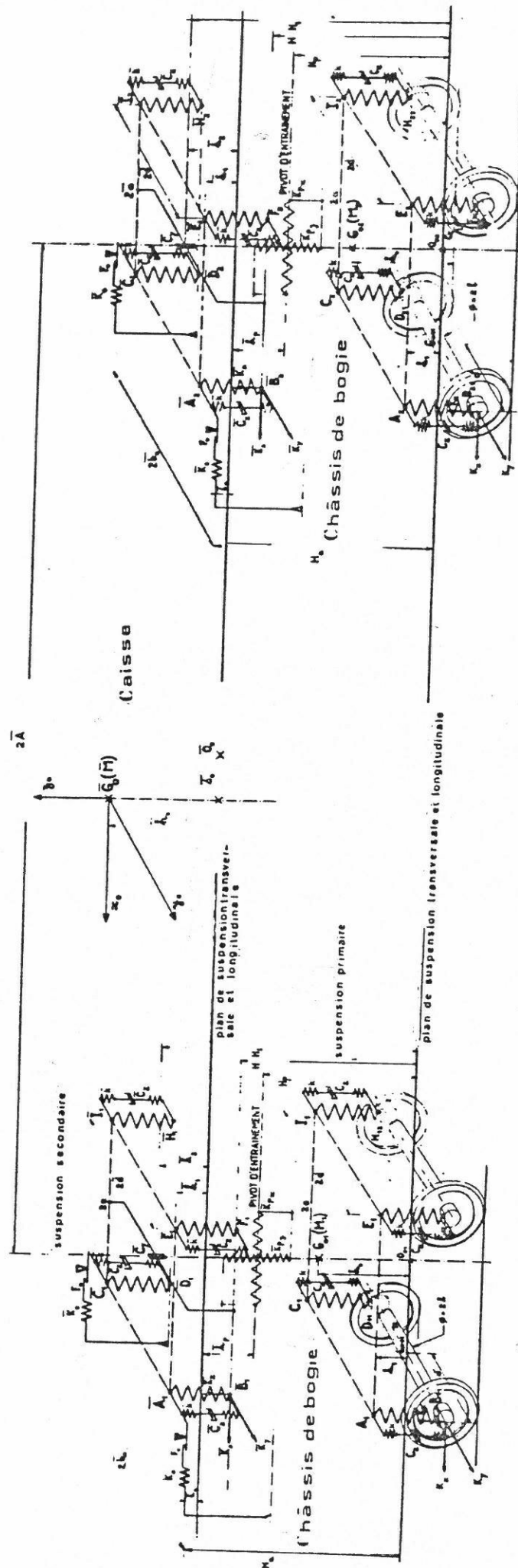


fig. 1. Modélisation d'un véhicule ferroviaire adoptée pour les études

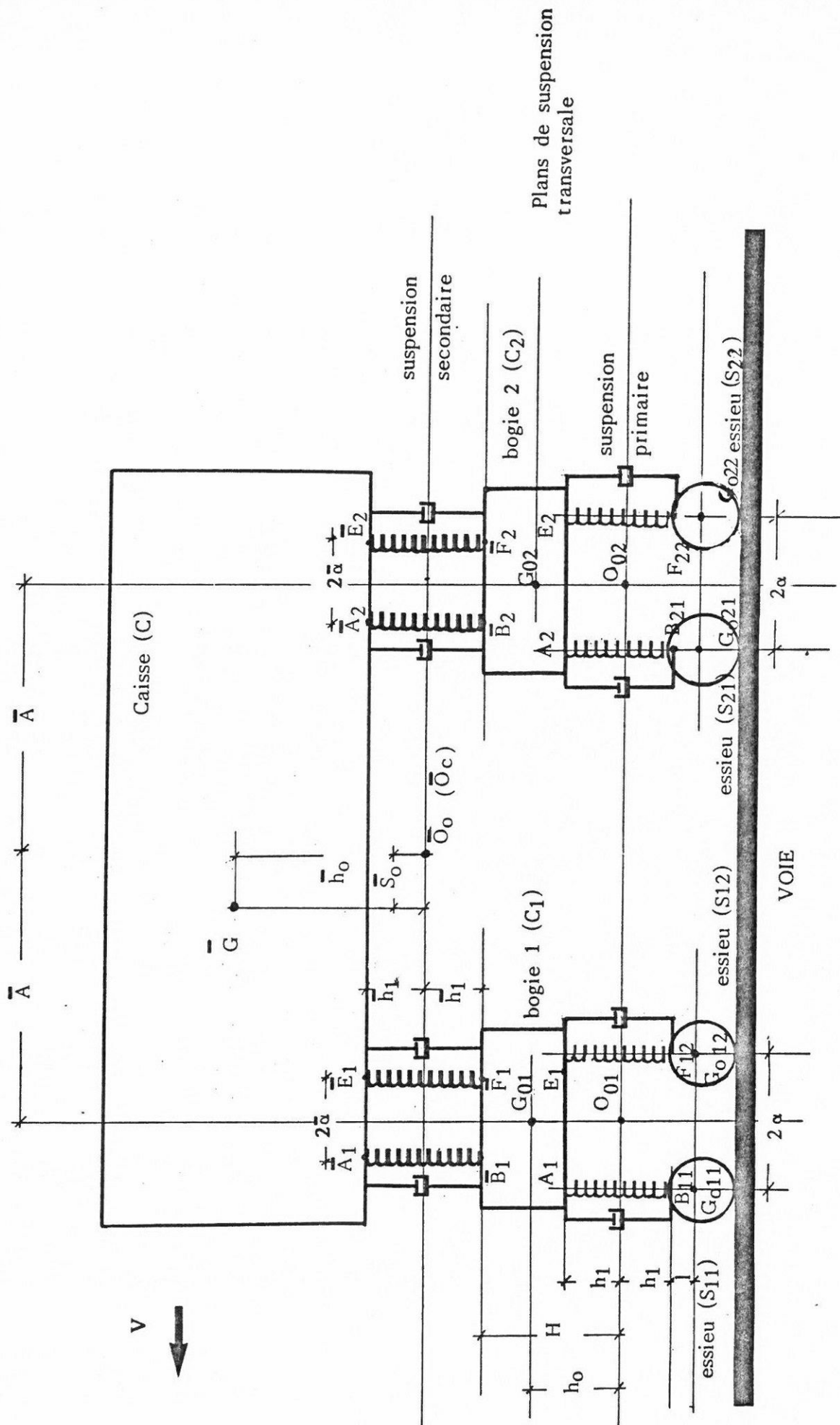


Fig. 2 : Système mécanique

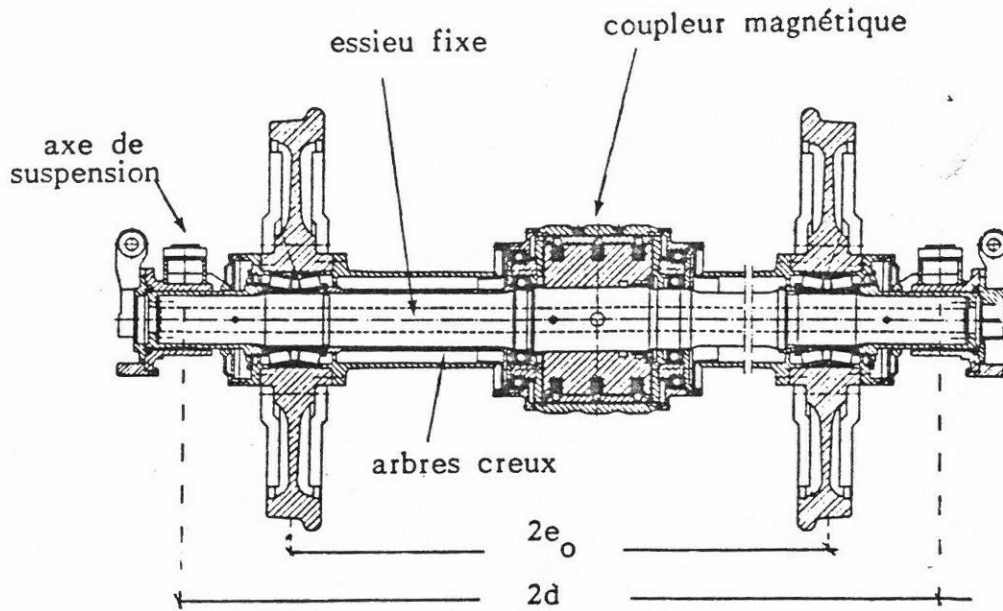


Fig. 5 : Bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé

Bogie à roues indépendantes

Les 4 roues du bogie ont des vitesses de rotation indépendantes.

On envisage deux techniques de réalisation.

Les 4 roues sont disposées dans un même châssis. Chaque roue peut tourner dans deux paliers (fig. 6) [10, 11].

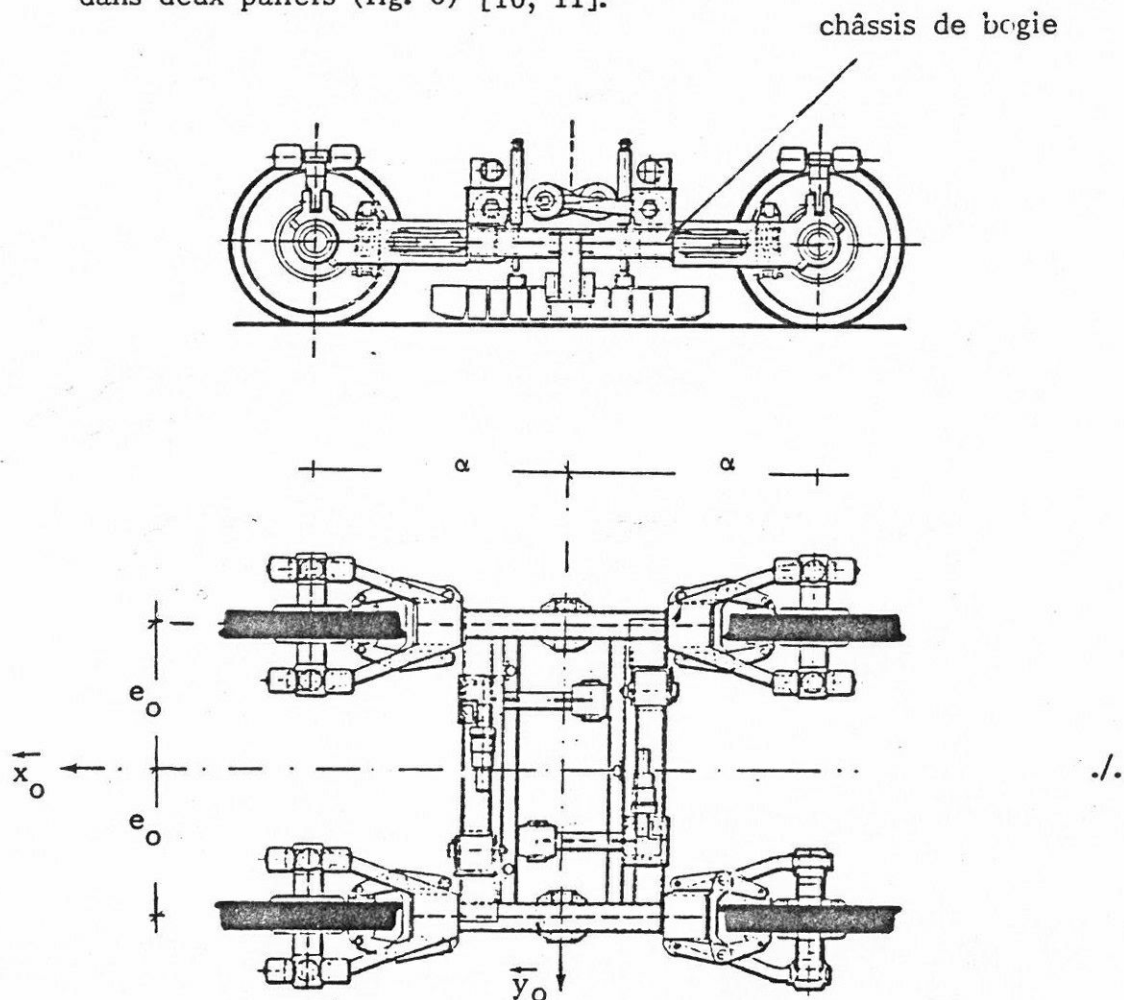


Fig. 6 : bogie à roues indépendantes

Les roues d'un même essieu tournent librement autour de l'axe par l'intermédiaire de roulements calés sur ce dernier (fig. 7) [12, 13].

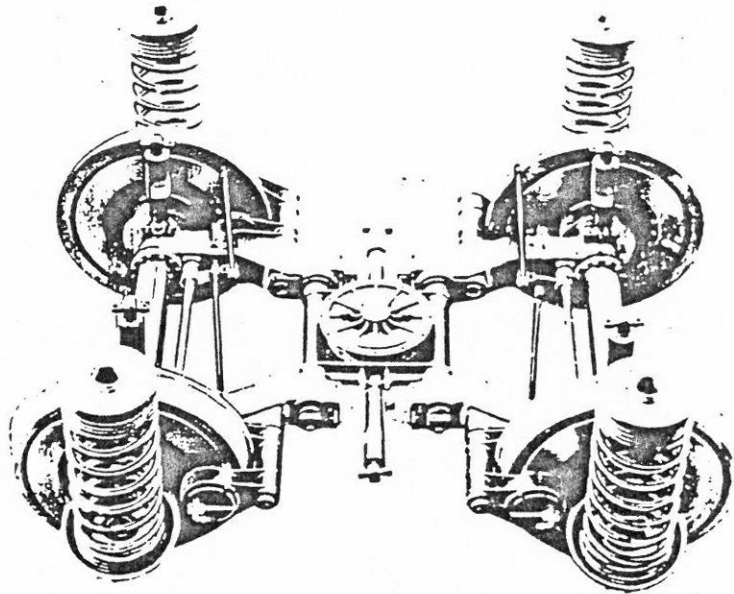


Fig. 7 : Bogie à roues indépendantes

Le système mécanique équivalent (fig. 1, 2) est constitué :

- dans les deux premières technologies de 7 solides, supposés rigides et indéformables :

1 : caisse (C)

2 : châssis de bogies (C_k avec $k = 1,2$)

$\frac{4}{7}$: essieux (S_{ki} avec $k = 1,2$ $i = 1,2$)

- et dans les deux dernières technologies de 11 solides :

1 : caisse

2 : châssis de bogies

$\frac{+ 8}{11}$: roues (S_{kij} avec $k = 1,2$ $i = 1,2$ $j = 1,2$)

L'indice (k) est relatif aux bogies ($k = 1$ pour le premier bogie d'un véhicule dans le sens d'avancement)(fig. 8)

L'indice (i) est relatif aux essieux ($i = 1$ pour le premier essieu d'un bogie dans le sens de la marche).

Le véhicule ferroviaire est en contact continu avec un support matériel (la voie).

Les points de contact (définis et uniques) des roues sur les rails sont repérés par I_{kij} . L'indice (j) est relatif à la position des roues ($j = 1$ pour la roue gauche, observateur regardant vers l'avant).

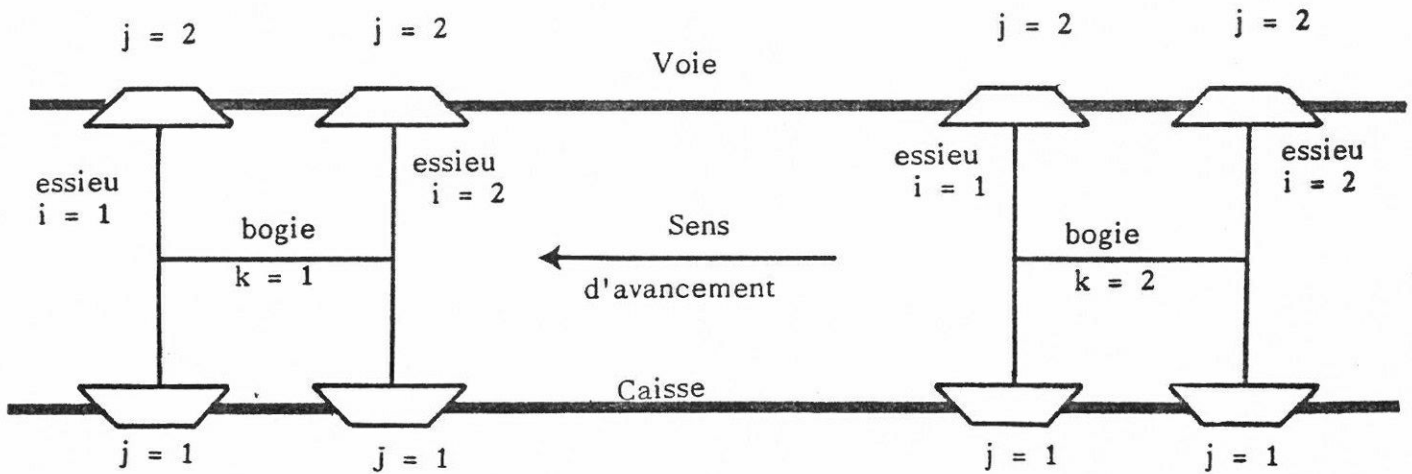


Fig. 8

1.1.2 - NOTATIONS

On utilisera les notations suivantes :

i	: indice relatif aux essieux
j	: indice relatif aux roues
k	: indice relatif aux châssis de bogies
C	: caisse
C_k	: châssis de bogies $k = 1, 2$
S_{ki}	: essieux $k = 1, 2$ $i = 1, 2$
S_{kij}	: roues $k = 1, 2$ $i = 1, 2$ $j = 1, 2$
I_{kij}	: point de contact des roues $k = 1, 2$ $i = 1, 2$ $j = 1, 2$
\bar{G}	: centre d'inertie de la caisse
G_k	: centre d'inertie des châssis de bogies
G_{ki}	: centre d'inertie des essieux
M_k	: masse de châssis de bogies
\bar{M}	: masse de la caisse
m_{ki}	: masse d'un essieu monté
\hat{m}_{ki}	: masses des organes de roulement d'un essieu (boîtes d'essieux)
$m_{r_{ki}}$: masse d'une paire des roues
m_a	: masse d'un "essieu-axe"

- \bar{E} : produit d'inertie
 \bar{K}_{x_k} :
 \bar{K}_{y_k} : rigidité longitudinale, transversale et verticale
 \bar{K}_{z_k} : entre caisse et châssis de bogies
 K_{x_k} :
 K_{y_k} : rigidité longitudinale, transversale et verticale entre châssis de bogies et
 K_{z_k} : essieux
 K_s : raideur transversale entre essieux
 K_b : raideur angulaire entre essieux
 \bar{C}_{x_k} :
 \bar{C}_{y_k} : viscosités tridirectionnelles des amortisseurs de la suspension
 \bar{C}_{z_k} : secondaire
 C_{x_k} :
 C_{y_k} : viscosités tridirectionnelles des amortisseurs de la suspension
 C_{z_k} : primaire
 C_ϕ : coefficient du dispositif contrôlant le glissement des deux
roues
 $2\bar{a}$: distance longitudinale entre ressorts et amortisseurs de la
suspension secondaire
 $2a$: empattement des bogies
 $2\bar{A}$: distance entre pivots de bogies
 $2\bar{d}, 2d$: distance transversale des ressorts et des amortisseurs de la
suspension secondaire et primaire
 $2d'$: distance transversale des centres d'inertie des boîtes d'essieux

\bar{h}_0	: déport du plan de suspension transversale (caisse-châssis de bogies) par rapport à \bar{G}
\bar{h}_1	: demi-hauteur des ressorts sous charge de la suspension secondaire
\bar{h}_2	: position verticale des amortisseurs transversaux secondaires par rapport au plan de suspension (caisse-bogies)
h_0	: déport des plans de suspension (châssis de bogies-essieux) par rapport à G_k
h_1	: demi-hauteur des ressorts sous charge de la suspension primaire
h_2	: position des amortisseurs transversaux de la suspension primaire par rapport au plan de suspension (châssis de bogies-essieux)
H	: distance verticale entre les points d'attache des ressorts secondaires aux châssis de bogies par rapport au plan de suspension (châssis de bogies-essieux)
H_1	: distance verticale entre les amortisseurs transversaux secondaires par rapport au plan de suspension (châssis de bogies-essieux)
\bar{S}_0	: déport longitudinal de \bar{G}
2ℓ	: diamètre d'un axe-essieu
$2e_0$: distance entre les points de contact rail-roue, en position centrée d'un essieu dans la voie
r_0	: rayon du cercle de roulement en position centrée d'un essieu dans la voie
R	: rayon de courbure du profil de la roue
R'	: rayon de courbure du profil du rail
V	: vitesse d'avancement du véhicule
V_c	: vitesse critique
g	: accélération de la pesanteur
γ_0	: angle du plan tangent commun aux points de contact quand l'essieu est centré dans la voie
γ_e	: conicité équivalente
C_{ij}	: coefficients de pseudoglisement (théorie de Kalker)

- E : module de Young
 G : module de rigidité transversale
 σ : coefficient de Poisson
 μ : coefficient de Coulomb
 N : charge normale par roue
 X_j, T_j : composantes longitudinale et transversale du torseur des actions de contact
 M_j : moment du torseur des actions de contact par rapport à la normale au plan tangent aux points de contact
 ϕ_j : spin au point de contact
 v_j : glissement réduit au point de contact
 K_{s_t} : rigidité transversale totale de la suspension primaire
 K_{b_t} : rigidité longitudinale totale de la suspension primaire
 A, B
 θ, m, n : paramètres géométriques de contact (théorie de Hertz)
 T : énergie cinétique
 P : puissance dissipée
 E_p : Energie potentielle
 $\vec{\omega}$: taux de rotation des essieux ou des roues
 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$: déplacements longitudinal, transversal et vertical du sommet du repère mobile lié à la caisse
 $\bar{\theta}$: roulis de la caisse / $\vec{O}_o \vec{x}_o$
 $\bar{\phi}$: angle de tangage de la caisse / $\vec{O}_o \vec{y}_o$
 $\bar{\alpha}$: angle de lacet de la caisse / $\vec{O}_o \vec{z}_o$
 X_k, Y_k, Z_k : déplacements longitudinal, transversal et vertical des centres d'inertie des châssis des bogies
 θ_k : angle de roulis des châssis de bogies / $\vec{O}_o \vec{x}_o$

φ_k	: angle de galop des châssis de bogies/ $O_o \vec{y}_o$
α_k	: angle de lacet des châssis de bogies/ $O_o \vec{z}_o$
$\begin{matrix} x_{ki} \\ y_{ki} \\ z_{ki} \end{matrix}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{déplacements longitudinaux, transversaux et verticaux} \\ \text{des essieux} \end{array} \right.$
ψ_{ki}	: angle de roulis des essieux/ $G_{o_{ki}} \vec{x}_o$
ϕ_{ki}	: angle de rotation propre des essieux/ $G_{o_{ki}} \vec{y}_o$
α_{ki}	: angle de lacet des essieux/ $G_{o_{ki}} \vec{z}_o$
ϕ_{kij}	: angle de rotation propre des roues
ϕ_{kij}^*	: déplacements angulaires des roues autour de l'axe de rotation relativement à un axe-essieu imaginaire coïncidant avec ce dernier et roulant sans glissement
$2\bar{b}_o$: distance transversale entre les amortisseurs anti-lacet
\bar{K}_o	: rigidité longitudinale équivalente d'un amortisseur anti-lacet en fonctionnement
$\begin{matrix} \bar{O}_x \\ \bar{O}_y \\ \bar{O}_z \end{matrix}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{rayons de giration de la caisse/ } \bar{G}\vec{x}_o, \bar{G}\vec{y}_o, \bar{G}\vec{z}_o \\ \text{avec } \bar{I}_x = \bar{M}\bar{O}_x^2 \end{array} \right.$
$\begin{matrix} O_{x_k} \\ O_{y_k} \\ O_{z_k} \end{matrix}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{rayons de giration des châssis de bogies/} \\ G_k \vec{x}_o, G_k \vec{y}_o, G_k \vec{z}_o, \text{ avec } I_x = M_{x_k} O_{x_k}^2 \end{array} \right.$
$\begin{matrix} \rho_{x_{ki}} \\ \rho_{y_{ki}} \\ \rho_{z_{ki}} \end{matrix}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{rayons de giration des essieux/} \\ G_{ki} \vec{x}_o, G_{ki} \vec{y}_o, G_{ki} \vec{z}_o \text{ avec } I_x = m_{ki} \rho_{x_{ki}}^2 \end{array} \right.$
$\begin{matrix} \rho_{x_{kij}} \\ \rho_{y_{kij}} \\ \rho_{z_{kij}} \end{matrix}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{rayons de giration des roues} \end{array} \right.$

$$\begin{aligned}
 \Gamma &: \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \\
 \zeta &: \frac{1}{R - R^T} \left(\frac{e_o - R \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) = \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} \\
 \chi &: \frac{e_o}{e_o - r_o \gamma_o} \\
 \varepsilon_o &: e_o - (R + 2r_o) \gamma_o \\
 (\text{Ch}) &: \frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \\
 (\text{Ch}') &: \frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \\
 R_Z &: R \gamma_o - r_o
 \end{aligned}$$

1.1.3 - HYPOTHESES

Pour la circulation en alignement on adoptera les hypothèses suivantes :

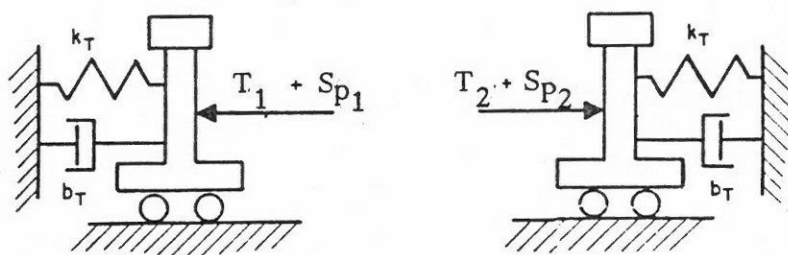
- Le véhicule ferroviaire est supposé se déplacer à vitesse constante sur une voie en alignement de bonne qualité (sans défauts) située dans un plan horizontal.
- Le guidage de l'essieu dans la voie est assuré uniquement par l'action combinée des forces de pseudoglisement et de la géométrie de contact. On exclut, avec cette hypothèse, un contact éventuel entre les boudins des roues et le rail.
- Le châssis de bogie et les essieux présentent une double symétrie transversale et longitudinale des inerties. Il n'en est pas toujours de même pour la caisse qui peut présenter une dissymétrie transversale.

Par contre, son centre de gravité est toujours situé dans un plan médian de symétrie longitudinale.

- Les solides, constituant le véhicule, sont indéformables et bien définis ; on néglige les mouvements de flexion et de torsion.
- Les ressorts de suspension seront considérés comme linéaires dans leur domaine d'utilisation et leurs masses négligées.
- Les amortisseurs utilisés sont du type visqueux et linéaires, ils développent des forces proportionnelles à la vitesse relative des éléments auxquels ils sont fixés. On les supposera également symétriques, c'est-à-dire que le coefficient d'amortissement est le même quelque soit le signe de la vitesse relative.

./.

- La rigidité transversale des rails peut être introduite dans un modèle mathématique à partir du schéma ci-après (fig. 9) ⁽¹⁾. Dans l'étude de la stabilité transversale d'un véhicule on la néglige car elle est très élevée (10^8 à 10^9 N/m) par rapport aux rigidités transversales essieux-châssis de bogie et châssis de bogie-caisse.



avec :

K_T : rigidité transversale du rail

b_T : viscosité transversale du rail

T_1, T_2 : composantes latérales des forces de pseudoglissement (roue gauche, roue droite)

S_{p1}, S_{p2} : forces de rappel gravitationnel (roue gauche, roue droite)

Fig. 9

- on fera l'hypothèse des petits mouvements. L'étude des mouvements parasites est faite par rapport à l'équilibre statique. Les paramètres de position et leurs dérivées premières, fonctions du temps, seront considérés comme des infiniments petits du premier ordre (sauf en ce qui concerne la rotation propre des essieux et des roues).

1.1.4 - DEFINITION DES REPERES - CHOIX DES PARAMETRES DE MOUVEMENT

Définition des repères

L'étude des mouvements est faite dans des repères (x_o, y_o, z_o) liés aux différents solides et se déplaçant à vitesse constante (V : vitesse de translation du véhicule) par rapport à un repère galiléen (x_g, y_g, z_g) lié au sol et tel que $\vec{O_g x_g}$ soit parallèle à la voie.

./.

⁽¹⁾ RAO V. DUKKIPATI, JOSEPH R. AMYOT "computer -aided simulation in railway dynamics", MARCEL DEKKER, INC, NEW YORK, 1988

Les repères (x_o, y_o, z_o) seront considérés eux-mêmes comme galiléens dans cette étude.

Le trièdre mobile lié à la caisse est centré en \bar{O}_c (fig. 1,2). Le point \bar{O}_c , centre élastique de la suspension secondaire est situé à l'intersection du plan de suspension transversal et longitudinal et de la verticale passant par le centre géométrique de la base de la caisse. A l'état de repos, \bar{O}_c est confondu avec \bar{O}_o . La position exacte de ce plan de suspension (plan au niveau duquel les mouvements des bogies sont transmis à la caisse) dépend de la technologie employée pour assurer le rappel transversal et longitudinal de la caisse par rapport aux bogies.

Le centre de gravité (\bar{G}) de la caisse est situé dans le plan médian longitudinal de symétrie (x, \bar{G}, z) . Par contre, il n'est pas sur la verticale $\bar{O}_o \vec{z}_o$; ceci pour tenir compte d'une dissymétrie transversale des masses (cas d'une automotrice). La position du centre de gravité (\bar{G}) de la caisse est définie par la relation vectorielle $\bar{O}_c \vec{G} = \bar{S}_o \vec{x} + \bar{h}_o \vec{z}$ (fig. 1,2) (\bar{S}_o, \bar{h}_o : constants algébriques).

Choix des paramètres

Le mouvement du système mécanique par rapport aux repères (x, y, z) peut être défini par les paramètres ci-après :

\bar{X}, X_k, x_{ki}	: déplacements longitudinaux des sommets des trièdres mobiles,
\bar{Y}, Y_k, y_{ki}	: déplacements transversaux,
\bar{Z}, Z_k, z_{ki}	: déplacements verticaux,
$\bar{\theta}, \theta_k, \psi_{ki}$: angles de roulis/ $\bar{O}_o \vec{x}_o, \bar{O}_{ok} \vec{x}_o, \bar{G}_{oki} \vec{x}_o$,
$\bar{\phi}, \phi_k, \phi_{ki}$: angles de tangage ou de galop/ $\bar{O}_o \vec{y}_o, \bar{O}_{ok} \vec{y}_o, \bar{G}_{oki} \vec{y}_o$,
$\bar{\alpha}, \alpha_k, \alpha_{ki}$: angles de lacet/ $\bar{O}_o \vec{z}_o, \bar{O}_{ok} \vec{z}_o, \bar{G}_{oki} \vec{z}_o$.
φ_{kij}	: angles de rotation propres des roues (cas d'un bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé et à roues indépendantes).

Suite à l'étude géométrique du contact rail-roue, ce nombre de paramètres pourra être réduit. Les paramètres holonomes définissant les mouvements des systèmes considérés seront précisés ultérieurement.

1.2 - CIRCULATION EN COURBE

1.2.1 - NOTATIONS

On utilisera les notations suivantes :

R_c : rayon de courbe

ρ_{ki} : courbure au droit de l'essieu k_i

δ_p : angle de dévers

I : insuffisance de dévers (m)

d_p : dévers (m)

V_o : vitesse d'équilibre

F_{nc} : force centrifuge non compensée

F_{ij} : efforts de contact entre les champignons du rail et le boudin de la roue

$F_{R_{ij}}$: amplitude des forces de pseudoglisement


\bar{Y}, Y_k^* :
 y_{ki}^*, α_k^* : } paramètres de positionnement par rapport à la ligne
 de roulement pur
 y_o :

P_{cd} : puissance dissipée au droit de l'essieu directeur

P_{cm} : puissance dissipée au droit de l'essieu mené

P_{ct} : puissance dissipée au droit des deux essieux d'un bogie

Symboles

 : glissement

O : contact

1.2.2 - HYPOTHESES

On considère le même système mécanique pris comme référence pour l'étude du comportement dynamique d'un véhicule en alignement.

Dans le cas d'une circulation en courbe les repères liés aux différents solides ne sont plus galiléens. L'étude sera faite dans un repère lié à la caisse.

On donnera les principaux résultats concernant la circulation dans un raccordement de voie ; (le dévers de la voie et les rayons de courbure sont variables).

L'étude complète du comportement transversal sera faite en pleine courbe (régime établi).

Le guidage des essieux dans les courbes est assuré par les forces de pseudoglissement et par la géométrie de contact rail-roue, en l'absence de contact rail-roue.

On tiendra compte de l'accélération centrifuge $\frac{V^2}{R_c}$.

Les charges verticales supportées par les deux roues N_j sont supposées identiques (dans la réalité $N_1 \neq N_2$ à cause notamment du dévers de la voie). On supposera également les coefficients de pseudoglissement (C_{ij}) identiques pour les deux roues.

1.2.3 - DEFINITION DES REPERES - CHOIX DES PARAMETRES DE MOUVEMENT

On définit avec précision les trièdres utilisés comme référentiels ainsi que les matrices de passage. Tous les trièdres utilisés seront trirectangles directs et les angles seront comptés positivement dans le sens trigonométrique.

./.

La fig. 10 donne le schéma de positionnement des différents solides constituant le véhicule dans le raccordement de voie.

La fig. 11 donne le positionnement d'un bogie dans le raccordement de voie.

- \bar{O}_o : sommet du système mobile lié à la caisse.
- O_{ok} : sommets des repères mobiles liés aux châssis de bogies.
- O_{oki} : sommets des repères mobiles liés aux essieux.

On notera $R_g = (O_g, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$ repère galiléen lié à la terre.

z_g : vertical ascendant,

x_g : orienté suivant la voie en alignement

$R_o = (\bar{O}_o, \vec{x}_o, \vec{y}_o, \vec{z}_o)$: repère mobile tel que :

$$\overrightarrow{O_{o2} \bar{O}_o} = \overrightarrow{\bar{O}_o O_{o1}} = \vec{A} x_o$$

Les plans $(O_g, \vec{x}_g, \vec{y}_g)$ et $(O_o, \vec{x}_o, \vec{y}_o)$ sont parallèles.

R_o est réduit de R_g par une rotation σ autour de $\vec{z}_g = \vec{z}_o$. (fig. 12)

$R_{ok} = (O_{ok}, \vec{x}_{ok}, \vec{y}_{ok}, \vec{z}_{ok})$ repères mobiles liés aux châssis de bogies tels que :

$$\overrightarrow{O_{o22} O_{o2}} = \overrightarrow{O_{o2} O_{o21}} = \alpha x_{o2}$$

$$\overrightarrow{O_{o12} O_{o1}} = \overrightarrow{O_{o1} O_{o11}} = \alpha x_{o1}$$

R_{ok} est déduit de R_o par une rotation σ_k autour de \vec{z}_{ok} (fig. 13)

$R_{oki} = (O_{oki}, \vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ trièdre de FRENET au point O_{oki} tel que :

O_{oki} étant assujetti à se déplacer sur l'axe géométrique de la voie.

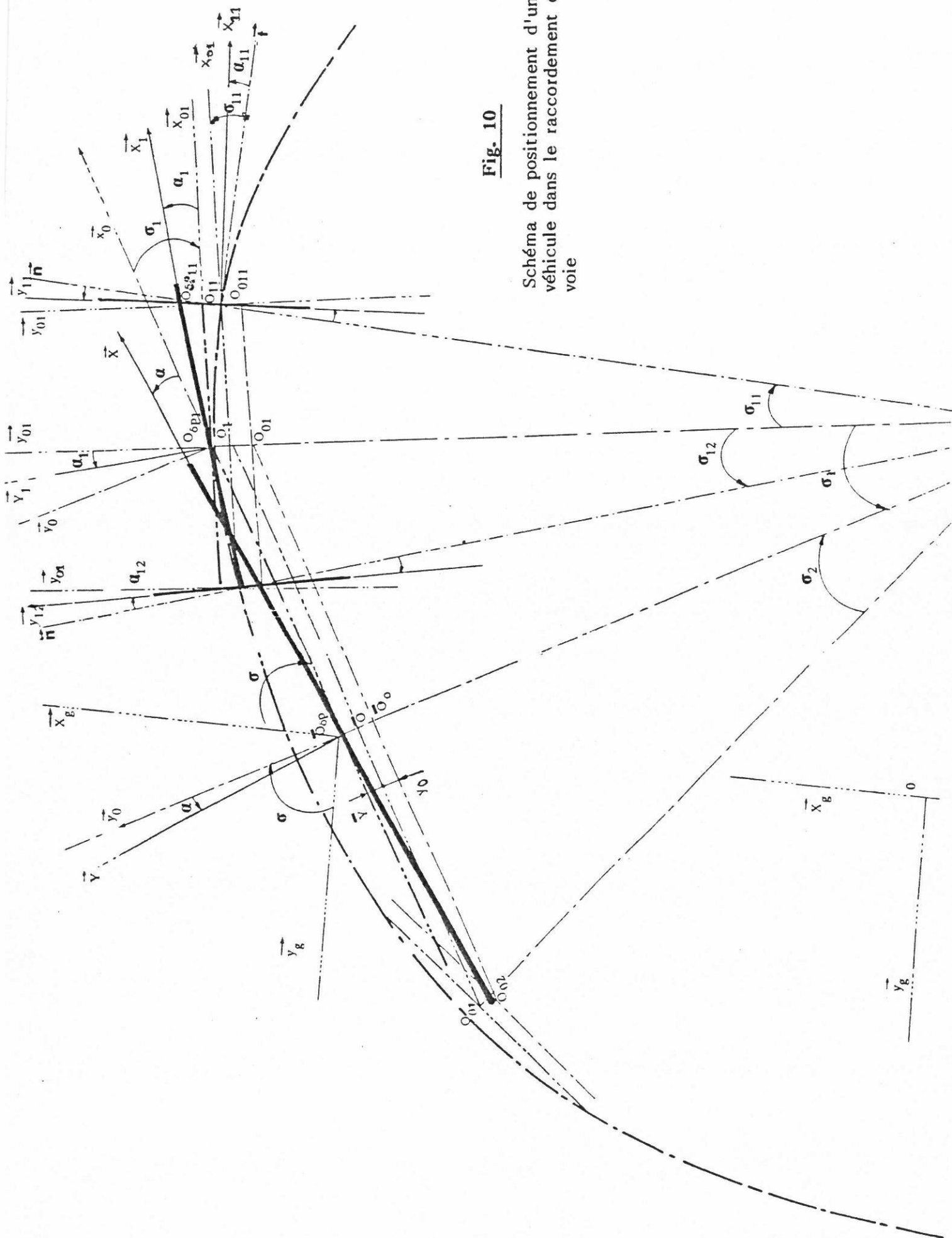


Fig. 10

Schéma de positionnement d'un véhicule dans le raccordement de voie

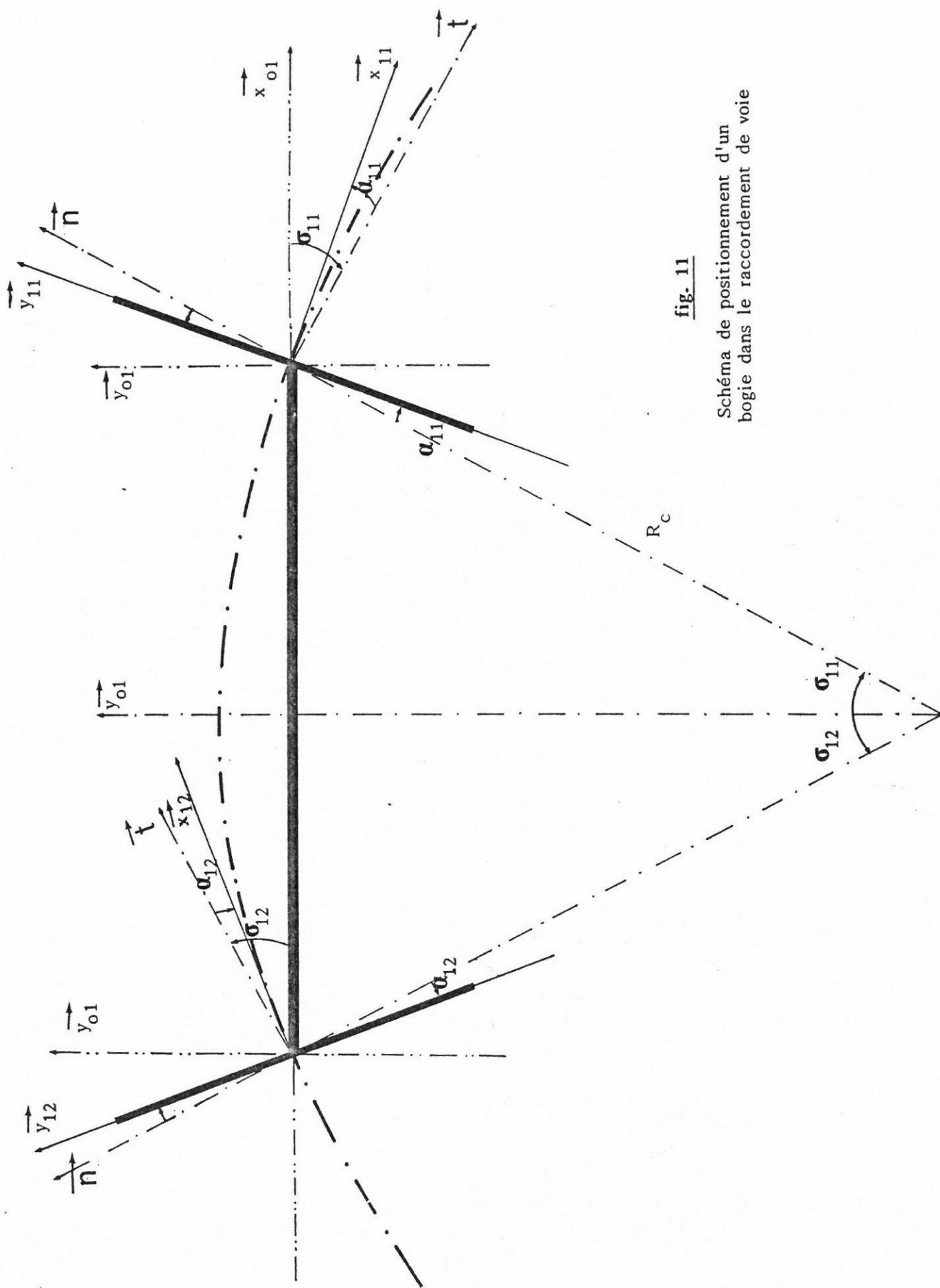


fig. 11

Schéma de positionnement d'un bogie dans le raccordement de voie

R_{oki} est déduit de R_{ok} par une rotation σ_{ki} autour de \vec{b} (fig. 14)

$R_{\delta p}$ est déduit de R_o par une rotation δp autour de $\vec{x}_o = \vec{x}_{\delta p}$. (fig. 15)

$R_{\delta p_k}$ est déduit de R_{ok} par une rotation δp_k autour de $\vec{x}_{ok} = \vec{x}_{\delta p_k}$ (fig. 16)

$R_{\delta p_{ki}}$ est déduit de R_{oki} par une rotation δp_{ki} autour de $\vec{t} = \vec{x}_{\delta p_{ki}}$ (fig. 17)

σ est un paramètre angulaire du référentiel R_o par rapport au galiléen.

σ_k représentent les angles moyens existant entre l'axe longitudinal de la caisse et, respectivement, les axes longitudinaux des bogies avant et arrière.

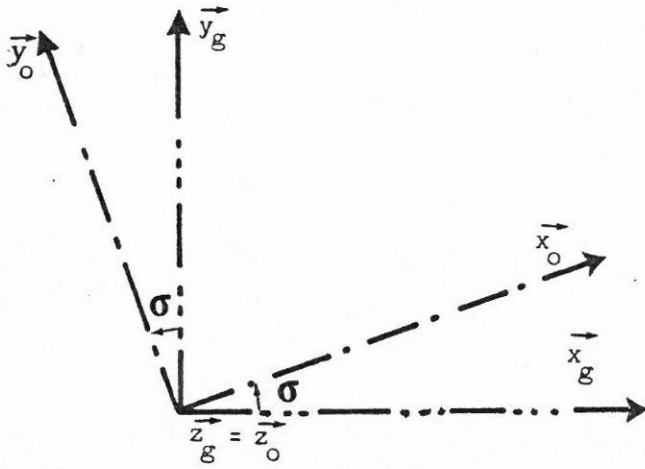
σ_{ki} sont les angles moyens existant entre l'axe longitudinal de chaque bogie et, respectivement, les axes longitudinaux des essieux (directeur et mené) correspondants.

δp_{ki} sont les angles de dévers au droit des essieux.

δp_k sont les angles de dévers moyens au droit des bogies avant et arrière.

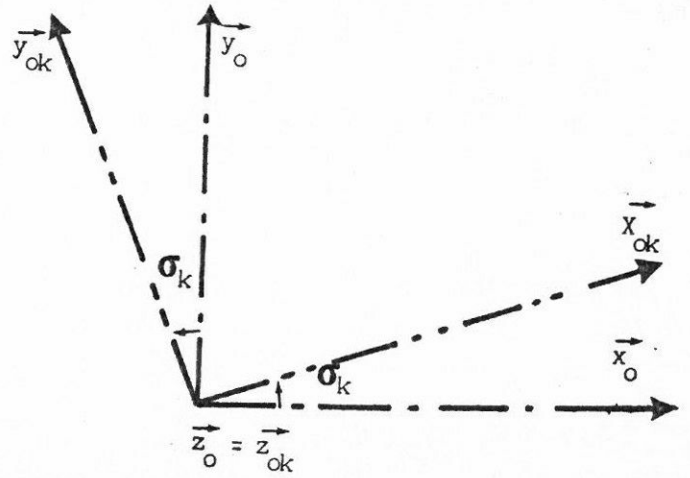
δp est l'angle de dévers moyen au droit de la caisse.

Les autres tièdres liés aux diverses masses du véhicule seront définis ultérieurement lorsqu'on aura précisé les structures mécaniques du système.



	\vec{x}_o	\vec{y}_o	\vec{z}_o
\vec{x}_g	$\cos \sigma$	$-\sin \sigma$	\emptyset
\vec{y}_g	$\sin \sigma$	$\cos \sigma$	\emptyset
\vec{z}_g	\emptyset	\emptyset	1

(fig. 12)



	\vec{x}_{ok}	\vec{y}_{ok}	\vec{z}_{ok}
\vec{x}_o	$\cos \sigma_k$	$-\sin \sigma_k$	\emptyset
\vec{y}_o	$\sin \sigma_k$	$\cos \sigma_k$	\emptyset
\vec{z}_o	\emptyset	\emptyset	1

(fig. 13)

./.

REMARQUES :

Le dévers à la S.N.C.F. est toujours inférieur à 0.18 m, [14].
avec un écartement de la voie de 1.5 m on obtient :

$$(\delta p, \delta p_k, \delta p_{ki}) < 0.12 \text{ rad}$$

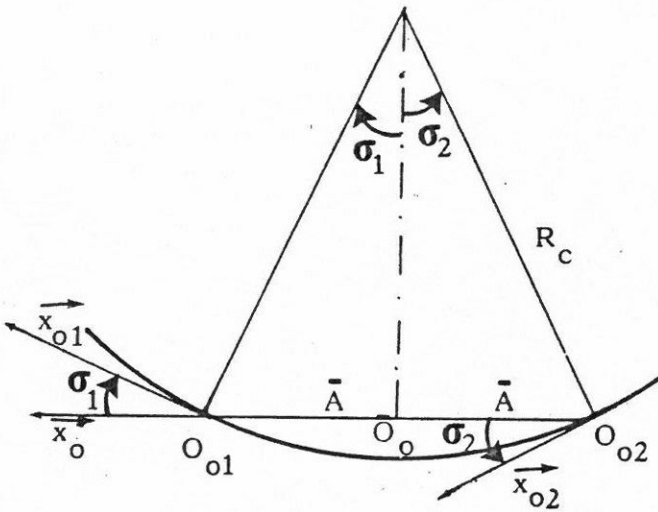
Les matrices de passage des angles δp , δp_k , δp_{ki} ci-dessus s'écrivent avec une erreur relative inférieure à 0,7 %.

	$\vec{x}_{\delta p}$	$\vec{y}_{\delta p}$	$\vec{z}_{\delta p}$
\vec{x}_o	1	0	0
\vec{y}_o	0	1	$-\delta p$
\vec{z}_o	0	δp	1

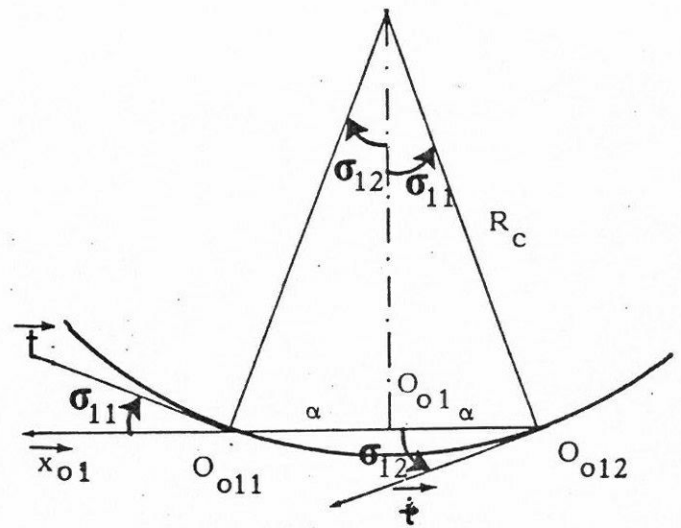
	$\vec{x}_{\delta p_k}$	$\vec{y}_{\delta p_k}$	$\vec{z}_{\delta p_k}$
\vec{x}_{ok}	1	0	0
\vec{y}_{ok}	0	1	$-\delta p_k$
\vec{z}_{ok}	0	δp_k	1

	$\vec{x}_{\delta p_{ki}}$	$\vec{y}_{\delta p_{ki}}$	$\vec{z}_{\delta p_{ki}}$
\vec{t}	1	0	0
\vec{n}	0	1	$-\delta p_{ki}$
\vec{b}	0	δp_{ki}	1

En pleine courbe, nous avons :



$$|\sin \sigma_k| = \frac{\bar{A}}{R_c} < 0.1$$

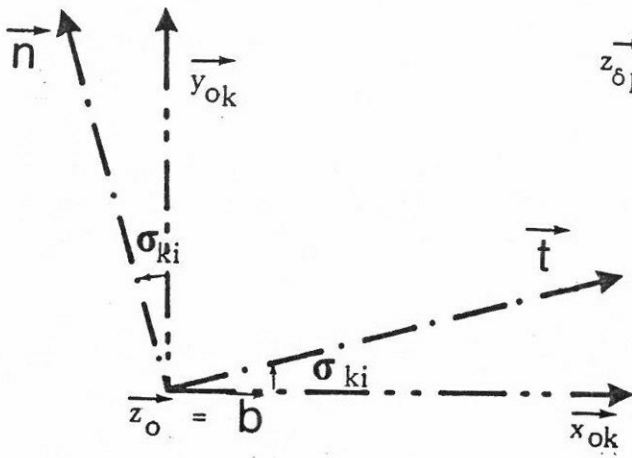


$$|\sin \sigma_{ki}| = \frac{\alpha}{R_c} < 0.05$$

Les matrices de passage des angles σ_k et σ_{ki} ci-dessus s'écrivent avec une erreur relative inférieure à 0,5 %.

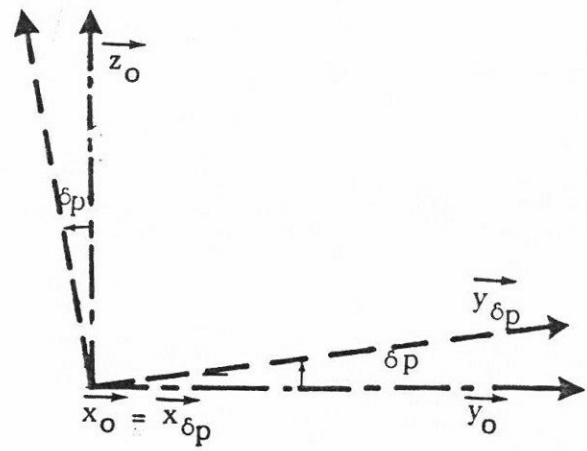
	\vec{x}_{ok}	\vec{y}_{ok}	\vec{z}_{ok}
\vec{x}_o	1	$-\sigma_k$	0
\vec{y}_o	σ_k	1	0
\vec{z}_o	0	0	1

	\vec{t}	\vec{n}	\vec{b}
\vec{x}_{ok}	1	$-\sigma_{ki}$	0
\vec{y}_{ok}	σ_{ki}	1	0
\vec{z}_{ok}	0	0	1



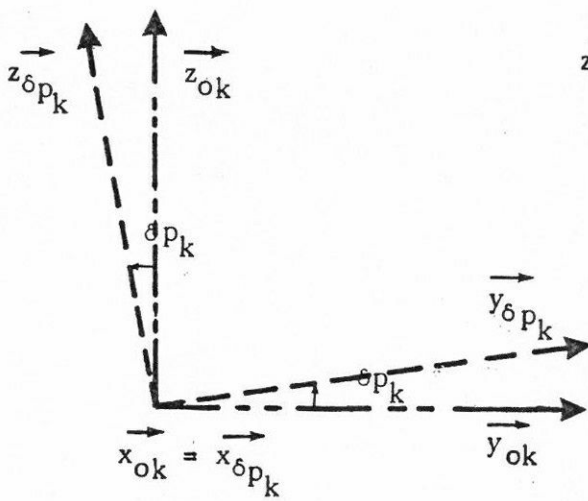
	\vec{t}	\vec{n}	\vec{b}
\vec{x}_{0k}	$\cos \sigma_{ki}$	$-\sin \sigma_{ki}$	\emptyset
\vec{y}_{0k}	$\sin \sigma_{ki}$	$\cos \sigma_{ki}$	\emptyset
\vec{z}_{0k}	\emptyset	\emptyset	1

Fig. 14



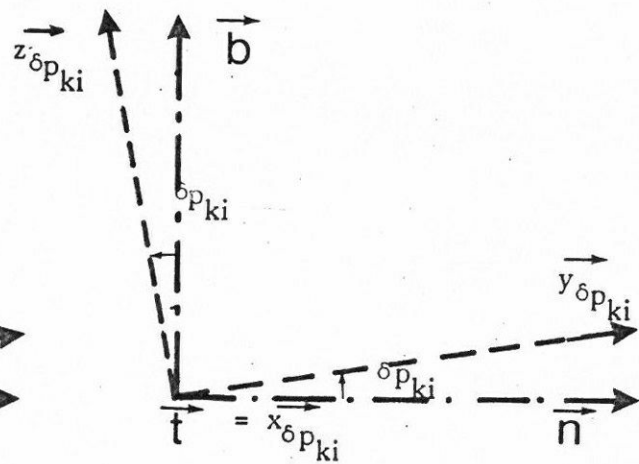
	$\vec{x}_{\delta p}$	$\vec{y}_{\delta p}$	$\vec{z}_{\delta p}$
\vec{x}_0	1	\emptyset	\emptyset
\vec{y}_0	\emptyset	$\cos \delta p$	$-\sin \delta p$
\vec{z}_0	\emptyset	$\sin \delta p$	$\cos \delta p$

Fig. 15



	$\vec{x}_{\delta p_k}$	$\vec{y}_{\delta p_k}$	$\vec{z}_{\delta p_k}$
\vec{x}_{0k}	1	\emptyset	\emptyset
\vec{y}_{0k}	\emptyset	$\cos \delta p_k$	$-\sin \delta p_k$
\vec{z}_{0k}	\emptyset	$\sin \delta p_k$	$\cos \delta p_k$

Fig. 16



	$\vec{x}_{\delta p_{ki}}$	$\vec{y}_{\delta p_{ki}}$	$\vec{z}_{\delta p_{ki}}$
\vec{t}	1	\emptyset	\emptyset
\vec{n}	\emptyset	$\cos \delta p_{ki}$	$-\sin \delta p_{ki}$
\vec{b}	\emptyset	$\sin \delta p_{ki}$	$\cos \delta p_{ki}$

Fig. 17

On adoptera, pour la suite des calculs, la convention de signe suivante :

$\vec{y}_O, \vec{y}_{Ok}, \vec{n}$: étant toujours dirigés vers la gauche par rapport au sens de la marche ; les courbures seront comptées positivement lorsque les centres des cercles osculateurs à l'axe de la voie en O_{oki} seront respectivement du côté \vec{n} positif.

C : étant le coefficient de dévers et $2e_0$ l'écartement de la voie ; les angles de dévers ont pour expressions :

$$\begin{aligned}\delta p_{ki} &= -\frac{C}{2e_0} \rho_{ki} & \rho_{ki} : \text{courbure au droit de l'essieu } ki \\ \delta p_1 &= -\frac{C}{2e_0} \left(\frac{\rho_{11} + \rho_{12}}{2} \right) \\ \delta p_2 &= -\frac{C}{2e_0} \left(\frac{\rho_{21} + \rho_{22}}{2} \right) \\ \delta p &= -\frac{C}{2e_0} \left(\frac{\rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}}{4} \right)\end{aligned}$$

Les relations $\sigma, \sigma_k, \sigma_{ki}$, en fonction des rayons de courbures ne sont pas indiquées.

Choix des paramètres (fig. 18)

Les hypothèses utilisées sont les mêmes que celles concernant l'étude de la stabilité transversale en alignement.

On s'intéresse uniquement aux mouvements de la dynamique transversale du véhicule.

Paramétrage de la caisse :

On notera \bar{G} le centre d'inertie de la caisse (C). Les paramètres de la dynamique transversale de (C) sont : \bar{Y} (le ballant), $\bar{\alpha}$ (le lacet), $\bar{\theta}$ (le roulis).

De plus $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = R$: repère mobile lié au solide (C).

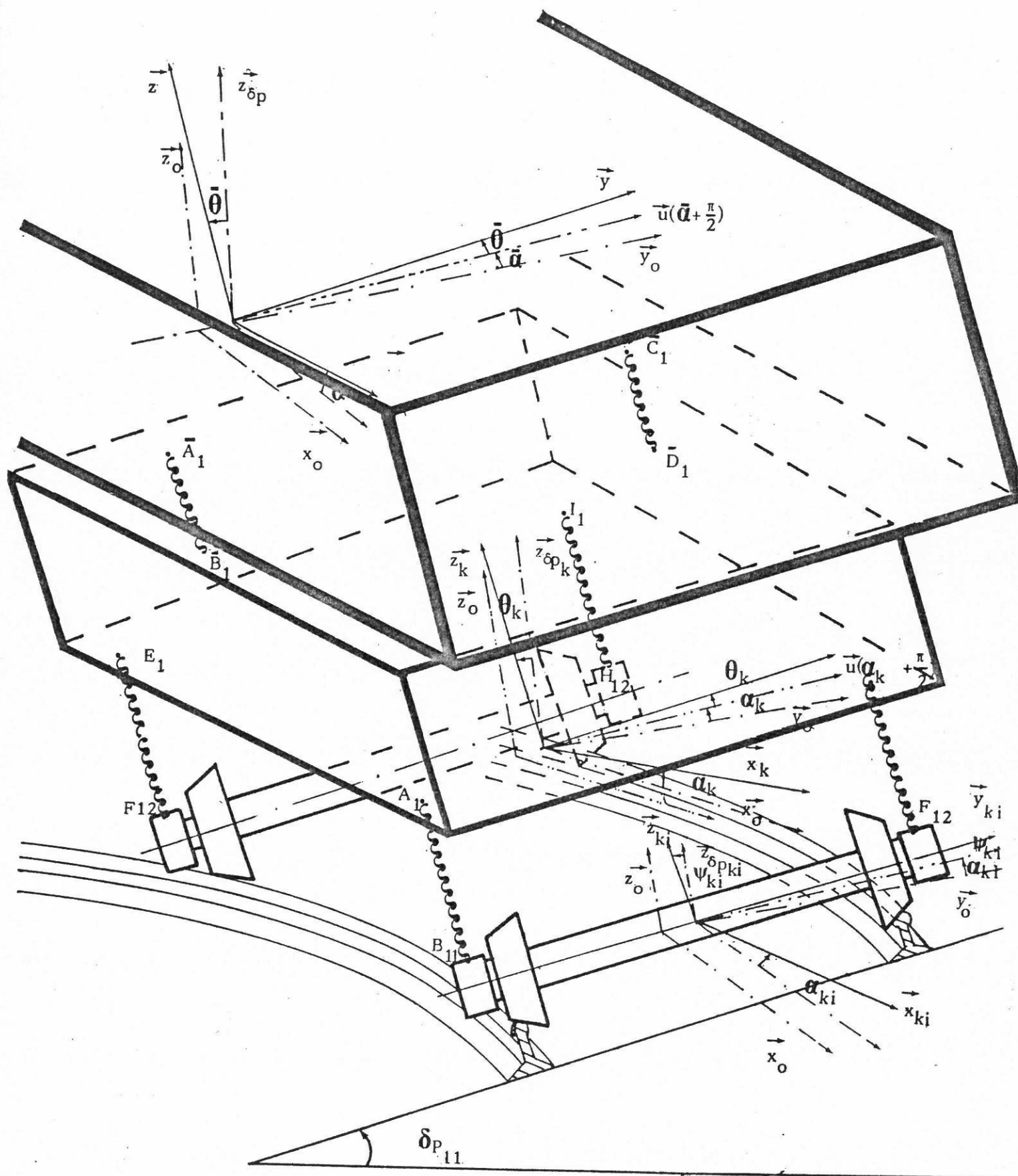
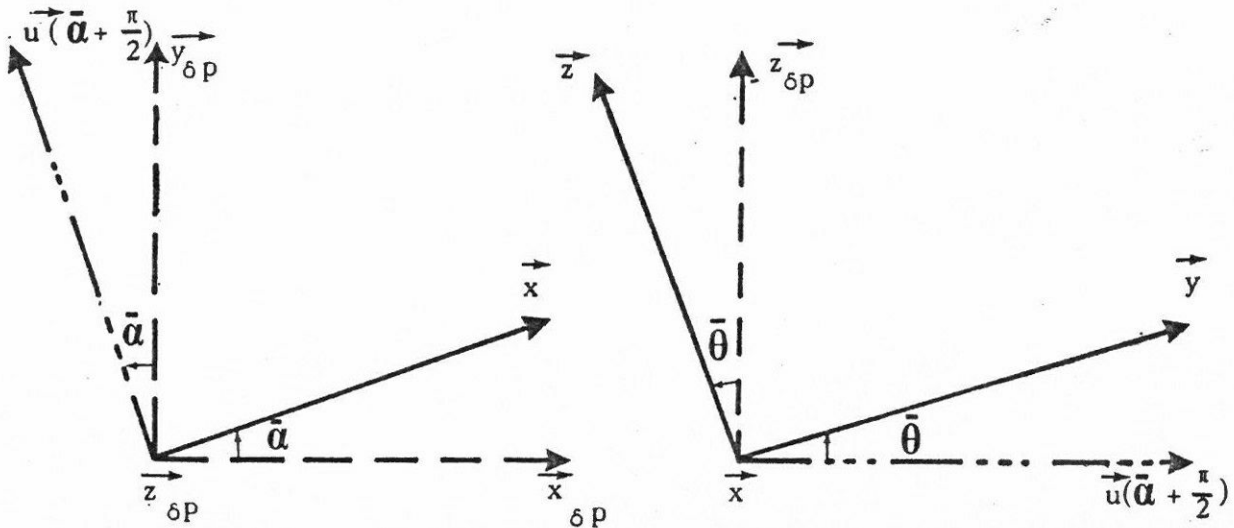


Fig. (18)

R est déduit de $R_{\delta p}$ par deux rotations successives : $\bar{\alpha}$ autour de $\vec{z}_{\delta p}$ et $\bar{\theta}$ autour de \vec{x} .

On posera en outre :

$$\vec{O}_o \vec{G} = \bar{Y} \vec{y}_{\delta p} + \bar{h} \vec{z}$$



	\vec{x}	$\vec{u}(\bar{\alpha} + \frac{\pi}{2})$	$\vec{z}_{\delta p}$
$\vec{x}_{\delta p}$	$\cos \bar{\alpha}$	$-\sin \bar{\alpha}$	\emptyset
$\vec{y}_{\delta p}$	$\sin \bar{\alpha}$	$\cos \bar{\alpha}$	\emptyset
$\vec{z}_{\delta p}$	\emptyset	\emptyset	1

	\vec{x}	\vec{y}	\vec{z}
\vec{x}	1	\emptyset	\emptyset
$\vec{u}(\bar{\alpha} + \frac{\pi}{2})$	\emptyset	$\cos \bar{\theta}$	$-\sin \bar{\theta}$
$\vec{z}_{\delta p}$	\emptyset	$\sin \bar{\theta}$	$\cos \bar{\theta}$

Paramétrage des châssis de bogies

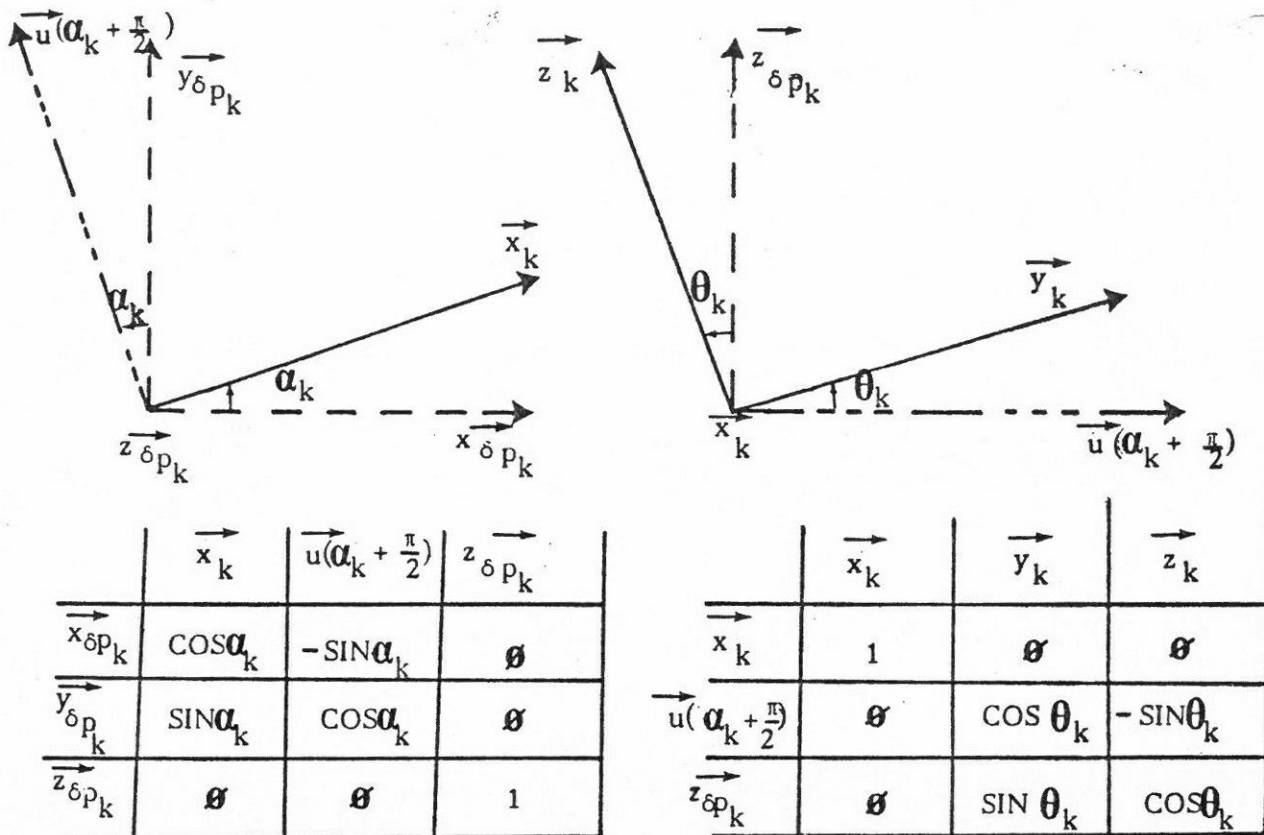
On notera G_k les centres d'inertie des châssis de bogies (C_k).
Les paramètres de la dynamique transversale de (C_k) : Y_k (le ballant), α_k (le lacet), θ_k (le roulis).

De plus $R_k(\vec{x}_k, \vec{y}_k, \vec{z}_k)$, repère mobile lié au solide (C_k), est déduit de $R_{\delta p k}$ par deux rotations successives α_k autour de $\vec{z}_{\delta p k}$ et θ_k autour de \vec{x}_k .

On notera en outre :

$$\vec{O}_{ok} \vec{G}_k = Y_k \vec{y}_{\delta p k} + h_{ok} \vec{z}_k$$

./.



Paramétrage des essieux

On notera G_{ki} les centres d'inertie des essieux (S_{ki}). Les paramètres de la dynamique transversale de (S_{ki}) sont : y_{ki} (le ballant), α_{ki} (le lacet), ψ_{ki} (le roulis).

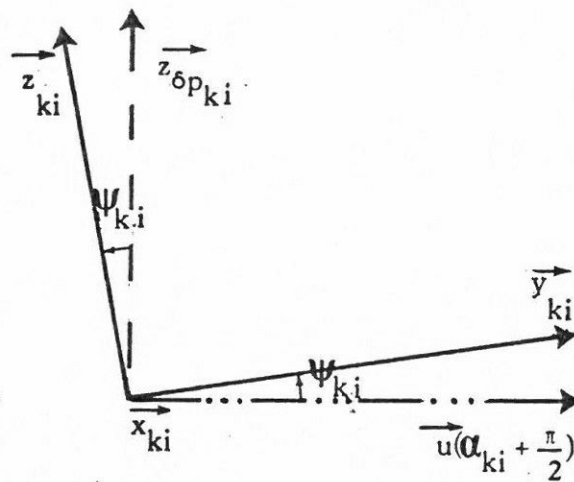
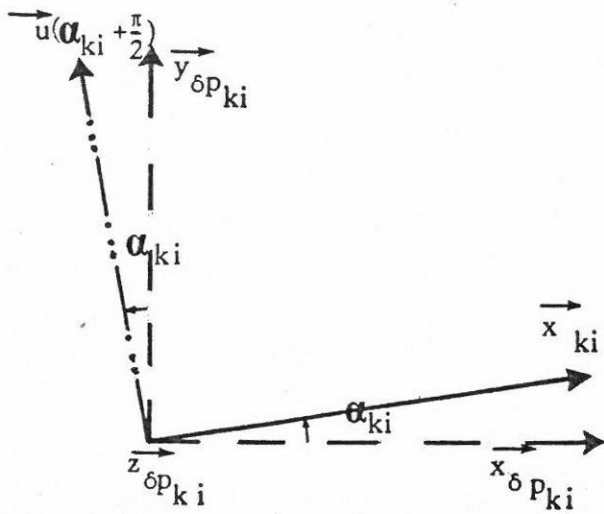
De plus R_{ki} (\vec{x}_{ki} , \vec{y}_{ki} , \vec{z}_{ki}), repère mobile lié au solide (S_{ki}), est déduit de $R_{\delta p_{ki}}$ par deux rotations successives : α_{ki} autour de $\vec{z}_{\delta p_{ki}}$ et ψ_{ki} autour de \vec{x}_{ki} .

On notera en outre :

$$\vec{G}_{oki} \vec{G}_{ki} = y_{ki} \vec{y}_{\delta p_{ki}} + z_{ki} \vec{z}_{\delta p_{ki}}$$

Dans le cas des essieux à pseudoglissement contrôlé et à roues indépendantes on tiendra compte, dans une première approche, du déplacement longitudinal des essieux " x_{ki} ". Ce paramètre (comme on le montrera ultérieurement) est couplé avec les rotations des roues.

./.



	\vec{x}_{ki}	$\vec{u}(\alpha_{ki} + \frac{\pi}{2})$	$\vec{z}_{\delta P_{ki}}$
$\vec{x}_{\delta P_{ki}}$	$\cos \alpha_{ki}$	$-\sin \alpha_{ki}$	\emptyset
$\vec{y}_{\delta P_{ki}}$	$\sin \alpha_{ki}$	$\cos \alpha_{ki}$	\emptyset
$\vec{z}_{\delta P_{ki}}$	\emptyset	\emptyset	1

	\vec{x}_{ki}	\vec{y}_{ki}	\vec{z}_{ki}
\vec{x}_{ki}	1	\emptyset	\emptyset
$\vec{u}(\alpha_{ki} + \frac{\pi}{2})$	\emptyset	$\cos \psi_{ki}$	$-\sin \psi_{ki}$
$\vec{z}_{\delta P_{ki}}$	\emptyset	$\sin \psi_{ki}$	$\cos \psi_{ki}$

Paramétrages des roues

Dans le cas des essieux à pseudoglissement contrôlé et à roues indépendantes il faut considérer, comme en alignement, les angles de rotation des roues (φ_{kij}).

./.

Toutes les matrices de passage, déterminées précédemment, s'écrivent plus simplement dans l'hypothèse des petits angles ($\bar{\alpha}, \bar{\theta}, \alpha_k, \theta_k,$

α_{ki}, ψ_{ki}) :

	\vec{x}	$\vec{u}(\bar{\alpha} + \frac{\pi}{2})$	$\vec{z}_{\delta p}$
$\vec{x}_{\delta p}$	1	$-\bar{\alpha}$	\emptyset
$\vec{y}_{\delta p}$	$\bar{\alpha}$	1	\emptyset
$\vec{z}_{\delta p}$	\emptyset	\emptyset	1

	\vec{x}	\vec{y}	\vec{z}
\vec{x}	1	\emptyset	\emptyset
$\vec{u}(\bar{\alpha} + \frac{\pi}{2})$	\emptyset	1	$-\bar{\theta}$
$\vec{z}_{\delta p}$	\emptyset	$\bar{\theta}$	1

	\vec{x}_k	$\vec{u}(\alpha_k + \frac{\pi}{2})$	$\vec{z}_{\delta p_k}$
$\vec{x}_{\delta p_k}$	1	$-\alpha_k$	\emptyset
$\vec{y}_{\delta p_k}$	α_k	1	\emptyset
$\vec{z}_{\delta p_k}$	\emptyset	\emptyset	1

	\vec{x}_k	\vec{y}_k	\vec{z}_k
\vec{x}_k	1	\emptyset	\emptyset
$\vec{u}(\alpha_k + \frac{\pi}{2})$	\emptyset	1	$-\theta_k$
$\vec{z}_{\delta p_k}$	\emptyset	θ_k	1

	\vec{x}_{ki}	$\vec{u}(\alpha_{ki} + \frac{\pi}{2})$	$\vec{z}_{\delta p_{ki}}$
$\vec{x}_{\delta p_{ki}}$	1	$-\alpha_{ki}$	\emptyset
$\vec{y}_{\delta p_{ki}}$	α_{ki}	1	\emptyset
$\vec{z}_{\delta p_{ki}}$	\emptyset	\emptyset	1

	\vec{x}_{ki}	\vec{y}_{ki}	\vec{z}_{ki}
\vec{x}_{ki}	1	\emptyset	\emptyset
$\vec{u}(\alpha_{ki} + \frac{\pi}{2})$	\emptyset	1	$-\psi_{ki}$
$\vec{z}_{\delta p_{ki}}$	\emptyset	ψ_{ki}	1

2 - E T U D E D U C O N T A C T
R A I L - R O U E

2.1 - ETUDE GEOMETRIQUE DU CONTACT RAIL-ROUE

2.1.1 - GENERALITES

Dans les applications de la théorie de CARTER[15] l'étude géométrique du contact rail-roue était pratiquement inexistante, étant donné la simplicité du modèle adopté ; roues coniques, rails assimilés à des fils rigides. Lorsque l'essieu se déplaçait latéralement d'une quantité "y" dans la voie, le point de contact restait inchangé sur le rail et se déplaçait de "y" sur la roue.

Ces résultats ne sont évidemment plus valables si l'on considère les formes réelles de la roue et du rail. A un déplacement de l'essieu correspond alors un double déplacement du point de contact, d'une part sur le rail, d'autre part sur la roue.

La fig. 19 donne les caractéristiques géométriques des profils d'une roue et d'un rail UIC (en mm).

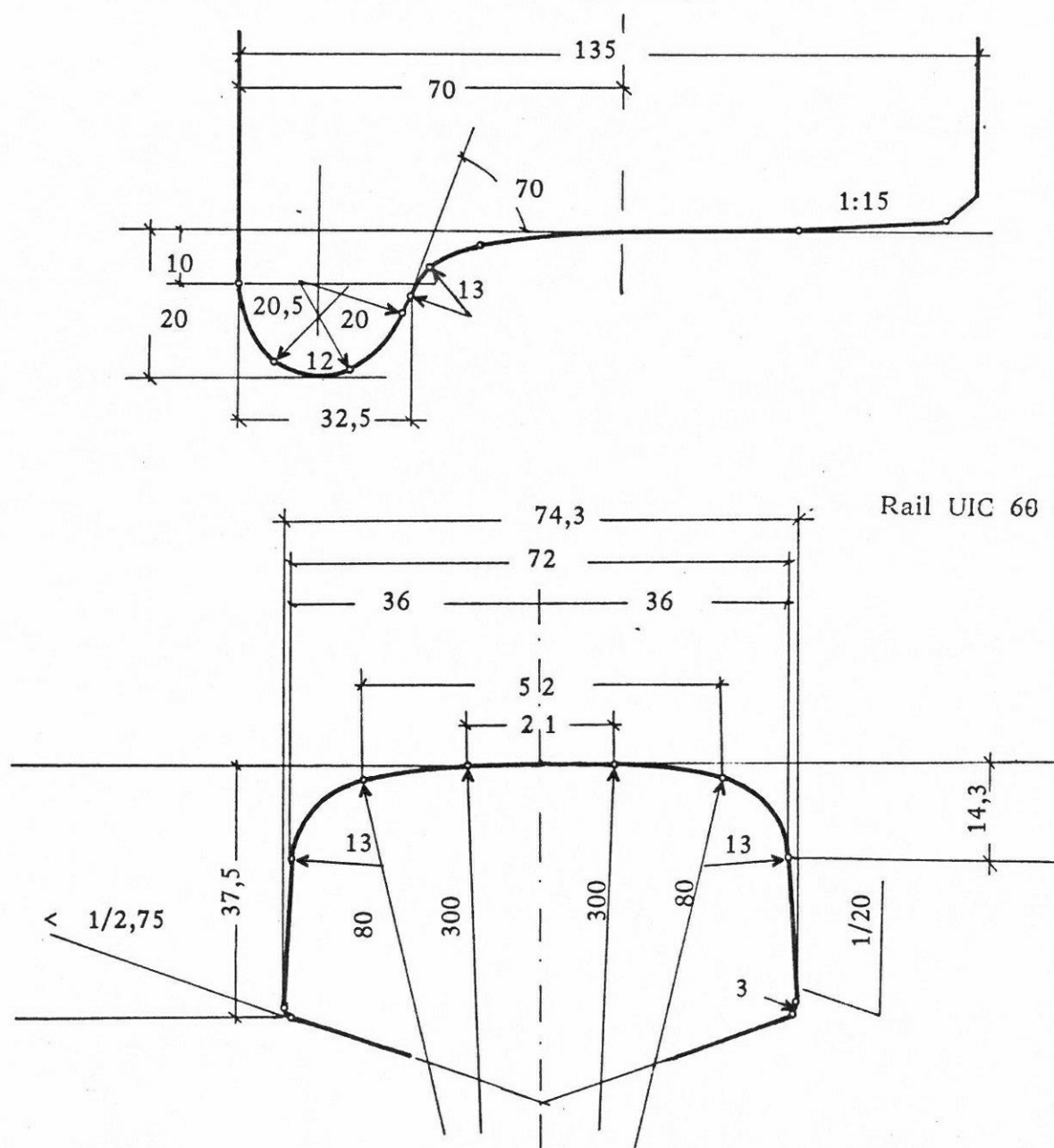


Fig. : 19 Caractéristiques géométriques d'une roue et d'un rail UIC

On va déterminer les principaux paramètres qui influent sur la résolution géométrique du contact rail-roue. Cette résolution nous fournira les "relations linéarisées" permettant d'évaluer, en particulier, les distances entre le centre d'inertie de l'essieu et les points de contact ainsi que les rayons au roulement en fonction des coordonnées de positionnement de l'essieu dans la voie, c'est-à-dire des relations de la forme :

$$e_{ij} = f(y_i, \alpha_i)$$

$$r_{ij} = g(y_i, \alpha_i)$$

avec :

y_i : déplacement transversal de l'essieu (i) dans la voie

α_i : rotation de l'essieu (i) autour d'un axe vertical

e_{ij} : distance entre le centre d'inertie de l'essieu (i) et le point de contact roue-rail I_{ij}

r_{ij} : rayon de roulement de la roue (ij) de l'essieu (i) au point de contact I_{ij}

2.1.2 - HYPOTHESES

On utilisera les résultats de l'étude géométrique du contact rail-roue obtenus par R. JOLY [16, 17]. Cette étude théorique généralise le cas du bicône. Elle aboutit à des relations qui, tout en restant linéaires, offrent l'avantage d'une plus grande précision. Elles permettent de tenir compte d'une usure éventuelle des roues et donc de mieux représenter les profils réels des roues et des rails.

Les hypothèses principales de l'étude de R. JOLY sont les suivantes :

- Les profils réels de la roue et du rail sont remplacés au voisinage des points de contact par leurs cercles osculateurs respectifs, de sorte que l'étude géométrique se ramène en fait au contact de deux profils circulaires. (fig. 20)

R' : rayon de courbure du rail

R : rayon de courbure de la roue

- L'essieu étant en position centrée dans la voie, on désignera par : (fig.20a)

γ_0 : l'inclinaison du plan tangent commun sur l'horizontale

r_0 : rayon de roulement

$2e_0$: distance transversale entre les points de contact.

Au cours du mouvement de l'essieu dans la voie (translation ou rotation d'axe vertical) ces quantités deviennent respectivement : $\gamma_1, \gamma_2, r_1, r_2, e_1, e_2$, (fig.20b)

Par ailleurs, au cours de son déplacement l'essieu s'incline d'un angle ψ , tandis que son centre d'inertie s'élève ou s'abaisse d'une quantité z (fig.20b)

Fig. : 20 a Essieu en position centrée

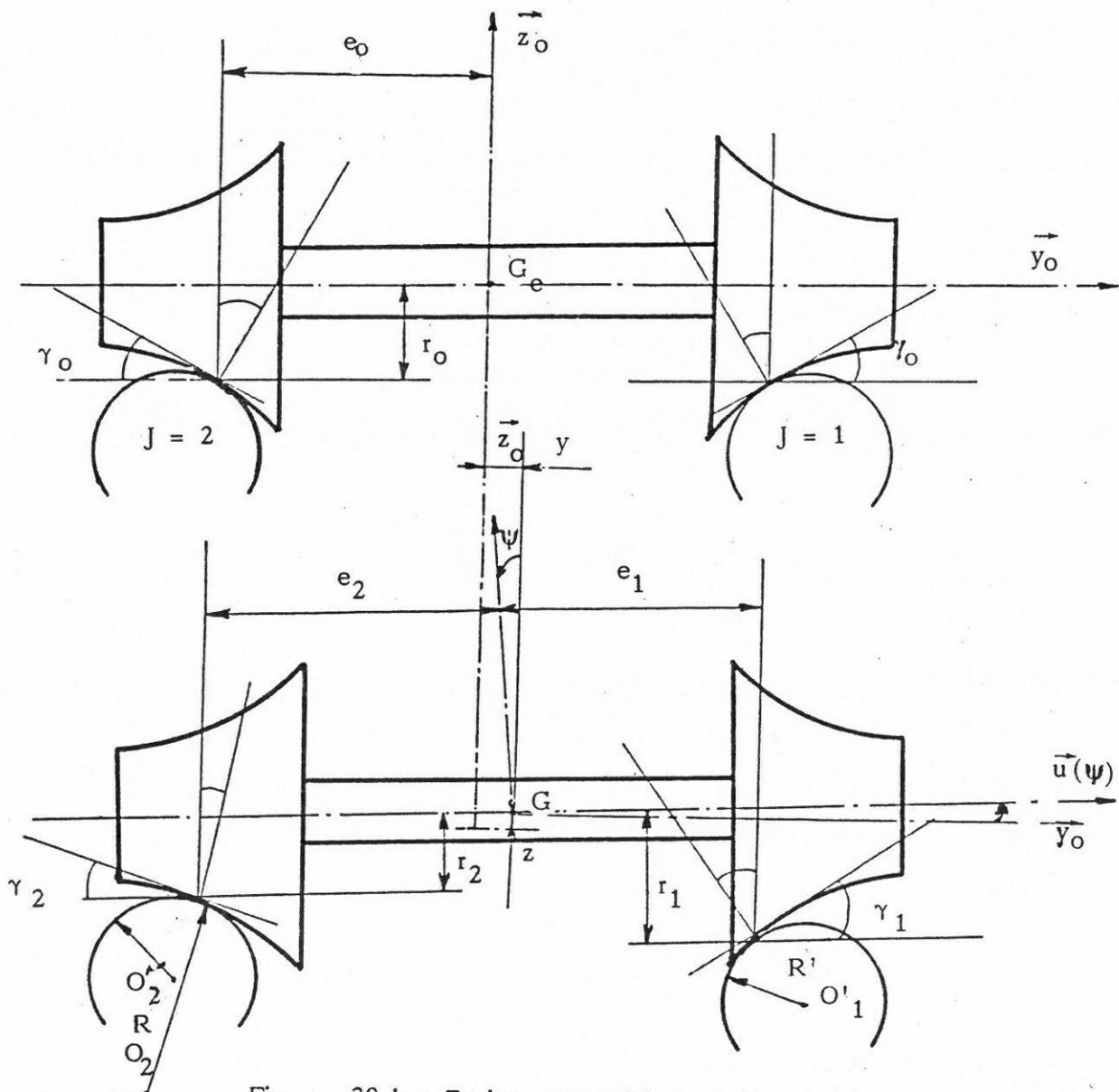


Fig. : 20 b : Essieu en position quelconque

- Comme on le verra ultérieurement, la rotation " α " de l'essieu n'a qu'une influence secondaire sur la variation des quantités $e_j, r_j, \gamma_j, \psi, z$. Elle intervient au second ordre dans leurs expressions et ne crée pratiquement qu'un déplacement des points de contact, ainsi qu'une variation de hauteur du centre d'inertie. C'est pourquoi on considère séparément l'influence de la translation " y " et de la rotation " α " de l'essieu ; ceci simplifie la résolution algébrique du problème sans modifier les résultats obtenus.
- Les paramètres de position seront considérés comme des infiniments petits du premier ordre.

2.1.3 - INFLUENCE DE LA TRANSLATION " y "

Le problème est le suivant : connaissant le déplacement transversal " y " de l'essieu, il s'agit d'exprimer les quantités :

r_j, e_j, γ_j, ψ et z

le problème ainsi posé comporte 8 inconnues.

Roue gauche ($j = 1$)

Désignons par A_1 et B_1 les points appartenant respectivement à la roue et au rail qui sont en contact quand l'essieu est centré dans la voie

Désignons par I_1 le point de contact à un instant quelconque (fig.21) ; le calcul des déplacements $\overrightarrow{A_1 B_1}, \overrightarrow{A_1 I_1}, \overrightarrow{B_1 I_1}$

- d'une part, dans un repère lié à l'essieu,

- d'autre part, dans un repère lié à la voie,

fournit 6 équations scalaires permettant d'exprimer les paramètres du contact rail-roue en fonction du déplacement transversal de l'essieu dans la voie. On obtient :

$$y + r_0 \psi = (R - R')(\gamma_1 - \gamma_0) - R \psi \quad (1)$$

$$z + e_0 \psi = \frac{R - R'}{2} (\gamma_1^2 - \gamma_0^2) - R \psi \gamma_0 \quad (2)$$

$$y + (e_1 - e_0) + r_1 \psi = R'(\gamma_0 - \gamma_1) \quad (3)$$

$$z + (r_0 - r_1) + e_1 \psi = \frac{R'}{2} (\gamma_0^2 - \gamma_1^2) \quad (4)$$

Roue droite ($j = 2$)

Compte tenu des symétries évidentes, il suffit de remplacer dans les expressions (1) à (4) :

e_0 par $-e_0$, e_1 par $-e_2$, r_1 par r_2

γ_0 par $-\gamma_0$ et γ_1 par γ_2

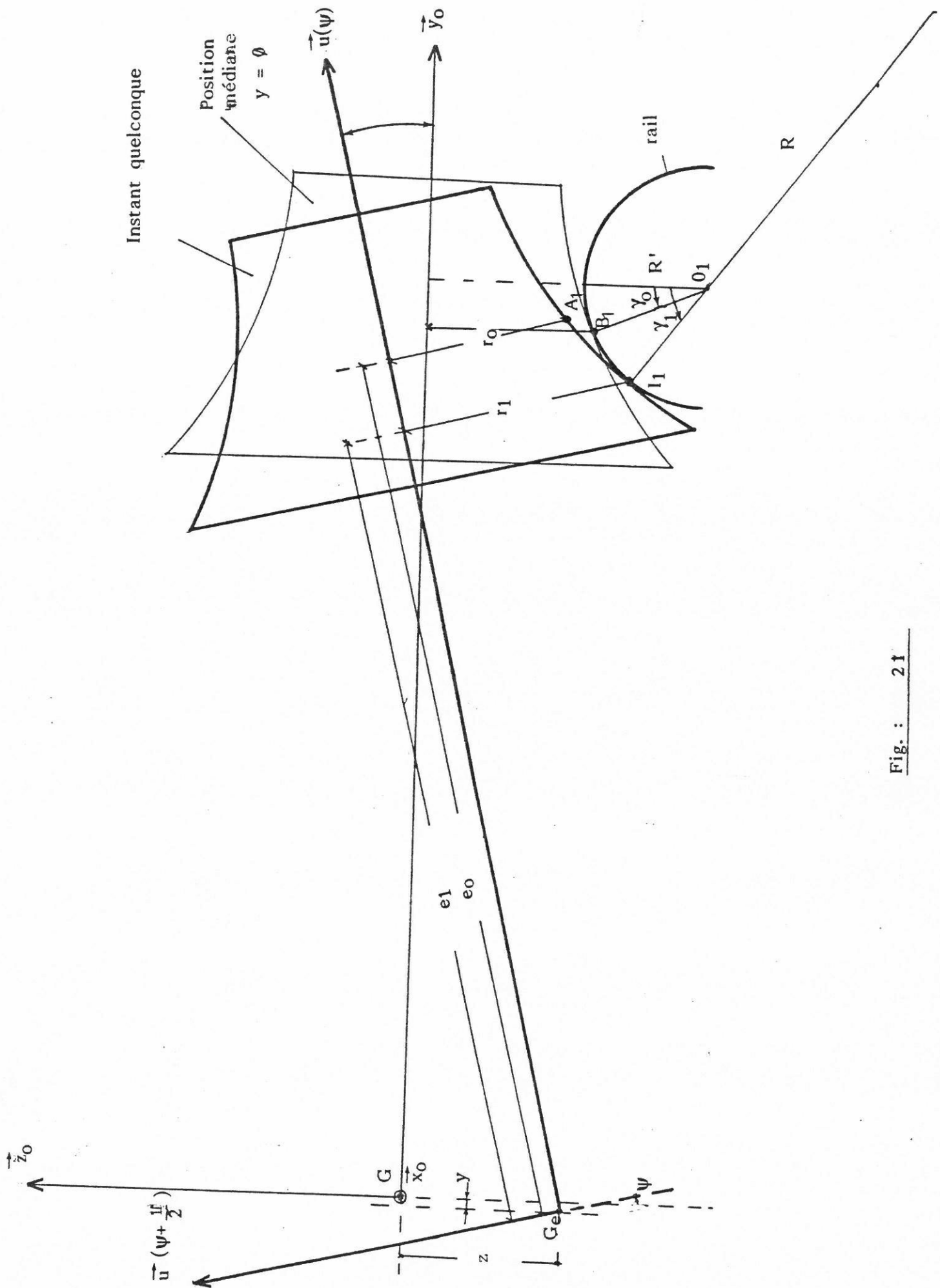


Fig. : 21

On obtient les relations ci-après :

$$y + r_0 \psi = (R - R') (\gamma_2 + \gamma_0) - R \psi \quad (5)$$

$$z - e_0 \psi = \frac{R - R'}{2} (\gamma_2^2 - \gamma_0^2) + R \psi \gamma_0 \quad (6)$$

$$y + (e_0 - e_2) + r_2 \psi = -R'(\gamma_2 + \gamma_0) \quad (7)$$

$$z + (r_0 - r_2) - e_2 \psi = \frac{R'}{2} (\gamma_0^2 - \gamma_2^2) \quad (8)$$

La résolution de ce système linéaire de 8 équations permet d'exprimer les grandeurs caractéristiques du contact rail-roue, en fonction de "y".

On a :

$$\psi = \left(\frac{\gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) y \quad (9)$$

$$z = \frac{y^2}{2(R - R')} \left(\frac{e_0 + R \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right)^2 \quad (10)$$

$$e_1 = e_0 - \frac{R}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R' \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) y \quad (11)$$

$$e_2 = e_0 + \frac{R}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R' \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) y \quad (12)$$

$$r_1 = r_0 + \frac{R \gamma_0}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R' \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) y \quad (13)$$

$$r_2 = r_0 - \frac{R \gamma_0}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R' \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) y \quad (14)$$

$$\gamma_1 = \gamma_0 + \frac{1}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) y \quad (15)$$

$$\gamma_2 = -\gamma_0 + \frac{1}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) y \quad (16)$$

2.1.4 - INFLUENCE DE LA ROTATION " α "

Contrairement à l'étude de géométrie plane (variable y), la recherche des quantités géométriques sur lesquelles l'influence de la rotation de l'essieu est prépondérante, conduit à la résolution d'un problème de géométrie dans l'espace. Cette rotation produit en effet, un déplacement tridimensionnel des points de contact, et ceux-ci ne restent pas dans un plan vertical contenant l'axe de l'essieu. Il en résulte une augmentation du nombre des inconnues, en particulier, les positions longitudinales des points de contact.

On conserve les mêmes notations, " Ψ " désignant toujours la rotation de l'essieu par rapport à l'axe longitudinal et " z " la hauteur de son centre d'inertie tel que $\vec{G_e G} = z \vec{z_0}$; le point G coïncide avec G_e quand l'essieu est centré dans la voie.

Les rotations " α " et " Ψ " sont mesurées par rapport au repère $G_e x_0 y_0 z_0$, tandis que $G x y z$ est lié à l'essieu (fig. 22).

$$\text{On a } \vec{G_e I_j} = x_j \vec{x_0} + y_j \vec{y_0} + z_j \vec{z_0}$$

pour les points liés aux rails.

Les coordonnées cylindro-polaires r_j , z_j , e_j des points de contact roue-rail permettent de définir leurs positions sur l'essieu

$$\vec{G I_j} = -r_j \sin \epsilon_j \vec{x} \pm e_j \vec{y} - r_j \cos \epsilon_j \vec{z} \quad (17)$$

La méthode de résolution utilisée s'inspire d'une théorie plus générale décrite par DE.PATER [18]

La méthode consiste à :

- d'une part, écrire que chaque point de contact appartient à la surface du rail, et à celle de la roue,
- d'autre part, traduire mathématiquement la coïncidence du plan tangent au rail et du plan tangent à la roue, ou, ce qui revient au même, évaluer les cosinus directeurs des normales à ces plans tangents.

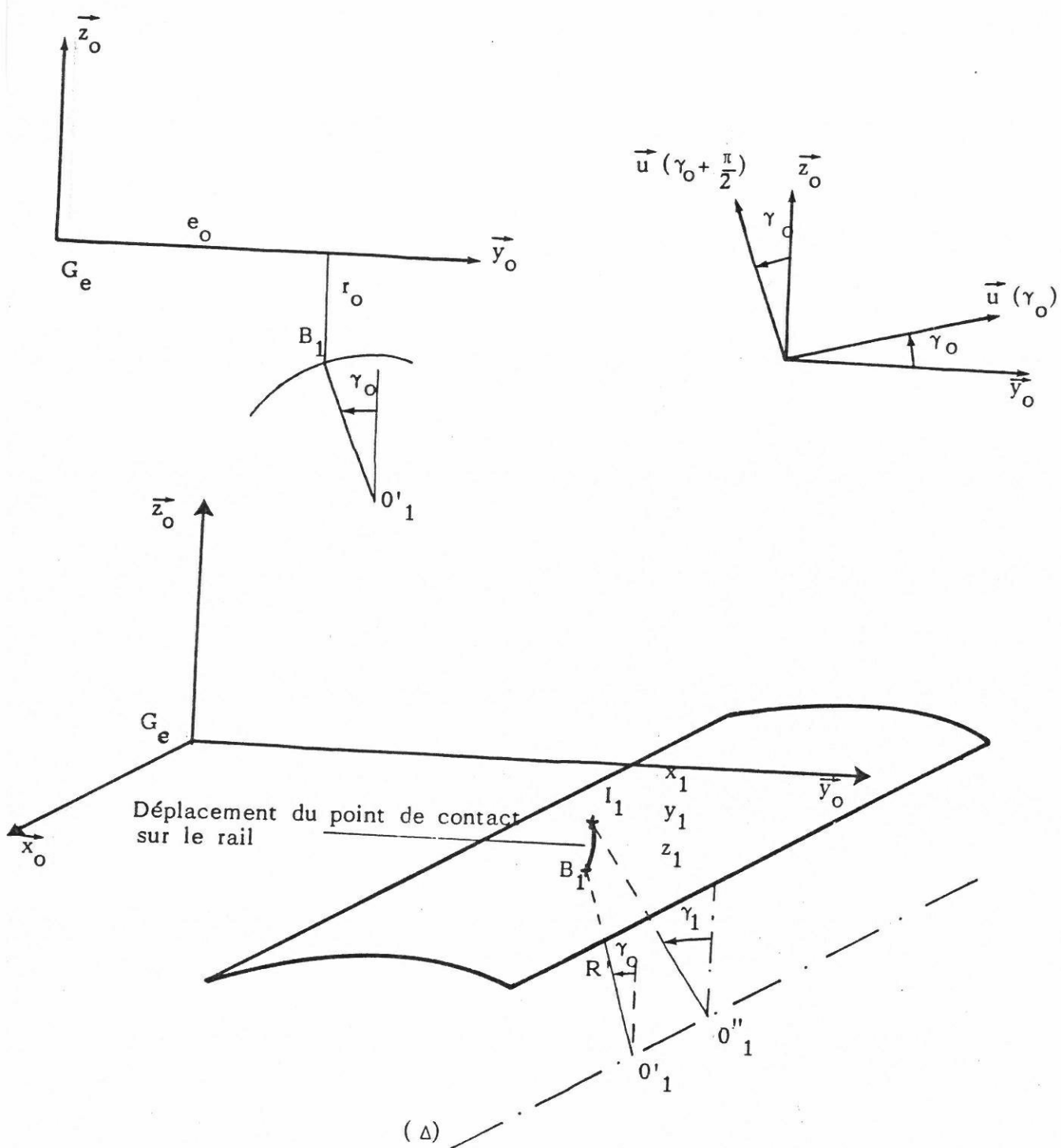


Fig. : 23

Les calculs sont effectués en conservant les termes du second ordre, on n'aura recours à la linéarisation que si cela est nécessaire pour la résolution du système.

L'étude des figures 23, 22 permet après des développements mathématiques assez longs d'obtenir un certain nombre de relations permettant d'exprimer les principaux paramètres du contact rail-roue en fonction de la rotation " α " de l'essieu dans la voie.

On donne les résultats obtenus :

$$\psi = 0 \quad (18)$$

$$\gamma_1 = -\gamma_0 + \left[\frac{(R + 2r_0)\gamma_0 - e_0}{2(R - R')} \right] \alpha^2 \quad (19)$$

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = -\gamma_0 \alpha \quad (20)$$

$$\gamma_2 = -\gamma_0 - \left[\frac{(R + 2r_0)\gamma_0 - e_0}{2(R - R')} \right] \alpha^2 \quad (21)$$

$$z = \frac{\gamma_0}{2} \left[(R + 2r_0)\gamma_0 - e_0 \right] \alpha^2 \quad (22)$$

$$r_1 = r_0 + \frac{R\gamma_0}{R - R'} \left[(R + 2r_0)\gamma_0 - e_0 \right] \frac{\alpha^2}{2} \quad (23)$$

$$e_1 = e_0 + \frac{R}{R - R'} \left[e_0 - (R' + 2r_0)\gamma_0 \right] \frac{\alpha^2}{2} \quad (24)$$

$$r_2 = r_0 + \frac{R\gamma_0}{R - R'} \left[(R + 2r_0)\gamma_0 - e_0 \right] \frac{\alpha^2}{2} \quad (25)$$

$$e_2 = e_0 + \frac{R}{R - R'} \left[e_0 - (R' + 2r_0)\gamma_0 \right] \frac{\alpha^2}{2} \quad (26)$$

Ces résultats du second ordre en α seront négligés devant les composantes en y , sauf en ce qui concerne l'expression de z .

2.1.5 - RESULTATS DEFINITIFS DE L'ETUDE GEOMETRIQUE

Les expressions définitives des résultats de l'étude géométrique tenant compte à la fois de la translation "y" et de la rotation "α" sont obtenues en additionnant les résultats obtenus précédemment :

$$e_1 = e_o - \frac{R}{R - R'} \left(\frac{e_o + R' \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) y \quad (27)$$

$$e_2 = e_o + \frac{R}{R - R'} \left(\frac{e_o + R' \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) y \quad (28)$$

$$r_1 = r_o + \frac{R \gamma_o}{R - R'} \left(\frac{e_o + R' \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) y \quad (29)$$

$$r_2 = r_o - \frac{R \gamma_o}{R - R'} \left(\frac{e_o + R' \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) y \quad (30)$$

$$\gamma_1 = \gamma_o + \frac{1}{R - R'} \left(\frac{e_o + R \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) y \quad (31)$$

$$\gamma_2 = -\gamma_o + \frac{1}{R - R'} \left(\frac{e_o + R \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) y \quad (32)$$

$$\psi = \left(\frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right) y \quad (33)$$

$$z = \frac{y^2}{2(R - R')} \left(\frac{e_o + R \gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \right)^2 - \gamma_o \left[e_o - (R + 2r_o) \gamma_o \right] \frac{\alpha^2}{2} \quad (34)$$

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = -\gamma_o \alpha \quad (35)$$

En posant :

$$\Gamma = \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \quad (36)$$

./.

$$\mathfrak{E}_0 = e_0 - (R + 2r_0) \gamma_0 \quad (37)$$

$$\zeta = \frac{1}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R' \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right)^2 \quad (38)$$

Les relations (33), (34) deviennent respectivement :

$$\Psi = \Gamma y \quad (39)$$

$$z = \frac{1}{2} \zeta y^2 - \frac{1}{2} \gamma_0 \mathfrak{E}_0 a^2 \quad (40)$$

En posant :

$$\gamma_e = \frac{R \gamma_0}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R' \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right) \quad (41)$$

et en retranchant les relations (29), (30) on obtient :

$$r_1 - r_2 = 2 \gamma_e y \quad (42)$$

$$\text{Les quantités } \frac{e_0 + R' \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \quad \text{et} \quad \frac{e_0 + R \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0}$$

sont peu différentes de 1.

Les relations (41) et (38) deviennent respectivement :

$$\gamma_e = \frac{R \gamma_0}{R - R'} \quad (43)$$

$$\zeta = \frac{1}{R - R'} \quad (44)$$

En combinant les relations (43), (44) on obtient :

$$\zeta = \frac{\gamma_e}{R \gamma_0} \quad (45)$$

2.1.6 - COMMENTAIRES SUR LES RESULTATS THEORIQUES

- La quantité
$$\frac{R\gamma_o}{R-R'} \left(\frac{e_o + R'\gamma_o}{e_o - r_o\gamma_o} \right) \approx \frac{R}{R-R'} \gamma_o$$

est appelée "conicité équivalente" γ_e . Elle est supérieure à celle définie comme le demi-angle au sommet du bicône γ_o (fig.19a) ; le facteur $\frac{R}{R-R'} \left(\frac{e_o + R'\gamma_o}{e_o - r_o\gamma_o} \right)$ étant > 1 pour des valeurs de γ_o faibles.

Dans le cas des roues coniques ($R = \infty$) on a :

$$\gamma_e = \frac{\gamma_o}{1 - \frac{R'}{R}} = \gamma_o$$

La conicité équivalente caractérise, à elle seule, la géométrie de contact rail-roue. Sa valeur dépend, en particulier, de la différence des rayons de courbure de la roue R et du rail R' . Comme l'expérience montre que le rayon de courbure du rail évolue peu dans le temps, on peut dire que la conicité équivalente est représentative du profil au roulement des roues d'un essieu ; ce profil variant avec le parcours des essieux donc avec le temps.

Comme on le verra plus loin, la conicité équivalente γ_e intervient dans les expressions analytiques des forces de pseudoglisement qui prennent naissance dans les aires de contact roue-rail, d'où l'influence importante de ce paramètre sur le comportement dynamique d'un véhicule ferroviaire.

- La force de rappel de pesanteur est donnée approximativement par la relation suivante (fig. 24) (voir annexe 1)

$$S_p = -N \operatorname{tg} (\gamma_1 + \gamma_2) \approx -2 N \zeta y \quad (46)$$

$$\text{avec } N : \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g / 2 \quad (47)$$

(charge normale par roue)

./.

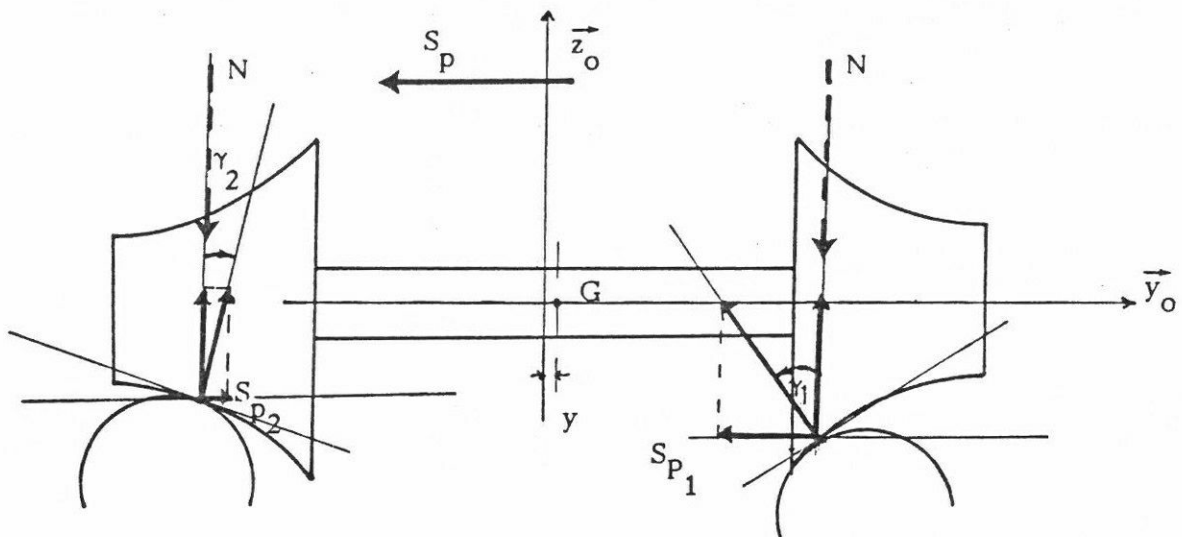


Fig : 24

Cette force joue un rôle important sur la stabilité et le positionnement d'un essieu dans la voie.

Remarque

Dans le cas de roues coniques on a :

$R = \infty$, $\gamma_1 + \gamma_2 = 0$ ce qui donne $S_p = 0$

Avec des roues ayant un profil conique on a un rappel de pesanteur nul.

Remarque importante

Les résultats obtenus dans l'étude géométrique du contact rail-roue sont valables pour toutes les technologies de guidage envisagées dans cette étude. En effet, dans ces technologies, l'ensemble "roues-essieu axe" est solidaire en "y" et "α".

2.1.7 - ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ETUDE GEOMETRIQUE

La formule analytique $\gamma_e = \frac{R\gamma_0}{R - R'}$

étant d'une utilisation limitée (difficultés pour mesurer avec précision R et R'), il était indispensable, compte tenu de la très grande influence de ce paramètre sur la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire, de connaître avec précision la "conicité équivalente réelle" qui définit, à un instant donné, la géométrie de contact d'un essieu donné circulant sur une voie connue.

En conséquence, R.JOLY [16] a réalisé un appareillage de mesure spécial (composé essentiellement de 2 règles) permettant de relever avec une très grande précision, de l'ordre du 1/100 de mm, les profils respectifs des roues et des rails. Les mesures effectuées, d'une manière discrète, à l'aide de comparateurs sont ensuite transformées en courbes continues.

Un programme de calcul sur ordinateur permet ensuite de déterminer les points de contact rail-roue, et de calculer la différence des rayons de roulement pour différentes positions de l'essieu dans la voie. A partir des résultats obtenus il est possible, à l'aide de la relation $r_1 - r_2 = 2\gamma_e y$, et en utilisant une méthode de linéarisation (méthode des moindres carrés) de déterminer la conicité équivalente γ_e .

De plus, au moyen d'une installation relativement simple, il est possible de déterminer expérimentalement l'influence des caractéristiques géométriques de la voie sur la conicité équivalente (écartement de la voie, angle de pose, rayons de courbure), d'étudier l'évolution des zones de contact rail-roue et de suivre, dans le temps, l'usure des roues.

De tels appareillages et de telles méthodes de mesure ont été développés par plusieurs réseaux de chemins de fers - S.N.C.F., B.R. (réseau anglais), D.B. (réseau allemand).

La figure 25 donne, pour un essieu du T.G.V. expérimental 001 les variations de $r_1 - r_2 = f(y)$ pour trois parcours différents.

La fig. 26 donne pour une locomotive électrique (CC 6531 ; $V = 200$ km/h, profil des roues S 1002) les variations de γ_e en fonction de l'écartement de la voie pour différents parcours d'essieux.

La conicité équivalente augmente avec le parcours des essieux et diminue quand l'écartement de la voie augmente.

La figure 27 donne pour les deux roues de l'essieu 1, du bogie 1 de la rame expérimentale TGV 001, et pour différents parcours, la position des zones de contact.

Pour des parcours faibles de l'essieu, le contact rail-roue a lieu :

- sur la roue : à droite ou au voisinage du cercle de roulement théorique,
- sur le rail : en un point où le rayon de courbure est égal à 0,300 m (U.60).

Pour des parcours plus importants, le contact s'effectue :

- sur la roue : sur une zone proche du congé de raccordement
- sur le rail : en un point où le rayon de courbure est égal à 0,060 m.

Dans le premier cas, on a une conicité équivalente faible, dans le deuxième, une conicité beaucoup plus élevée.

Les résultats expérimentaux obtenus avec l'appareillage décrit auparavant montrent que pour des essieux ayant un parcours inférieur à 250 000 km on a une variation linéaire de la conicité équivalente en fonction du déplacement transversal y , ce qui confirme à posteriori les hypothèses faites pour une étude linéaire de la géométrie de contact rail-roue.

Suivant les conditions de vitesse, les parcours des essieux entre deux reprofilages successifs peuvent atteindre 300 000 km à 350 000 km.

Au-delà d'un parcours supérieur à 250 000 km, l'usure de la roue étant importante, les résultats expérimentaux ne peuvent plus être interprétés par une estimation linéaire.

TGV 001 - VOIE 1 - RAIL U36 (pose 1/20)
PK 79,080 Ecartement 1438, 18

	Parcours de l'essieu	γ_e
1	Ø km	0,011
2	27 066 km	0,035
3	51 791 km	0,062

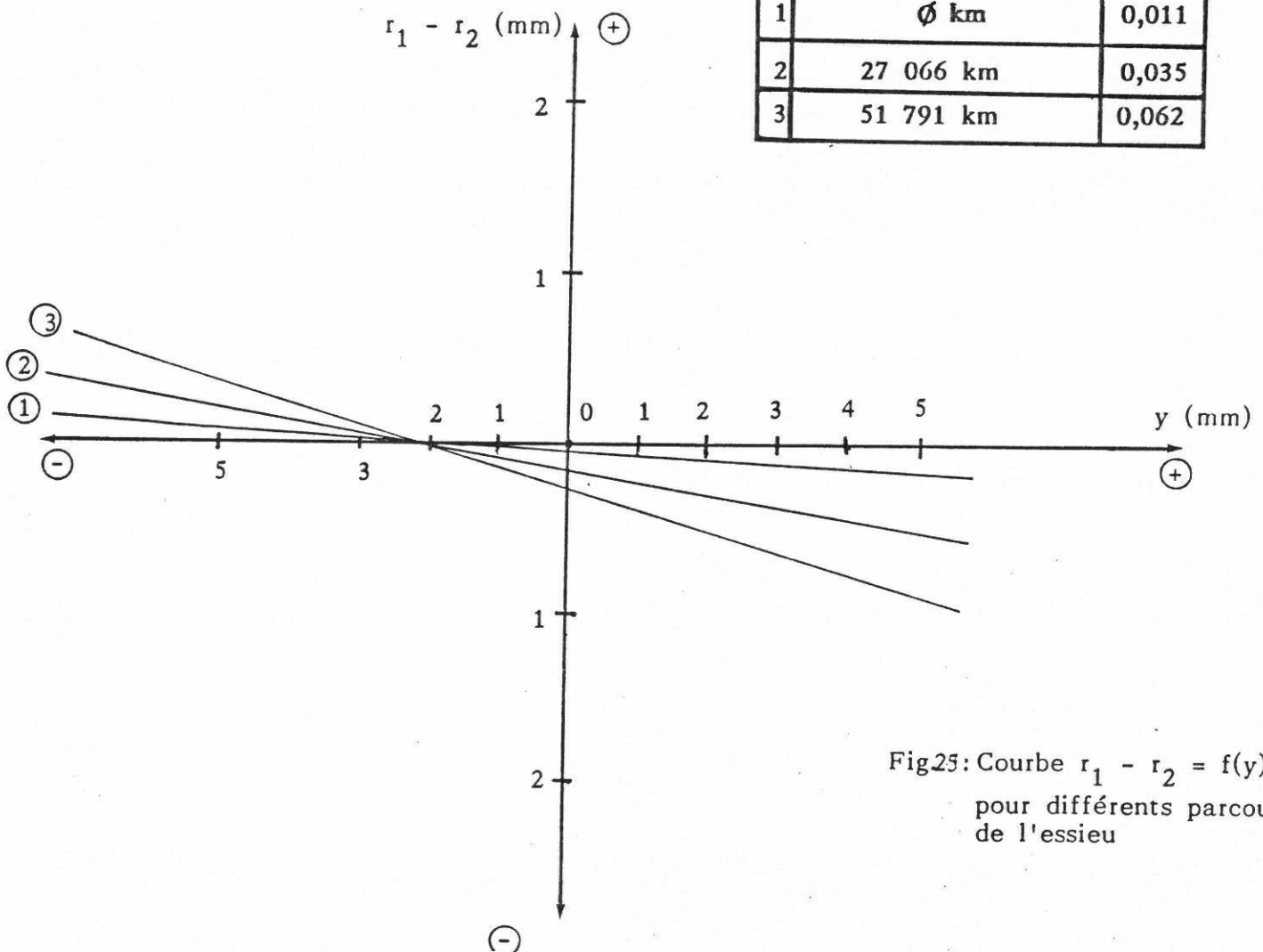
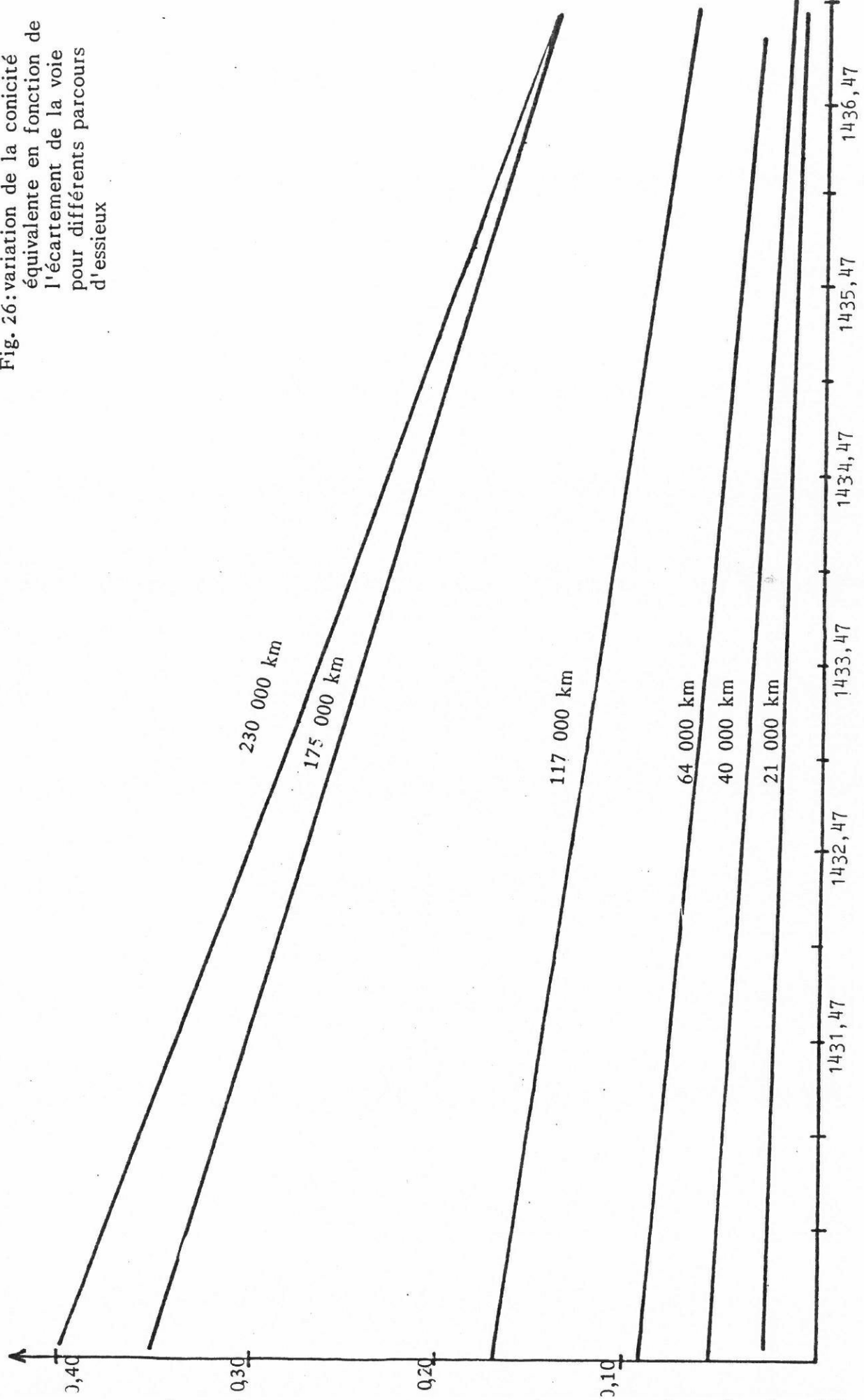


Fig25: Courbe $r_1 - r_2 = f(y)$
pour différents parcours
de l'essieu

Conicité équivalente (γ_e)

Fig. 26: variation de la conicité équivalente en fonction de l'écartement de la voie pour différents parcours d'essieux



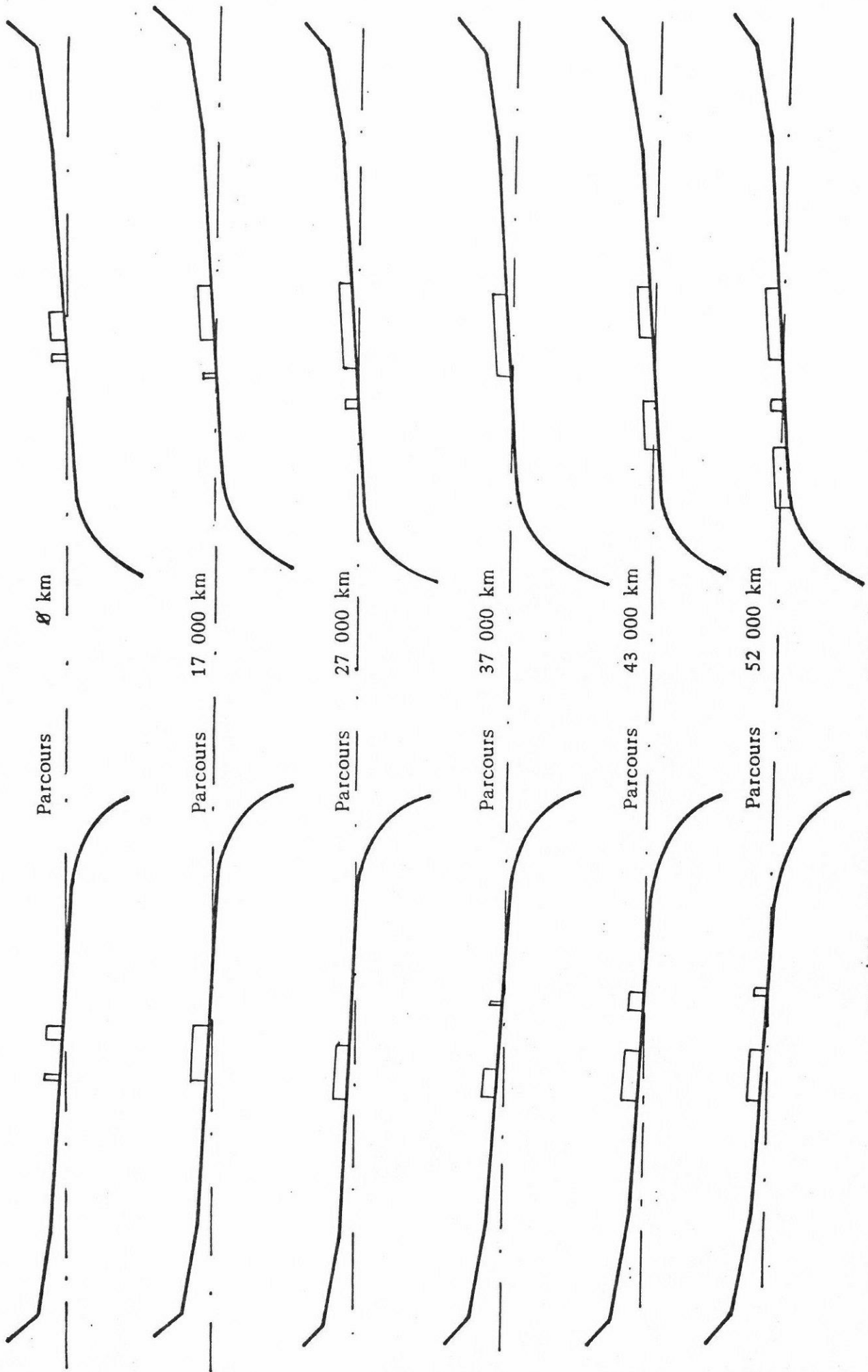


Fig. 27 : Evolution des zones de contact rail-roue en fonction du parcours

2.2 - ETUDE DES ACTIONS DE CONTACT RAIL-ROUE

2.2.1- CIRCULATION EN ALIGNEMENT

2.2.1.1 - Hypothèses - Théorie linéaire de KALKER

Pour l'étude de la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire en alignement on utilisera les résultats de la théorie linéaire de KALKER [19] qui consiste à adopter une loi de proportionnalité entre le glissement réduit et les coefficients du torseur des actions de contact. Cette théorie, qui fait l'objet d'une thèse de Doctorat à l'Université de DELFT, définit pour deux corps cylindriques en mouvement, l'un par rapport à l'autre, des coefficients de pseudo-glissement latéral et longitudinal ; elle montre également l'influence du moment de pivotement (spin) sur la composante latérale du torseur des actions de contact.

Deux corps cylindriques roulant l'un sur l'autre subissent des déformations élastiques superficielles au voisinage du point de contact ; ces déformations intéressent une aire de contact dont le contour est en général elliptique.

Selon KALKER, le torseur des actions de contact rail-roue défini, en projection sur le plan tangent commun par la résultante et en projection sur la normale au plan tangent commun au point de contact, par le moment a en chaque point les composantes suivantes :

$$X_j = - C_{11} \vec{v}_j \cdot \vec{x}_o \quad (48)$$

$$T_j = - C_{22} \vec{v}_j \cdot \vec{u}(\gamma_j) - C_{23} \Phi_j \quad (49)$$

$$M_j = C_{23} \vec{v}_j \cdot \vec{u}(\gamma_j) - C_{33} \Phi_j \quad (50)$$

Dans ces expressions, les coefficients C_{ij} que nous appellerons coefficients de pseudoglisement, dépendent des modules d'élasticité transversale et des coefficients de POISSON des matériaux en présence, ainsi que des dimensions de l'ellipse de contact ($2a$, $2b$) calculées à partir des théories de HERTZ [20] et de KALKER.

\vec{v}_j : représente le vecteur "glissement réduit" au point de contact (I_j)

Φ_j : désigne le spin en ce même point.

Les vecteurs \vec{x}_0 et $\vec{u}(\gamma_j)$ définissent le plan tangent commun au point de contact I_j . (Fig. 28)

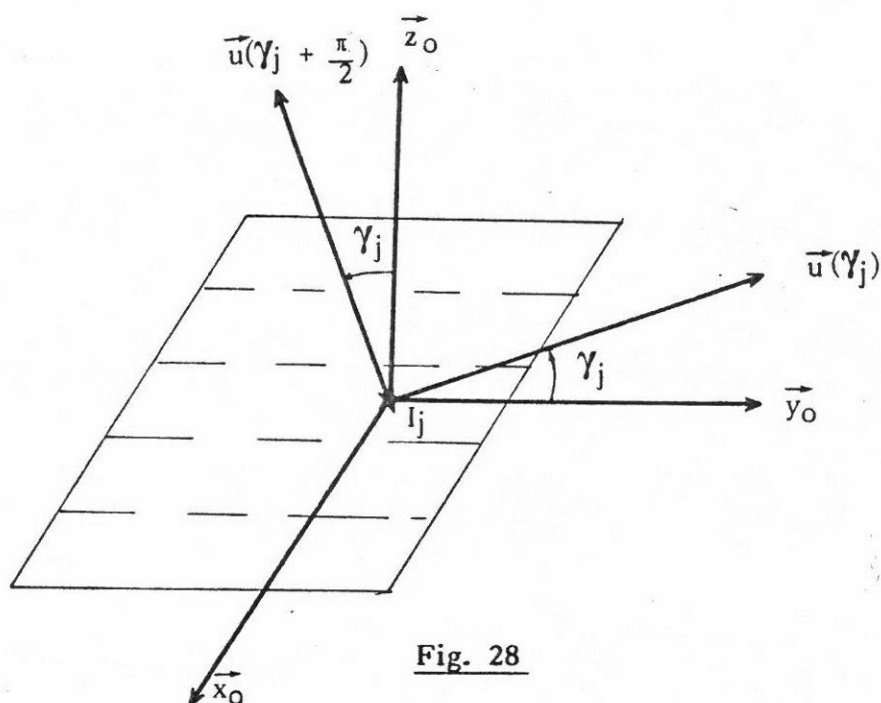


Fig. 28

On donne ci-après les définitions du glissement réduit et du spin qui interviennent dans les expressions des actions de contact.

./.

Dans cette théorie, la composante longitudinale de l'action de contact ne dépend que du "glissement réduit" ; par contre, la composante latérale et le moment scalaire par rapport à la normale dépendent du "glissement réduit" latéral et du "spin". L'interprétation physique d'un tel résultat est difficile et sortirait du cadre de cette étude. On peut cependant donner une explication succincte de la façon suivante :

Dans son analyse des phénomènes de pseudoglissement KALKER considère que l'aire de contact elliptique peut être divisée en deux parties. (fig. 30).

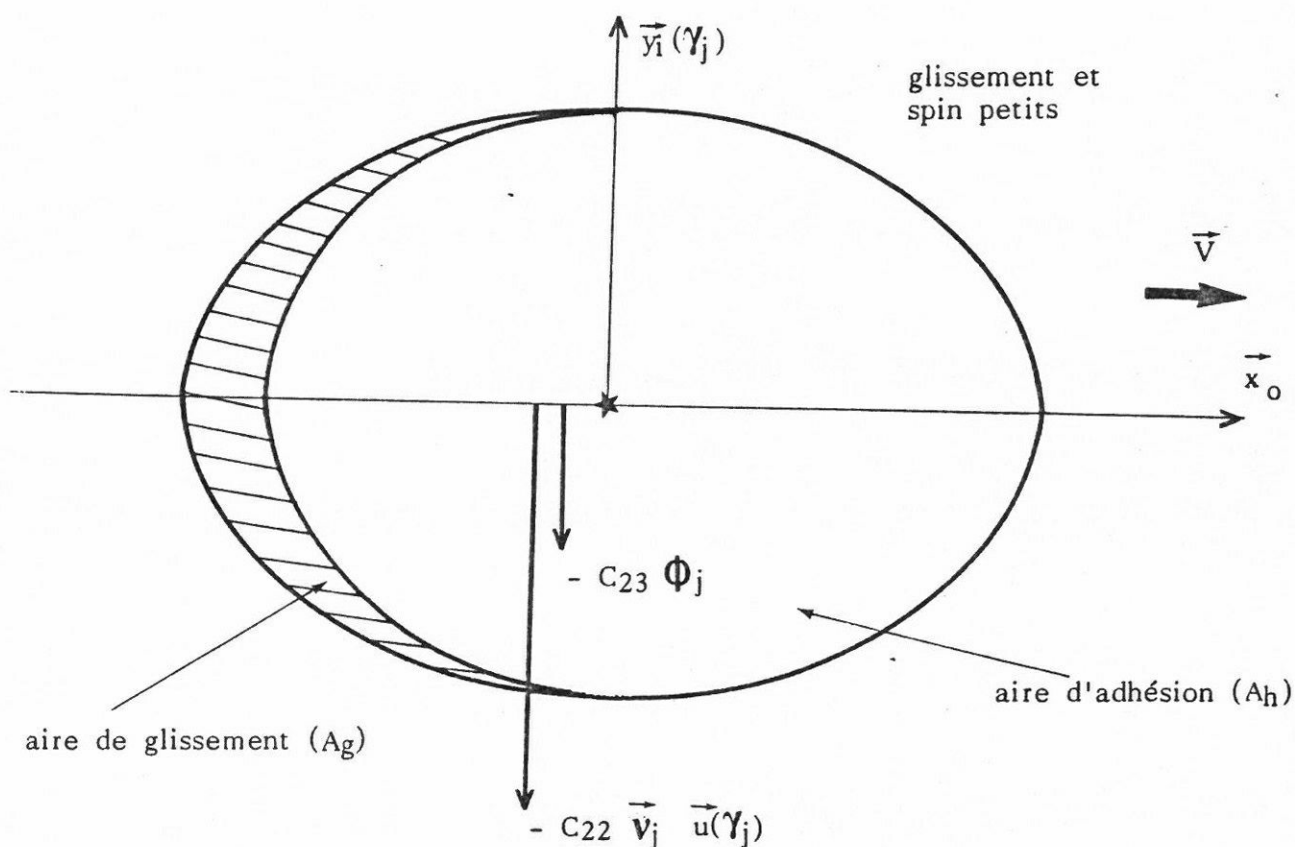


Fig. 30

./.

D'une part, une aire de glissement A_g située à l'arrière dans laquelle tous les points glissent par rapport au rail, de telle sorte que dans cette zone, chaque point d'un solide transmet à l'autre la force latérale limite donnée par la loi de COULOMB. Cette force de frottement dépend du coefficient de frottement μ et de la charge normale Z qui s'applique au point considéré. Pour tout point M appartenant à cette zone on peut donc envisager la correspondance :

$$M \in A_g \implies T_{(M)} = \mu Z_{(M)}$$

D'autre part, une aire d'adhésion A_h en tout point de laquelle le glissement est nul et où, par conséquent, les efforts élémentaires transmis par un corps sur l'autre sont inférieurs aux efforts limites donnés par la loi de COULOMB.

$$M \in A_h \implies T_{(M)} < \mu Z_{(M)}$$

Les efforts normaux $Z_{(M)}$ sont donnés en tout point M de l'aire de contact par la théorie de HERTZ, en fonction des coordonnées x, y de ce point, de la charge normale N et des dimensions de l'ellipse de contact.

$$Z = \frac{3N}{2\pi a_1 b_1} \left\{ 1 - \frac{x^2}{a_1^2} - \frac{y^2}{b_1^2} \right\}^{1/2}$$

On conçoit aisément, de par l'asymétrie des contraintes tangentielles latérales (due à la division de l'aire de contact en une aire de glissement et en une aire d'adhésion) que leur résultante ne passe pas par le centre de l'ellipse. Il en résulte que le moment de la force latérale par rapport au centre de l'ellipse n'est pas nul. De plus, il convient d'ajouter à ce moment, celui dû à la résistance au pivotement, d'où la forme de la relation donnant la valeur du moment scalaire dans la théorie de KALKER.

$$M_j = + C_{23} \vec{v}_j \vec{u}(\gamma_j) - C_{33} \Phi_j$$

Inversement, le pivotement ou ce qui revient au même, le spin crée, autour du point de contact, des zones de glissement et de non glissement, de sorte que, là encore, la répartition des efforts superficiels est asymétrique et leur somme géométrique n'a, a priori, aucune raison d'être nulle, ceci explique l'introduction d'un terme de "spin" dans l'expression de la force latérale du point de contact

$$T_j = - C_{22} \vec{v}_j \vec{u}(\gamma_j) - C_{23} \Phi_j$$

./.

2.2.1.2 - Vérification expérimentale de la théorie de KALKER

Plusieurs expérimentateurs ont procédé à la vérification des coefficients de KALKER.

La concordance entre les résultats théoriques et pratiques est très bonne, comme le montrent les fig. 31, 32, 33 tirées de l'article des B.R. "A survey of creep" by A.E.W. HOBBS [21].

Selon les courbes numériques de KALKER pour des valeurs des glissements réduits faibles, la relation entre les composantes des actions de contact et le glissement réduit relatif reste linéaire.

Cette relation linéaire est définie par la tangente à l'origine des courbes réelles de KALKER (expressions 48 à 50).

Du fait qu'en alignement les glissements réduits sont faibles (petits déplacements) on peut utiliser la théorie linéaire de KALKER pour l'étude de la stabilité transversale d'un véhicule.

2.2.1.3 - Application de la théorie de KALKER

Calcul des coefficients

Le calcul des coefficients de pseudoglissement C_{ij} nécessite la connaissance des dimensions de l'ellipse de contact, celles-ci sont données par la théorie de HERTZ [20].

$$a = m \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{K_1 + K_2}{A + B}} \sqrt[3]{N}$$

$$b = n \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{K_1 + K_2}{A + B}} \sqrt[3]{N}$$

./.

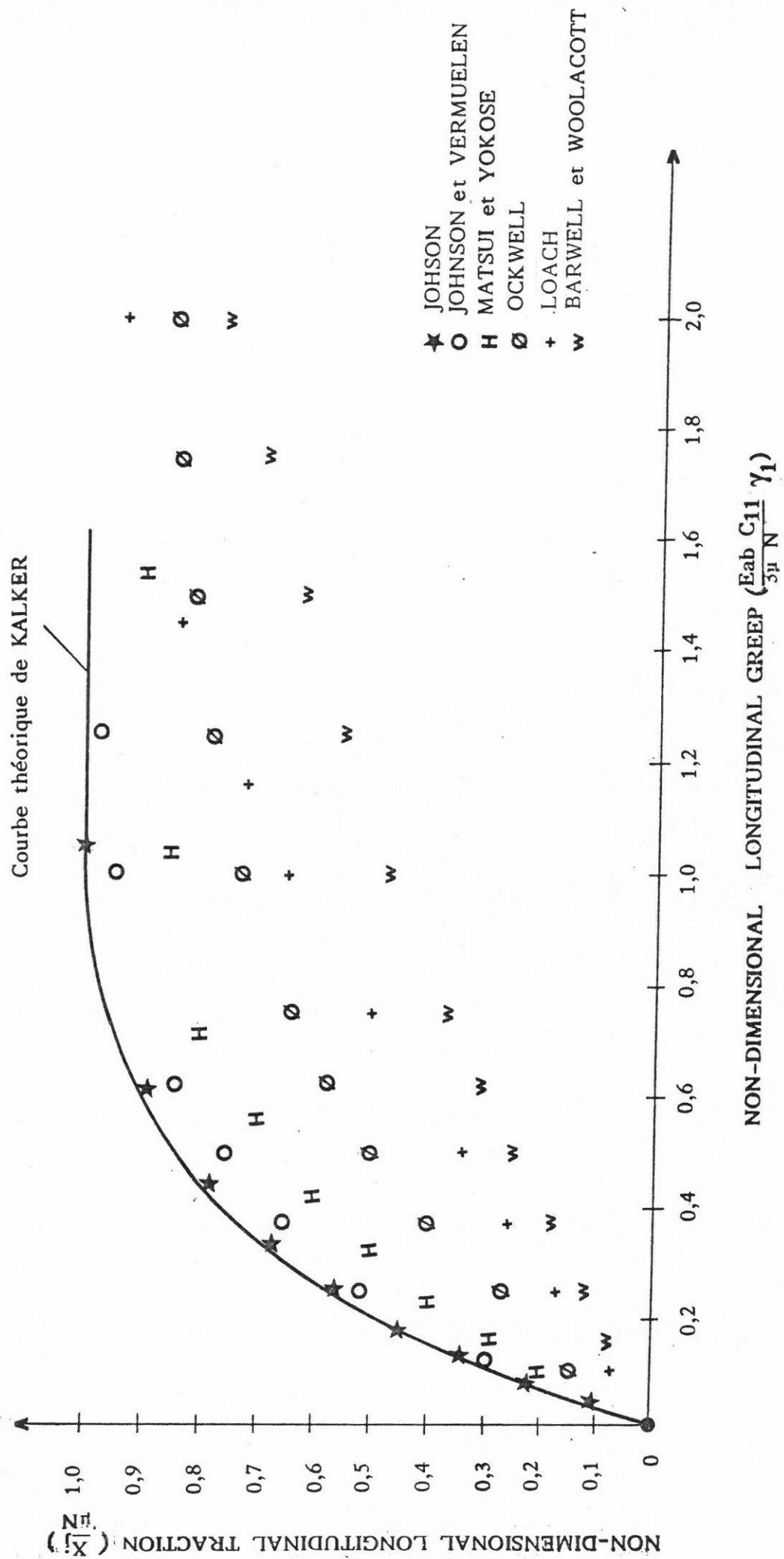


Fig. 31

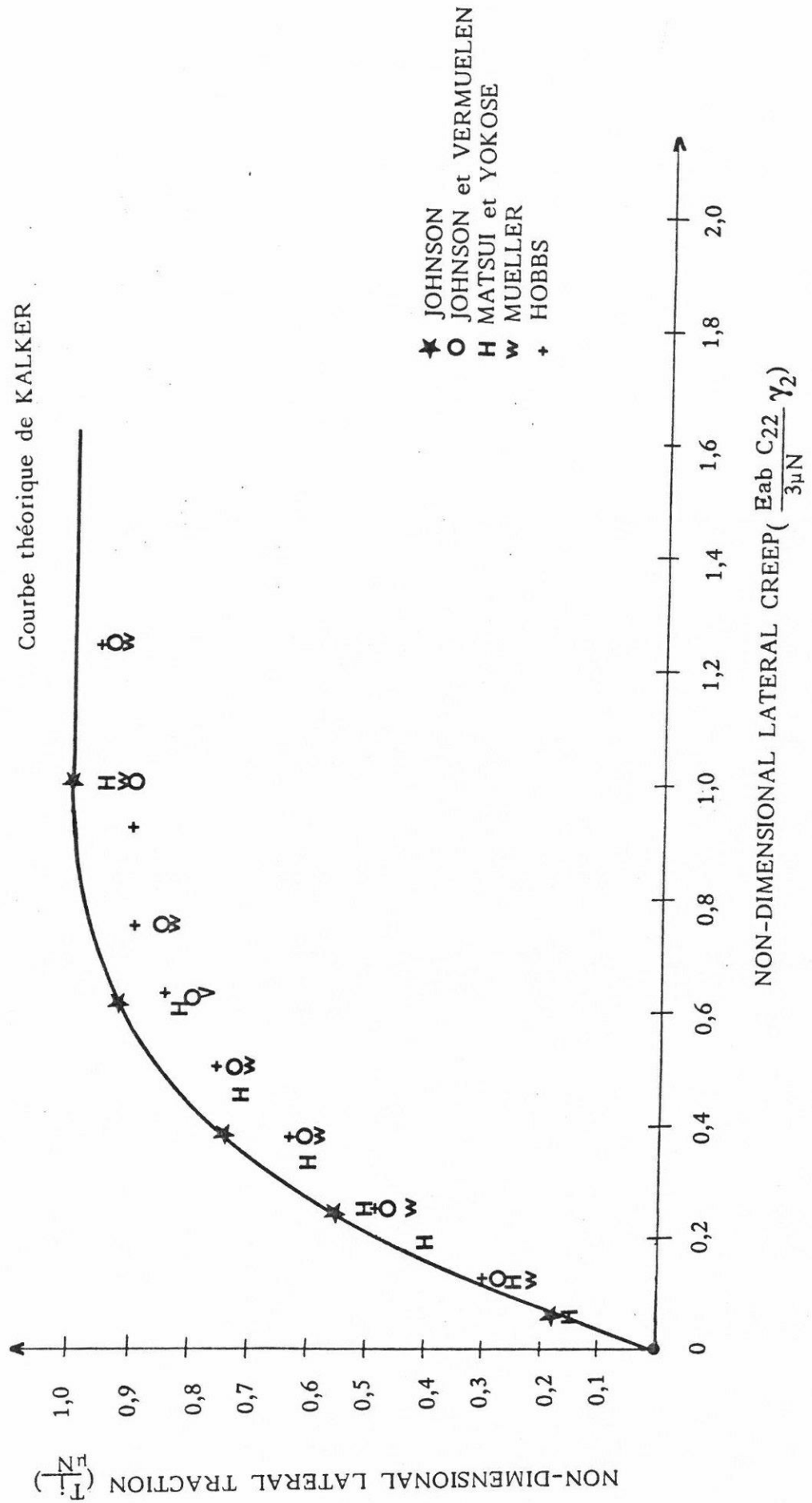


Fig. 32

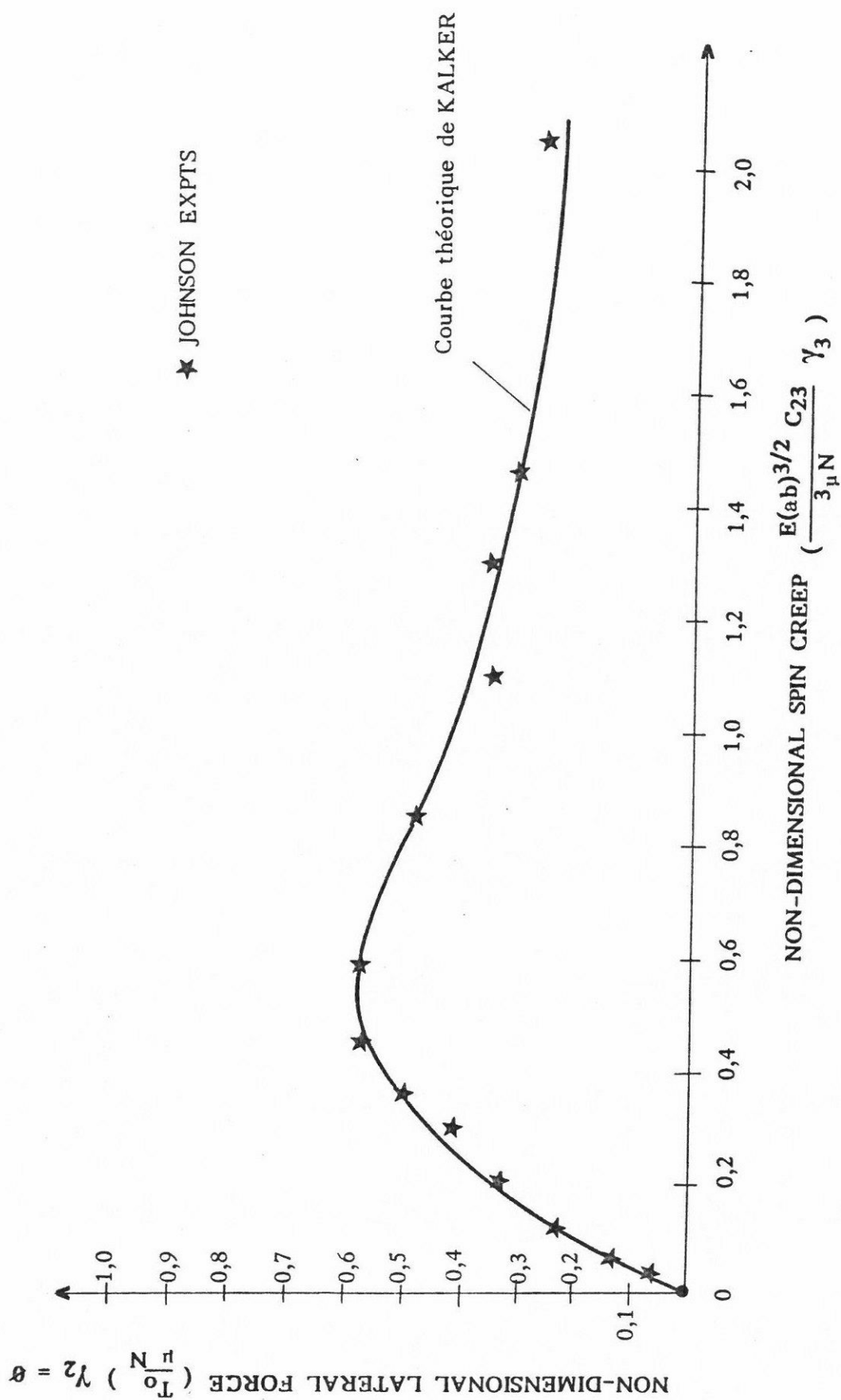


Fig. 33

a, b : demi-axes de l'ellipse de contact

$$\text{avec } K_{1,2} = \frac{1 - \sigma_{1,2}^2}{\pi E_{1,2}}$$

N : charge normale au centre de l'ellipse (charge statique)

$\sigma_{1,2}$: coefficients de POISSON des matériaux en contact,

$E_{1,2}$: modules d'YOUNG des matériaux en contact.

Les quantités A et B ne dépendent que des rayons de courbure des corps en contact.

D'après la théorie de HERTZ on a :

$$A = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{R_x^+} + \frac{1}{R_x^-} \right\} ;$$

$$B = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{R_y^+} + \frac{1}{R_y^-} \right\}$$

$$4 (A - B)^2 = \left\{ \left[\frac{1}{R_x^+} - \frac{1}{R_y^+} \right]^2 + \left[\frac{1}{R_x^-} - \frac{1}{R_y^-} \right]^2 + 2 \left[\frac{1}{R_x^+} - \frac{1}{R_y^+} \right] \left[\frac{1}{R_x^-} - \frac{1}{R_y^-} \right] \cos 2u \right\}$$

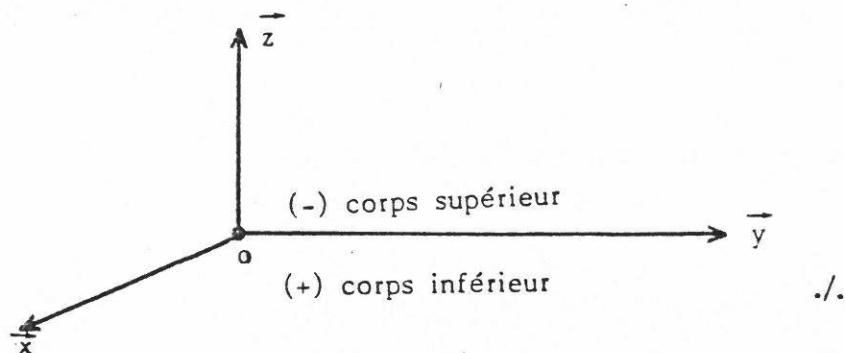
$$A - B = \pm \frac{1}{2} \left\{ \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots \right\}^{1/2}$$

si $|A| > |B|$ on prend le signe +

si $|A| < |B|$ on prend le signe -

u : angle que font entre eux les plans normaux dans lesquels se trouvent les rayons de courbure R_x et R_y

Contact roue-rail



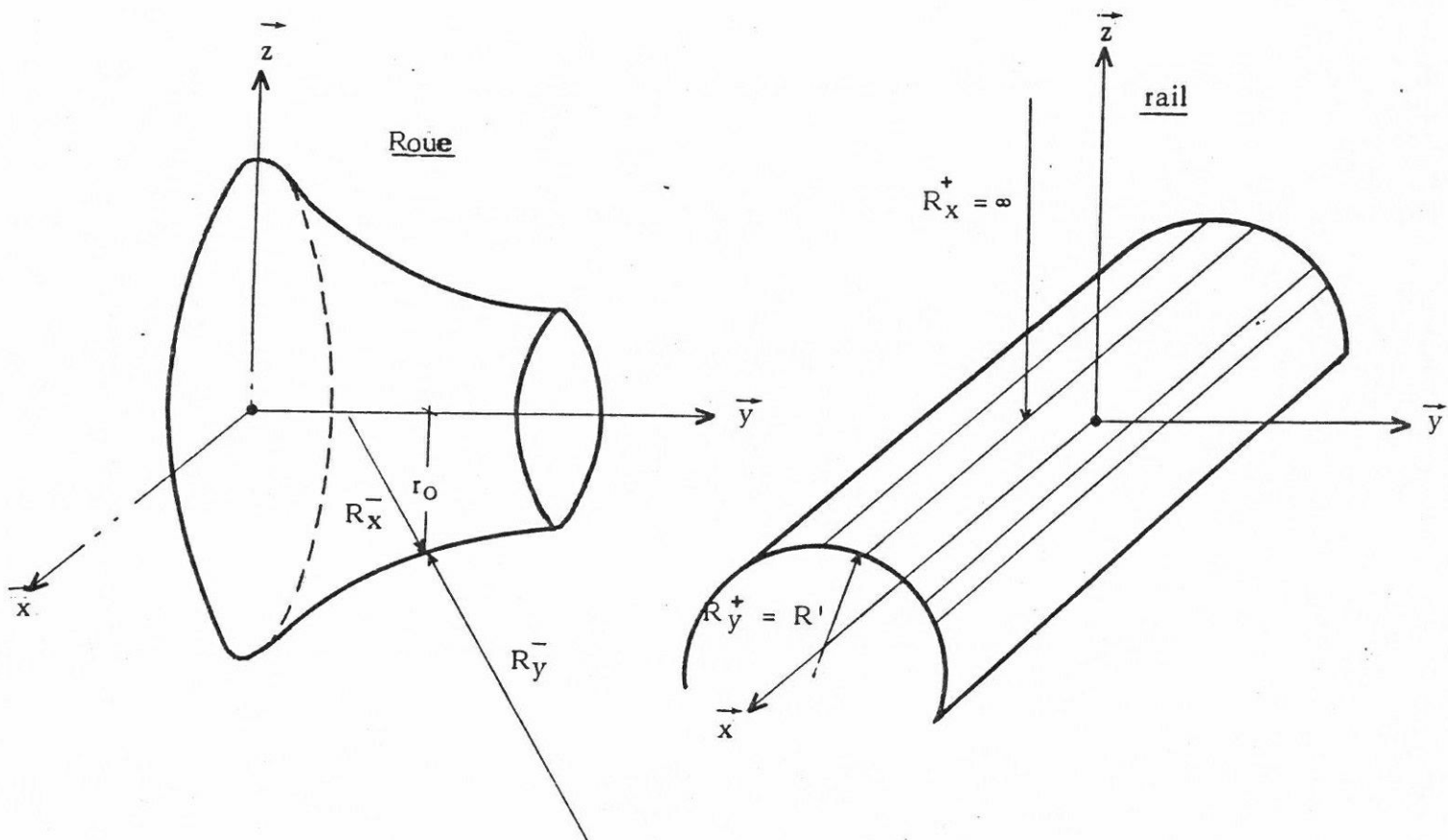
Les plans orthogonaux à considérer sont zox et zoy

En utilisant les notations de l'étude géométrique on a :

$$\text{Pour la roue} \begin{cases} / \vec{x} : R_x^- = r_0 & (\text{rayon au roulement de la roue}) \\ / \vec{y} : R_y^- = -R & (\text{rayon de courbure du profil de la roue}) \end{cases}$$

$$\text{Pour le rail} \begin{cases} / \vec{x} : R_x^+ = \infty \\ / \vec{y} : R_y^+ = R' & (\text{rayon de courbure du profil du rail}) \end{cases}$$

Compte tenu de la convention de signes adoptée par HERTZ on a $R' > 0$ et $R < 0$.



D'après la théorie de HERTZ améliorée (voir traité d'élasticité de LOVE) on a :

$$\text{si} \begin{cases} A \geq B & \Rightarrow & a \leq b \\ A \leq B & \Rightarrow & a \geq b \end{cases}$$

./.

$$\text{si } \left\{ \begin{array}{l} r_o = 0,45 \text{ m} \\ R' = 0,30 \text{ m} \\ e_o = 0,75 \text{ m} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{on obtient} \\ \text{pour } A = B \end{array} \quad \begin{array}{l} R = 0,900 \text{ m} \\ \gamma_e = 0,0384 \end{array}$$

Ellipse de contact

Quand $\gamma_e \leq 0,0384$, ce qui entraîne $R \geq 0,900 \text{ m}$ (profil conique le grand axe de l'ellipse de contact est porté par \vec{x} (sens de l'avancement), le petit axe par \vec{y} . Dans ce cas, il faut considérer le rapport b/a du tableau de KALKER qui est < 1 . (page 62).

Quand $\gamma_e \geq 0,0384$, ce qui entraîne $R \leq 0,900 \text{ m}$ (profil de roue usé), le grand axe est porté par \vec{y} , le petit axe par \vec{x} . Dans ce cas il faut considérer le rapport a/b du tableau de KALKER qui est inférieur à 1.

Applications numériques :

On introduit l'angle θ défini par la relation $\cos \theta = \frac{|A - B|}{A + B}$

Cet angle définit les quantités m et n , par un tableau de valeurs numériques :

θ°	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
m	2,731	2,397	2,136	1,926	1,754	1,611	1,486	1,378	1,284	1,202	1,128	1,061	1,00
n	0,493	0,530	0,567	0,604	0,641	0,678	0,717	0,759	0,802	0,846	0,893	0,944	1,00

Cette table provient du mémoire de H. WHITTEMORE et S.N. PETRENKO (intégrales elliptiques de 2ème espèce).

La théorie de HERIZ exige le calcul des quantités :

$$\text{et} \quad \begin{aligned} \mathcal{E} &= \sqrt{a \cdot b} \\ G &= \frac{E}{2(1 + \sigma)} \end{aligned}$$

G : module d'élasticité transversale.

Les coefficients de pseudoglisserment ou coefficients du torseur des actions de contact sont donnés par les relations ci-après :

./.

$$C_{ij} = \begin{cases} C_{11} = G \mathfrak{E}^2 C_{11}^\circ \\ C_{22} = G \mathfrak{E}^2 C_{22}^\circ \\ C_{23} = -C_{32} = G \mathfrak{E}^3 C_{23}^\circ = -G \mathfrak{E}^3 C_{32}^\circ \\ C_{33} = G \mathfrak{E}^4 C_{33}^\circ \end{cases}$$

Les quantités C_{11}° , C_{22}° , C_{23}° , C_{33}° sont données par le tableau de KALKER reproduit ci-après :

	σ	C_{11}°			C_{22}°			$C_{23}^\circ = -C_{32}^\circ$			C_{33}°		
		$\sigma = \sigma$	1/4	1/2	$\sigma = \sigma$	1/4	1/2	$\sigma = \sigma$	1/4	1/2	$\sigma = \sigma$	1/4	1/2
	g	$\pi^2/4 (1-\sigma)$			$\pi^2/4$			$\pi\sqrt{g}/3$			$\pi^2/16 (1-\sigma)g$		
a b	0.0	$\pi^2/4 (1-\sigma)$			$\pi^2/4$			$\pi\sqrt{g}/3$			$\pi^2/16 (1-\sigma)g$		
	0.1	2.51	3.31	4.85	2.51	2.52	2.53	0.334	0.473	0.731	6.42	8.28	11.7
	0.2	2.59	3.37	4.81	2.59	2.63	2.66	0.483	0.603	0.309	3.46	4.27	5.66
	0.3	2.68	3.44	4.80	2.68	2.75	2.81	0.607	0.715	0.389	2.49	2.96	3.72
	0.4	2.78	3.53	4.82	2.78	2.88	2.98	0.720	0.823	0.077	2.02	2.32	2.77
	0.5	2.88	3.62	4.83	2.88	3.01	3.14	0.827	0.929	1.07	1.74	1.93	2.22
	0.6	2.98	3.72	4.91	2.98	3.14	3.31	0.930	1.03	1.18	1.56	1.68	1.86
	0.7	3.09	3.81	4.97	3.09	3.28	3.48	1.03	1.14	1.29	1.43	1.50	1.60
	0.8	3.19	3.91	5.05	3.19	3.41	3.65	1.13	1.25	1.40	1.34	1.37	1.42
	0.9	3.29	4.01	5.12	3.29	3.54	3.82	1.23	1.36	1.51	1.27	1.27	1.27
b a	1.0	3.40	4.12	5.20	3.40	3.67	3.98	1.33	1.47	1.68	1.21	1.19	1.16
	0.9	3.51	4.22	5.30	3.51	3.81	4.16	1.44	1.59	1.77	1.16	1.11	1.06
	0.8	3.65	4.36	5.42	3.65	3.99	4.39	1.53	1.75	1.94	1.10	1.04	0.954
	0.7	3.82	4.54	5.58	3.82	4.21	4.67	1.76	1.95	2.18	1.95	0.965	0.852
	0.6	4.06	4.78	5.80	4.06	4.50	5.04	2.01	2.23	2.50	1.01	0.892	0.751
	0.5	4.37	5.10	6.11	4.37	4.90	5.56	2.35	2.62	2.96	0.958	0.819	0.650
	0.4	4.84	5.57	6.57	4.84	5.48	6.31	2.88	3.24	3.70	0.912	0.747	0.549
	0.3	5.57	6.34	7.34	5.57	6.40	7.51	3.79	4.32	5.01	0.863	0.674	0.446
	0.2	6.96	7.78	8.82	6.96	8.14	9.79	5.72	6.63	7.89	0.828	0.601	0.341
	0.1	10.7	11.7	12.9	10.7	12.8	16.0	12.2	14.6	18.0	0.795	0.526	0.228

Pour les calculs on prendra :

$$\sigma = 0,25$$

$$E_1 = E_2 = 2,10 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$K = K_1 = K_2$$

$$\text{On a par exemple : } C_{11} = \frac{E}{2(1 + \sigma)} a b C_{11}^\circ$$

Un sous programme de calcul permet d'obtenir les coefficients de pseudo-glissement.

2.2.1.4 - Calcul des forces de pseudoglisement

2.2.1.4.1 - Essieux conventionnels/essieux auto-orientés

Glissement réduit

Les expressions analytiques de glissement réduit données par R. JOLY [16] sont les suivantes :

$$\vec{v}_1 = \left\{ 1 - \frac{e_o}{V} \alpha' - \frac{r_o \phi'}{V} - \frac{\gamma_e}{r_o} y \right\} \vec{x}_o + \left\{ \chi \frac{y'}{V} - \alpha \right\} \vec{u}(\gamma_1) \quad (51)$$

$$\vec{v}_2 = \left\{ 1 + \frac{e_o}{V} \alpha' - \frac{r_o \phi'}{V} + \frac{\gamma_e}{r_o} y \right\} \vec{x}_o + \left\{ \chi \frac{y'}{V} - \alpha \right\} \vec{u}(\gamma_2) \quad (52)$$

$$\text{avec } \chi = \frac{e_o}{e_o - r_o \gamma_o}$$

ϕ' : rotation propre de l'essieu.

On montrerait aisément que l'on obtiendrait des résultats identiques pour V en utilisant la définition du glissement réduit donnée par CARTER [22].

$$V = \frac{\text{déplacement vrai} - \text{déplacement de roulement}}{\text{déplacement de roulement en avant}}$$

il a proposé une loi linéaire entre la force tangentielle agissant sur la roue et V .

Remarque :

Le paramètre " ϕ' " dans les équations précédentes représente la rotation propre de l'ensemble "roues-essieu axe" qui correspond à un roulement influencé par le phénomène de pseudoglisement longitudinal [23, 24]. Selon ce phénomène, sur une roue isolée qui roule en exerçant un effort de traction on constate que pour parcourir un trajet donné, la roue fait un nombre de tours supérieur à celui que l'on déduit de son rayon géométrique r_o . L'excès du nombre de tours réels sur le nombre de tours géométriques (chemin parcouru divisé par $2\pi r_o$) rapporté au nombre de tours lui-même est une fraction très petite, mais proportionnelle à l'effort de traction.

Dans notre exemple, cette fraction est représentée dans les expressions (51), (52) par les termes $1 - \frac{r_o \varphi'}{V} = \frac{V - r_o \varphi'}{V}$

Quand l'essieu est centré dans la voie ($x = y = \alpha = 0$) on a :

$$\vec{v}_j = \vec{x}_o \left(1 - \frac{r_o \varphi'}{V} \right)$$

Cette expression sera désignée par la suite "glissement réduit résiduel"

Le terme $\frac{V - r_o \varphi'}{V}$ étant faible [24] par rapport aux autres termes des expressions du glissement réduit, sera négligé.

SPIN

Le calcul du spin s'effectue en évaluant tout d'abord la projection normale $\vec{\omega}_{Nj}$, du taux de rotation de l'essieu S_j par rapport au rail

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{Nj} &= \vec{\omega} (S_j/R_o) \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2}) \\ \vec{\omega}_{Sj} &= \alpha' \vec{z}_o + \psi' \vec{x} + \varphi' \vec{y} \end{aligned}$$

On obtient facilement au premier ordre la projection cherchée

$$\omega_{Nj} = \alpha' - \gamma_j \varphi' + \psi \varphi'$$

Compte tenu des résultats de l'étude géométrique, les expressions du spin relatives aux deux roues sont données ci-après :

On obtient après simplification :

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\alpha'}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y \\ \phi_2 &= \frac{\alpha'}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y \end{aligned} \quad (53)$$

./.

Expressions linéaires des forces de pseudoglisement

Connaissant les expressions du "glissement réduit" et du "spin" on peut écrire les expressions analytiques des forces de pseudoglisement déduites de la théorie linéaire de KALKER.

$$X_{ki1} = -C_{11} \left[\frac{x'_{ki}}{V} - \frac{e_o}{V} \alpha'_{ki} - \frac{\gamma_e}{r_o} y_{ki} \right] \quad (54)$$

$$X_{ki2} = -C_{11} \left[\frac{x'_{ki}}{V} + \frac{e_o}{V} \alpha'_{ki} + \frac{\gamma_e}{r_o} y_{ki} \right] \quad (55)$$

$$T_{ki1} = -C_{22} \left[\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right] - C_{23} \left[\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right] \quad (56)$$

$$T_{ki2} = -C_{22} \left[\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right] - C_{23} \left[\frac{\alpha'_{ki}}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right] \quad (57)$$

$$M_{ki1} = C_{23} \left[\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right] - C_{33} \left[\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right] \quad (58)$$

$$M_{ki2} = C_{23} \left[\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right] - C_{33} \left[\frac{\alpha'_{ki}}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right] \quad (59)$$

La figure 34a montre les forces agissant sur un essieu classique circulant à vitesse constante en alignement (annexe 1).

Remarques :

- Dans les expressions ci-dessus, on remarque la présence de la vitesse V et de γ_e qui caractérise la géométrie de contact et dont la valeur varie avec le parcours des essieux.
- Essieux auto-orientés : Les essieux étant du type classique, roues calées rigidement sur l'axe essieu, le formalisme de KALKER s'applique intégralement.

2.2.1.4.2. - Essieux à pseudoglisement contrôlé/essieux à roues indépendantes

Désignons par I_1 et I_2 les points de contact roue-rail.(fig. 35)

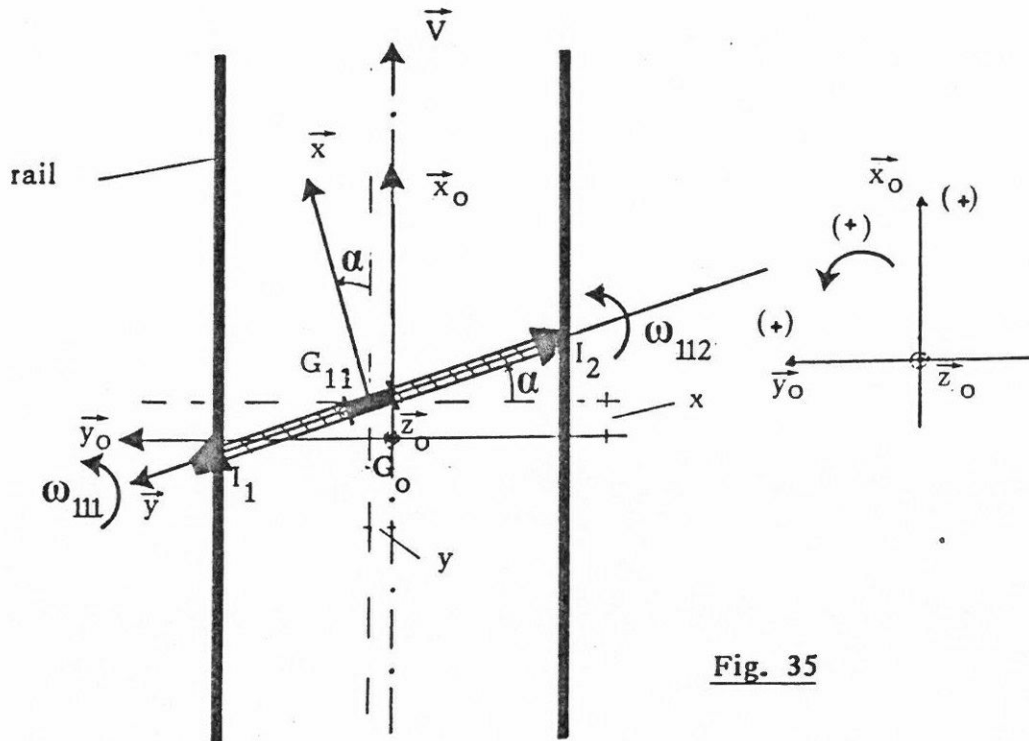


Fig. 35

La vitesse de glissement de la roue S_{111} , au point de contact I_1 a pour expression :

$$\vec{g}_1 (S_{111}/\text{rail}, I_1) = \vec{V}^{\circ} (G_{11}) + \vec{\omega}_{S_{111}}^{\circ} \wedge \overrightarrow{G_{11} I_1} \quad (1)$$

Pour la roue S_{112}

$$\vec{g}_2 (S_{112}/\text{rail}, I_2) = \vec{V}^{\circ} (G_{11}) + \vec{\omega}_{S_{112}}^{\circ} \wedge \overrightarrow{G_{11} I_2}$$

$$\text{avec } \vec{V}^{\circ} (G_{11}) = (V + x') \vec{x}_0 + y' \vec{y}_0 + z' \vec{z}_0$$

V : vitesse d'avancement de l'essieu supposée constante.

./.

(1) Dans ce paragraphe l'indice $(^{\circ})$ représente un repère galiléen lié à la voie.

$\vec{\omega}_{S_{111}}^{\circ}$, $\vec{\omega}_{S_{112}}^{\circ}$: vecteurs rotation instantanée des roues (S_{111} et

S_{112}) on a :

$$\vec{\omega}_{S_{111}}^{\circ} = \alpha' \vec{z}_0 + \psi' \vec{x} + \omega_{111} \vec{y}$$

$$\vec{\omega}_{S_{112}}^{\circ} = \alpha' \vec{z}_0 + \psi' \vec{x} + \omega_{112} \vec{y}$$

$$\text{avec } \vec{G}_{11} \vec{I}_1 = -r_1 \varepsilon_1 \vec{x} + e_1 \vec{y} - r_1 \vec{z}$$

$$\vec{G}_{11} \vec{I}_2 = -r_2 \varepsilon_2 \vec{x} - e_2 \vec{y} - r_2 \vec{z}$$

Ce qui donne, dans un repère fixe, $x_0 y_0 z_0$

$$\vec{G}_{11} \vec{I}_1 = \vec{x}_0 (-r_1 \varepsilon_1 - e_1 \alpha) + \vec{y}_0 (-r_1 \varepsilon_1 \alpha + e_1 + r_1 \psi) + \vec{z}_0 (e_1 \psi - r_1)$$

$$\vec{G}_{11} \vec{I}_2 = \vec{x}_0 (-r_2 \varepsilon_2 + e_2 \alpha) + \vec{y}_0 (-r_2 \varepsilon_2 \alpha - e_2 + r_2 \psi) + \vec{z}_0 (-e_2 \psi - r_2)$$

$$\text{avec } \varepsilon_1 = -\gamma_0 \alpha \quad \varepsilon_2 = +\gamma_0 \alpha$$

d'où les composantes des vitesses de glissement aux points I_1 et I_2

$$\vec{g}_1 = \begin{cases} \vec{x}_0 (V + x' - e_1 \alpha' - r_1 \omega_{111}) \\ + \vec{y}_0 (y' - r_1 \omega_{111} \alpha + r_1 \psi') \\ + \vec{z}_0 (z' + e_1 \psi' + r_1 \varepsilon_1 \omega_{111}) \end{cases}$$

$$\vec{g}_2 = \begin{cases} \vec{x}_0 (V + x' + e_2 \alpha' - r_2 \omega_{112}) \\ + \vec{y}_0 (y' - r_2 \omega_{112} \alpha + r_2 \psi') \\ + \vec{z}_0 (z' - e_2 \psi' + r_2 \varepsilon_2 \omega_{112}) \end{cases}$$

./.

En remplaçant $e_1, e_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ par leurs expressions obtenues dans l'étude géométrique du contact rail-roue, on obtient au premier ordre les vecteurs glissements sur les axes $\vec{x}_0, \vec{u}(\gamma_j)$ définissant les plans tangents aux points de contact I_1, I_2 .

$$\vec{g}_1 = \begin{cases} \vec{x}_0 (V + x' - e_0 \alpha' - r_1 \omega_{111}) \\ + \vec{u}(\gamma_1) (\chi_{y'} - r_1 \omega_{111} \alpha) \end{cases}$$

$$\vec{g}_2 = \begin{cases} \vec{x}_0 (V + x' + e_0 \alpha' - r_2 \omega_{112}) \\ + \vec{u}(\gamma_2) (\chi_{y'} - r_2 \omega_{112} \alpha) \end{cases}$$

$$\text{avec } \chi = \frac{e_0}{e_0 - r_0 \gamma_0}$$

En se référant aux relations (15) et (16) de l'annexe 2 qui traduisent les conditions de roulement sans glissement des deux roues et en tenant compte d'un éventuel glissement on pose :

$$r_1 \omega_{111} = V + x' - e_0 \alpha' + r_0 \dot{\phi}_1^* \quad (60)$$

$$r_2 \omega_{112} = V + x' + e_0 \alpha' + r_0 \dot{\phi}_2^* \quad (61)$$

$\dot{\phi}_1^*$ et $\dot{\phi}_2^*$ étant des glissements résiduels décrivant les déplacements angulaires autour de l'axe des roues relativement à des roues imaginaires coïncidant avec ces dernières et roulant sans glissement.

On obtient alors les expressions des glissements réduits :

$$\vec{v}_1 \vec{x}_0 = - \frac{r_0 \dot{\phi}_1^*}{V}$$

$$\vec{v}_2 \vec{x}_0 = - \frac{r_0 \dot{\phi}_2^*}{V}$$

$$\vec{v}_1 \vec{u}(\gamma_1) = \chi \frac{y'}{V} - \alpha$$

$$\vec{v}_2 \vec{u}(\gamma_2) = \chi \frac{y'}{V} - \alpha$$

./.

Calcul du spin

Le calcul du spin s'effectue en évaluant tout d'abord la composante ω_N du taux de rotation des deux roues (fig. 36).

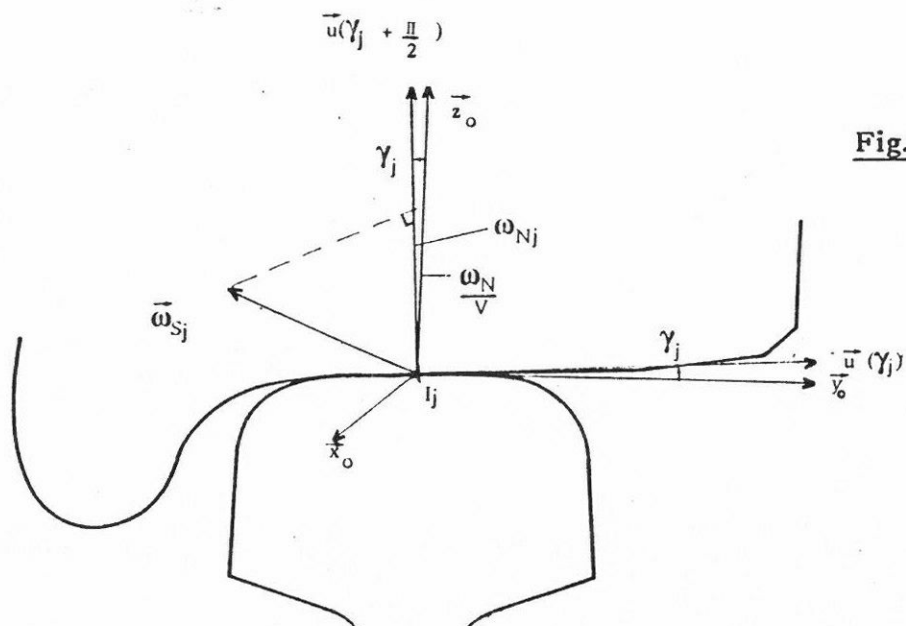


Fig. 36

$$\text{On a : } \omega_{N1} = \vec{\omega}^o_{S111} \vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2})$$

$$\omega_{N2} = \vec{\omega}^o_{S112} \vec{u}(\gamma_2 + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{avec : } \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2}) = (-\gamma_j \vec{y}_o + \vec{z}_o)$$

d'où les expressions au premier ordre des composantes cherchées :

$$\omega_{N1} = \alpha' - \omega_{111} \gamma_1 + \omega_{111} \psi$$

$$\omega_{N2} = \alpha' - \omega_{112} \gamma_2 + \omega_{112} \psi$$

Compte tenu des résultats de l'étude géométrique, les expressions du spin relatives aux deux roues s'obtiennent en remplaçant γ_1 ,

γ_2 , et ψ par leurs valeurs et en divisant par V (vitesse d'avancement du véhicule).

./.

On obtient alors :

$$\Phi_1 = \frac{\alpha'}{V} + \frac{\omega_{111}}{V} (-\gamma_1 + r y)$$

$$\Phi_2 = \frac{\alpha'}{V} + \frac{\omega_{112}}{V} (-\gamma_2 + r y)$$

soit :

$$\Phi_1 = \frac{\alpha'}{V} + \frac{\omega_{111}}{V} (-\gamma_0 - \frac{\gamma_e}{R \gamma_0} y) \quad \Phi_2 = \frac{\alpha'}{V} + \frac{\omega_{112}}{V} (+\gamma_0 - \frac{\gamma_e}{R \gamma_0} y)$$

Par ailleurs en se référant aux relations 23 et 24 de l'annexe 2 on a :

$$\omega_{111} = \frac{V}{r_0} - \frac{e_0 \alpha'}{r_0} + \frac{x'}{r_0} + \Phi_1'^* - \frac{V \gamma_e}{r_0^2} y$$

$$\omega_{112} = \frac{V}{r_0} + \frac{e_0 \alpha'}{r_0} + \frac{x'}{r_0} + \Phi_2'^* + \frac{V \gamma_e}{r_0^2} y$$

d'où :

$$\begin{aligned} \Phi_1 = & \frac{\alpha'}{V} - \frac{\gamma_0}{r_0} + \frac{e_0 \gamma_0 \alpha'}{V r_0} - \frac{\gamma_0 \Phi_1'^*}{V} + \frac{\gamma_e \gamma_0 y}{r_0^2} - \\ & - \frac{\gamma_e y}{R \gamma_0 r_0} - \frac{\gamma_0}{V r_0} x' \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & \frac{\alpha'}{V} + \frac{\gamma_0}{r_0} + \frac{e_0 \gamma_0 \alpha'}{V r_0} + \frac{\gamma_0 \Phi_2'^*}{V} + \frac{\gamma_e \gamma_0 y}{r_0^2} - \\ & - \frac{\gamma_e y}{R \gamma_0 r_0} + \frac{\gamma_0}{V r_0} x' \end{aligned} \quad (63)$$

Connaissant les expressions des glissements réduits et du spin, il est possible maintenant de donner les expressions analytiques complètes des forces de pseudoglisement selon la théorie de KALKER (pour l'ensemble du véhicule).

./.

$$X_{ki1} = -C_{11} \left\{ -\frac{r_o \Phi_{ki1}^{**}}{V} \right\}$$

$$X_{ki2} = -C_{11} \left\{ -\frac{r_o \Phi_{ki2}^{i*}}{V} \right\}$$

$$T_{ki1} = -C_{22} \left\{ \frac{\chi}{V} y'_{ki} - a_{ki} \right\} - C_{23} \left\{ \frac{a'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{V r_o} a'_{ki} - \frac{\gamma_o}{V} \phi_{ki1}^* + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y_{ki} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_{o0}} y_{ki} - \frac{\gamma_o}{V r_o} x'_{ki} \right\}$$

$$T_{ki2} = -C_{22} \left\{ \frac{\chi}{V} y'_{ki} - a_{ki} \right\} - C_{23} \left\{ \frac{a'_{ki}}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{V r_o} a'_{ki} + \frac{\gamma_o}{V} \phi_{ki2}^* + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y_{ki} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_{o0}} y_{ki} + \frac{\gamma_o}{V r_o} x'_{ki} \right\}$$

$$M_{ki1} = C_{23} \left\{ \frac{\chi}{V} y'_{ki} - a_{ki} \right\} - C_{33} \left\{ \frac{a'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{V r_o} a'_{ki} - \frac{\gamma_o}{V} \phi_{ki1}^* + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y_{ki} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_{o0}} y_{ki} - \frac{\gamma_o}{V r_o} x'_{ki} \right\}$$

$$M_{ki2} = C_{23} \left\{ \frac{\chi}{V} y'_{ki} - a_{ki} \right\} - C_{33} \left\{ \frac{a'_{ki}}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{V r_o} a'_{ki} + \frac{\gamma_o}{V} \phi_{ki2}^* + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y_{ki} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_{o0}} y_{ki} + \frac{\gamma_o}{V r_o} x'_{ki} \right\}$$

La figure 34b montre les forces agissant sur un essieu à pseudoglisserment contrôlé circulant à vitesse constante en alignement (essieu perturbé de sa position d'équilibre)

Remarque

Dans le cas d'un essieu monté à roues indépendantes, les forces de pseudoglisserment sont données par des expressions identiques en remarquant que les glissements résiduels sont faibles par rapport à ceux existant avec un essieu à pseudoglisserment contrôlé

$$X_1 = -c_{11} \left(\frac{x'}{V} - \frac{e_0}{V} \alpha' - \frac{\gamma_e}{r_0} y \right)$$

$$X_2 = -c_{11} \left(\frac{x'}{V} + \frac{e_0}{V} \alpha' - \frac{\gamma_e}{r_0} y \right)$$

$$T_1 = T_2 = -c_{22} \left(x \frac{y'}{V} - \alpha \right)$$

$$S_p = (Ch) g \frac{\gamma_e}{R\gamma_0} y$$

$$N_1 = N_2 = (Ch) g/2$$

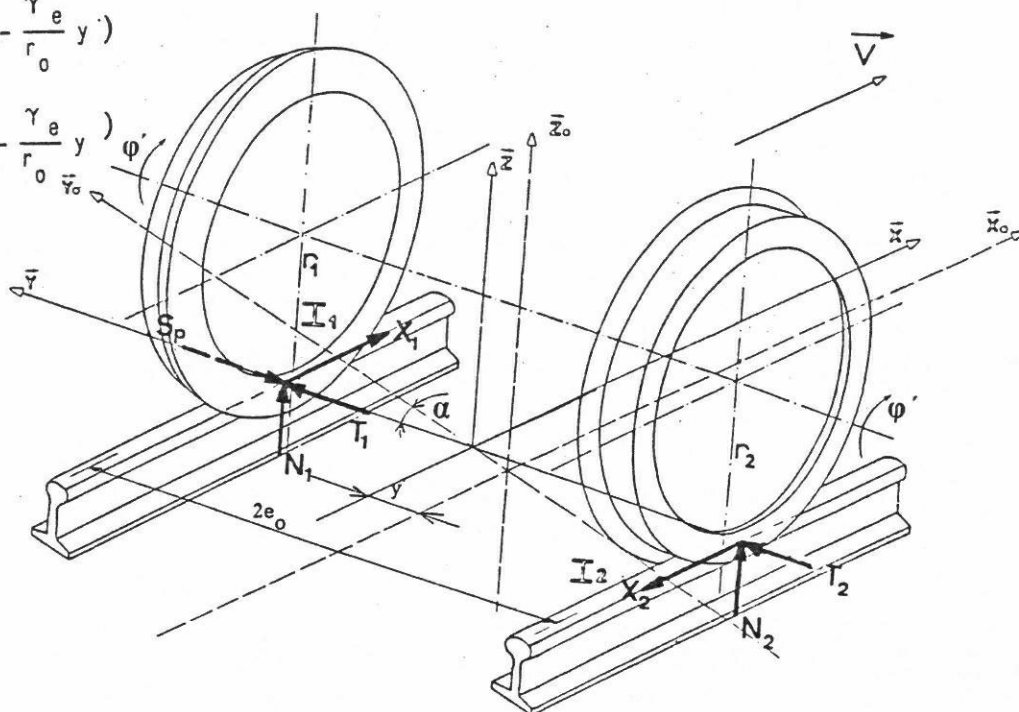


Fig 34a

Forces agissant sur un essieu classique circulant à vitesse constante en alignement

$$X_1 = c_{11} \frac{r_0 \varphi_1^{*}}{V}$$

$$X_2 = c_{11} \frac{r_0 \varphi_2^{*}}{V}$$

$$T_1 = T_2 = -c_{22} \left(x \frac{y'}{V} - \alpha \right)$$

$$S_p = (Ch') g \frac{\gamma_e}{R\gamma_0} y$$

$$N_1 = N_2 = (Ch') g/2$$

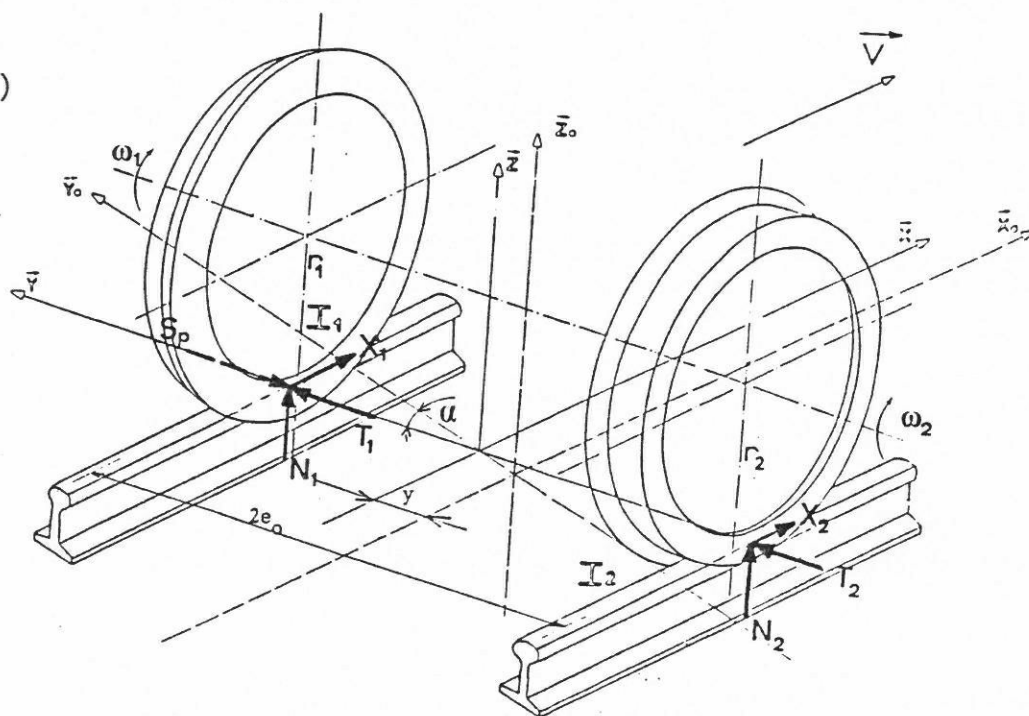


Fig. 34b

Forces agissant sur un essieu à pseudoglisement contrôlé circulant à vitesse constante en alignement

2.2.2. - CIRCULATION EN COURBE DE FAIBLE RAYON

2.2.2.1 - Hypothèses - Théorie non linéaire

Avec les systèmes de guidage des essieux actuels ($K_x > 10^7$ N/m), le positionnement des essieux dans les courbes de faible rayon est caractérisé par des déplacements transversaux "y", et des angles de lacet élevés ($\alpha \geq 7\text{mrad}$) ce qui entraîne des glissements réduits importants. La théorie linéaire de KALKER n'est plus valable. Dans ce cas il est indispensable de tenir compte des lois réelles donnant les expressions des forces de pseudoglissement telles qu'elles ont été explicitées par KALKER.

En se référant à la figure 33 on peut négliger pour des glissements réduits élevés les composantes de spin.

En vue d'obtenir une expression analytique du torseur des actions de contact, on a utilisé une interpolation polynomiale des courbes numériques de KALKER en s'inspirant des résultats théoriques dus à JOHNSON et VERMEULEN [25] qui ont traité eux aussi le problème tangent du contact de deux corps cylindriques en mouvement.

D'après JOHNSON et VERMEULEN, les composantes transversales des forces de pseudoglissement peuvent se mettre sous la forme polynomiale indiquée ci-après :

$$T_i = \mu N [f_i v_i - \frac{1}{3} (f_i v_i)^2 + \frac{1}{27} (f_i v_i)^3] \quad v_i < \frac{3}{f_i}$$

$$T_i = \mu N \quad v_i > \frac{3}{f_i} \quad (i = 1 \text{ ou } 2)$$

v_i : module de la composante i du glissement réduit avec :

$$v_1 = v_x \quad v_2 = v_y$$

$$f_1 = \frac{G \pi a b}{\mu N \lambda} \quad f_2 = \frac{G \pi a b}{\mu N \eta}$$

avec λ, η : fonctions données à la référence [25].

./.

On peut faire l'hypothèse au vu des courbes donnant C_{11} et C_{22} en fonction de (f, v_i) (fig 31,32) que la variation de pente est comparable entre la courbe théorique de KALKER et celle obtenue en joignant les points expérimentaux de JOHNSON et VERMEULEN. Ces points eux-mêmes suivent assez bien la loi théorique de JOHNSON et VERMEULEN.

Cette hypothèse étant admise, il ne reste qu'un seul paramètre libre pour déterminer complètement l'expression analytique de la courbe numérique de KALKER : la pente à l'origine.

Nous avons vu que la théorie linéaire de KALKER était une théorie asymptotique valable lorsque le glissement réduit v et le spin étaient petits ou tendaient vers zéro.

Cette théorie linéaire constitue, par conséquent, une approximation qui donne la pente à l'origine de la courbe numérique de KALKER. D'où la méthode pratique pour déterminer l'expression analytique de la courbe numérique de KALKER (le spin étant négligé).

A l'origine on a pour $i = 1$ ou 2 ,

$$\left. \begin{aligned} T_i &= \mu N f_i v_i \\ T_i &= C_{ii} v_i \end{aligned} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{JOHNSON et VERMEULEN} \\ \text{Théorie linéaire de KALKER} \end{array}$$

$$f_i = \frac{C_{ii}}{\mu N}$$

On utilisera donc les coefficients C_{ij} donnés par la théorie linéaire de KALKER pour obtenir l'expression analytique de la courbe numérique de KALKER.

En remplaçant f_i par $\frac{C_{ii}}{\mu N}$ dans l'expression donnée par VERMEULEN et JOHNSON, le torseur des forces de pseudoglissement au point I_j s'écrit :

$$\text{Posons : } \vec{v}_x = \vec{v}_j \vec{x}_0 \text{ et } \vec{v}_y = \vec{v}_j u(\vec{\gamma}_j)$$

$$X_j = - C_{11} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{11}}{\mu N} |v_x| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{11}}{\mu N} v_x \right)^2 \right] v_x \quad (64)$$

$$T_j = - C_{22} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{22}}{\mu N} |v_y| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{22}}{\mu N} v_y \right)^2 \right] v_y \quad (65)$$

$$v_x < \frac{3\mu N}{C_{11}}$$

$$v_y < \frac{3\mu N}{C_{22}}$$

au delà il y a glissement d'où :

$$F_{R_j} = \sqrt{X_j^2 + T_j^2} = \mu N \quad (66)$$

Remarque :

En comparant les expressions (64), (65) avec les résultats linéaires des forces de pseudoglissement (48), (49)

- linéaire :

$$X_j = - C_{11} v_x$$

$$T_j = - C_{22} v_y \text{ (spin étant négligé)}$$

- non linéaire :

$$X_j = - C_{11} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{11}}{\mu N} |v_x| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{11}}{\mu N} v_x \right)^2 \right] v_x$$

$$T_j = - C_{22} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{22}}{\mu N} |v_y| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{22}}{\mu N} v_y \right)^2 \right] v_y$$

On en déduit que pour obtenir une formulation des forces de pseudoglissement non linéaires il suffit de remplacer (spin étant négligé) :

$$C_{11} \text{ par } C_{11} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{11}}{\mu N} |v_x| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{11}}{\mu N} v_x \right)^2 \right] \quad (67)$$

$$C_{22} \text{ par } C_{22} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{22}}{\mu N} |v_y| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{22}}{\mu N} v_y \right)^2 \right] \quad (68)$$

2.2.2.2 - Calcul des forces de pseudoglissement

On va exprimer pour les technologies de guidage envisagées dans cette étude, les expressions de forces de pseudoglissement en courbe.

./.

On développera les calculs en utilisant la théorie linéaire de KALKER (spin compris).

Les expressions non linéaires de forces de pseuoglisement seront obtenues en négligeant le spin ($C_{23} = C_{33} = 0$) et en introduisant, dans les expressions linéaires, les relations (67) et (68) relatives à chaque technologie.

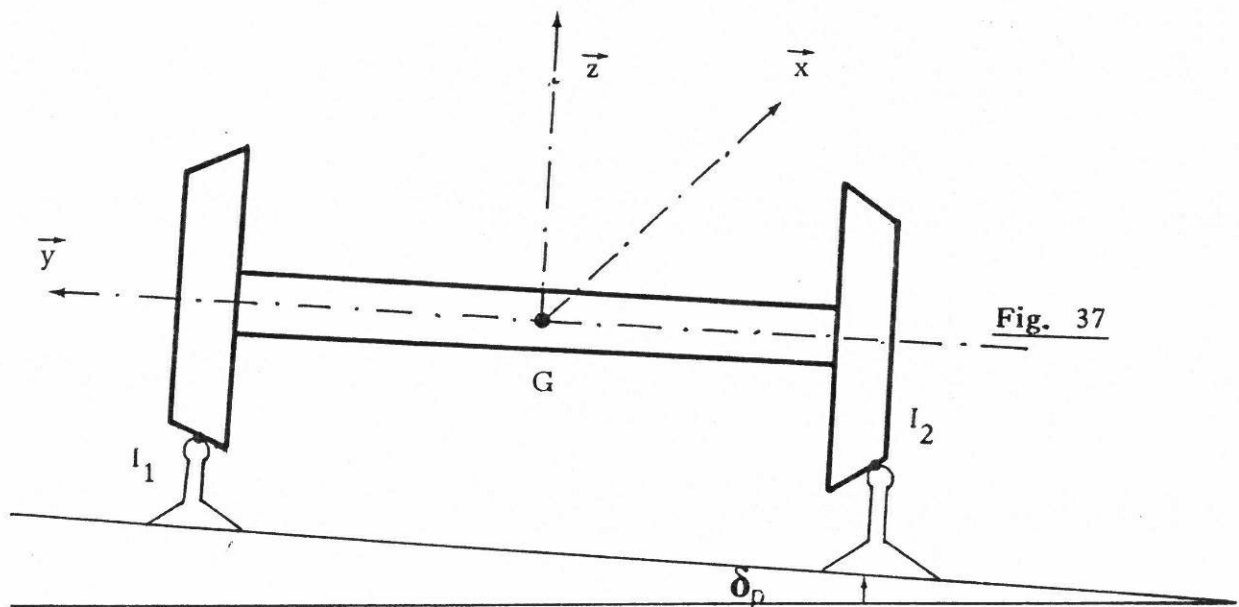
2.2.2.2.1 - Essieux conventionnels/Essieux auto-orientés

Vitesse de glissement

Les calculs seront développés pour le point I_1 (fig. 37, I_1 : point de contact de la roue gauche d'un essieu avec le rail extérieur dans le sens de l'avancement.

Les résultats obtenus seront ensuite généralisés pour les autres points de contact. On introduira dans les expressions des forces de glissement les indices k, i, j .

La vitesse de glissement de la roue gauche, dans le repère R_g , s'écrit :



$$\vec{g}_1 = \vec{g}(S_1/\text{rail}, I_1, t) = \vec{V}^g(G) + \vec{\omega}_{s_1}^g \wedge \vec{GI}_1$$

avec

$$\vec{V}^g(G) = (V + x')\vec{x}_{\delta p} + y'\vec{y}_{\delta p} + z'\vec{z}_{\delta p} \quad (69)$$

$$\vec{\omega}_{s_1}^g = \alpha'\vec{z}_{\delta p} + \psi'\vec{x} + \phi'\vec{y} + \xi'\vec{z}_g$$

Compte tenu des conventions de signes adoptées précédemment (paragraphe 1.2.3) la courbure ρ est négative (fig. 38).

On a $\xi' = V\rho$ avec $\rho < 0$

$$\rho = -\frac{1}{R_c} \quad \text{ce qui donne} \quad \xi' = -\frac{V}{R_c}$$

Les composantes du taux de rotation dans le repère $R_{\delta p}$ sont (voir matrices de passages, paragraphe 1.2.3)

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{s_1}^g &= \alpha'\vec{z}_{\delta p} + \psi'(\vec{x}_{\delta p} + \alpha\vec{y}_{\delta p}) \\ &+ \phi'(-\alpha\vec{x}_{\delta p} + \vec{y}_{\delta p} + \psi\vec{z}_{\delta p}) \\ &+ \xi'(\delta_p\vec{y}_{\delta p} + \vec{z}_{\delta p}) \end{aligned}$$

et après linéarisation au premier ordre on obtient :

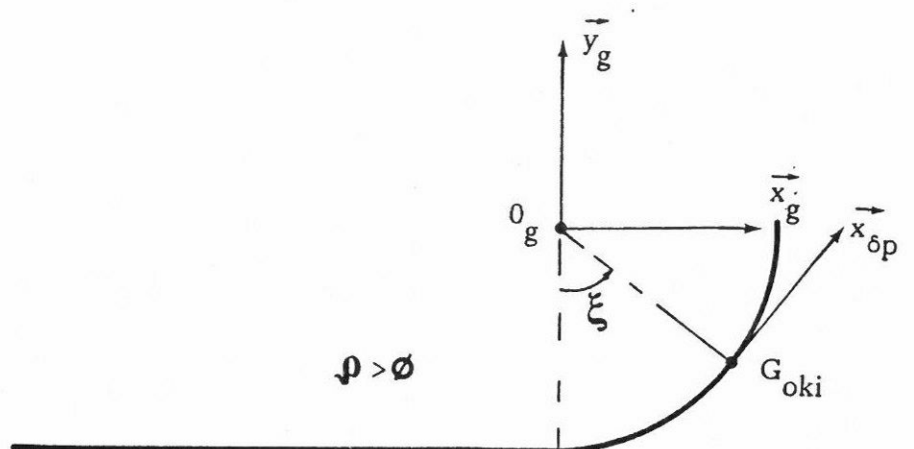
$$\vec{\omega}_{s_1}^g = (\psi' - \alpha\phi')\vec{x}_{\delta p} + \phi'\vec{y}_{\delta p} + (\alpha' + \xi' + \phi'\psi)\vec{z}_{\delta p}$$

(ϕ et ϕ' ne sont pas des infiniment petits).

D'après l'étude géométrique du contact rail-roue on a pour la roue gauche (paragraphe 2.1.4, relation 17)

$$\vec{GI}_1 = -r_1 \varepsilon_1 \vec{x} + e_1 \vec{y} - r_1 \vec{z}$$

./.



alignement $\rightarrow \vec{V}$

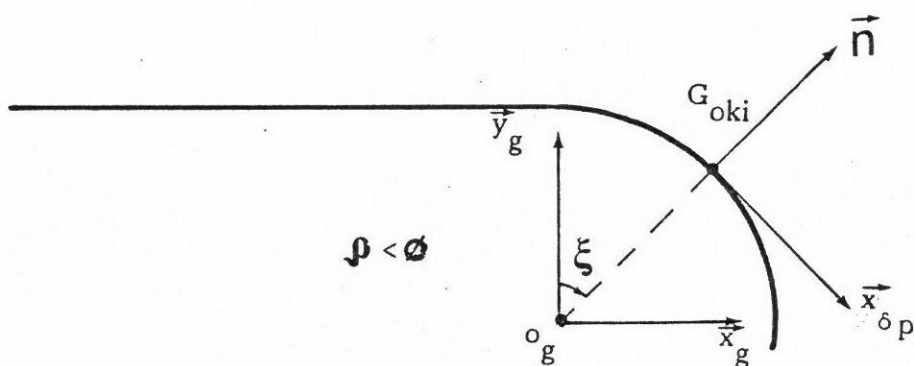
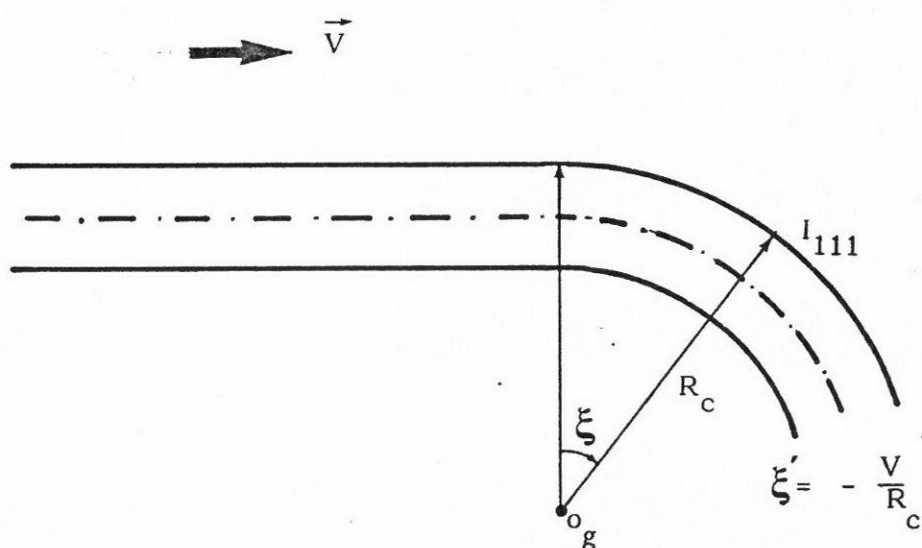


Fig. 38



Dans le repère $R_{\delta p}$ on a :

Roue gauche

$$\vec{G}I_1 = (-r_1 \varepsilon_1 - e_1 \alpha) \vec{x}_{\delta p} + (-r_1 \varepsilon_1 \alpha + e_1 + r_1 \psi) \vec{y}_{\delta p} + (e_1 \psi - r_1) \vec{z}_{\delta p} \quad (70)$$

Roue droite

$$\vec{G}I_2 = (-r_2 \varepsilon_2 + e_2 \alpha) \vec{x}_{\delta p} + (-r_2 \varepsilon_2 \alpha - e_2 + r_2 \psi) \vec{y}_{\delta p} + \vec{z}_{\delta p} (-e_2 \psi - r_2) \quad (71)$$

En négligeant z' , en remplaçant ψ par Γy , ε_1 par $-\gamma_o \alpha$, ξ' par $-\frac{V}{R_c}$, φ' par $\frac{V}{r_o}$ et en introduisant γ_e et χ la vitesse du glissement du point I_1 s'écrit au premier ordre :

$$\begin{aligned} \vec{G}_1(S_1/\text{rail}, I_1, t) = & (-V - \frac{V}{r_o} \gamma_e y - e_o \alpha' + V + \frac{V e_o}{R_c}) \vec{x}_{\delta p} \\ & + (\chi y' - V \alpha) \vec{y}_{\delta p} \\ & + (e_o \Gamma y' - V \gamma_o \alpha) \vec{z}_{\delta p} \end{aligned}$$

Projetons sur le plan tangent commun au point de contact I_1 défini par $\vec{x}_{\delta p}$, $\vec{u}(\gamma_1)$, $\vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2})$ normale au plan tangent (fig 39).

On obtient :

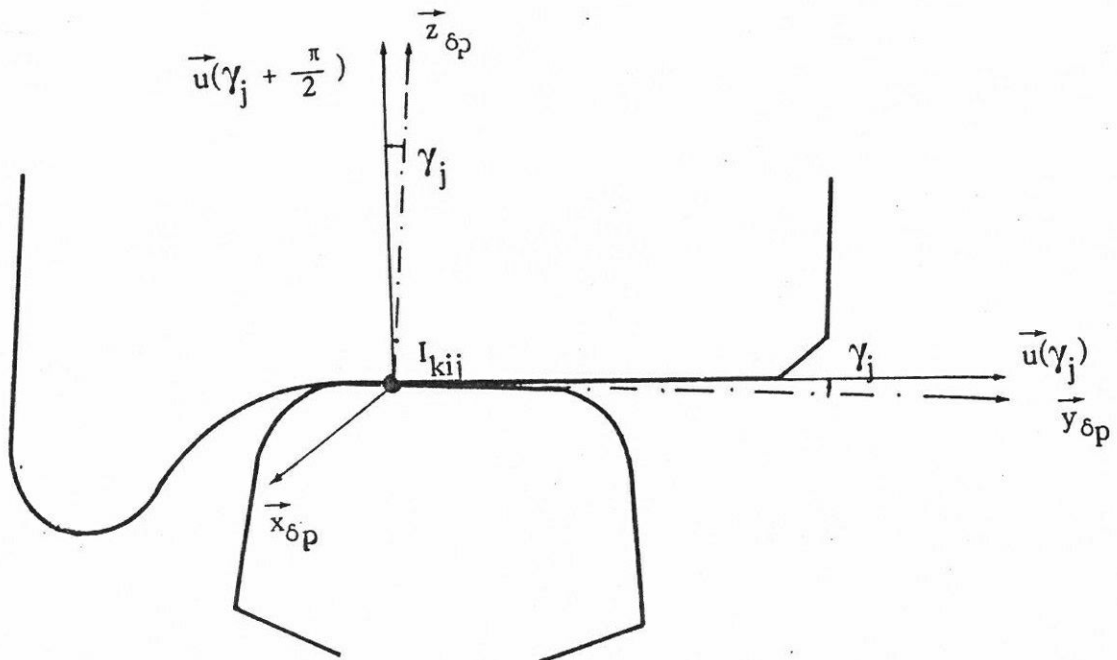


Fig. 39

./.

$$\begin{aligned}\vec{g}_1(S_1/\text{rail}, I_1, t) = & \left(-\frac{V}{r_o} \gamma_{ey} - e_o \alpha' + \frac{Ve_o}{R_c} \right) \vec{x}_{\delta p} \\ & + [\cos \gamma_1 (\chi_{y'} - V\alpha) + \sin \gamma_1 (e_o \gamma_{y'} - V\gamma_o \alpha)] \vec{u}(\gamma_1) \\ & + [-\sin \gamma_1 (\chi_{y'} - V\alpha) + \cos \gamma_1 (e_o \gamma_{y'} - V\gamma_o \alpha)] \vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2})\end{aligned}$$

Il n'y a pas de rupture de contact ce qui suppose que la composante $\vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2})$ est nulle. Le vecteur vitesse de glissement est nécessairement contenu dans le plan tangent au point de contact.

Glissement réduit

Dans le cas du contact d'une roue avec un rail on a :

$$\vec{v}_1 = \frac{\vec{g}_1}{|\vec{v}|}$$

d'où les expressions des glissements réduits

Roue gauche

$$\vec{v}_1 \vec{x}_{\delta p} = -\frac{e_o}{V} \alpha' - \frac{\gamma_{ey}}{r_o} + \frac{e_o}{R_c}$$

$$\vec{v}_1 \vec{u}(\gamma_1) = \chi \frac{y'}{V} - \alpha$$

Roue droite

$$\vec{v}_2 \vec{x}_{\delta p} = \frac{e_o}{V} \alpha' + \frac{\gamma_{ey}}{r_o} - \frac{e_o}{R_c}$$

$$\vec{v}_2 \vec{u}(\gamma_2) = \chi \frac{y'}{V} - \alpha$$

Spin

$$\Phi_{kij} = \frac{\omega_{N_{kij}}}{V} \text{ avec } V = |\vec{V}^g(I_{kij})|$$

$$\omega_N = \vec{\omega}_s^g \cdot \vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}) \quad (72)$$

./.

$$\text{avec } \vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}) = \vec{z}_{\delta p} - \gamma_1 \vec{y}_{\delta p}$$

En développant la relation (72) la composante du pivotement s'écrit au premier ordre :

$$\omega_N = -\gamma_1 \phi' + \alpha' + \phi' \psi + \xi'$$

En remplaçant γ_1 et γ_2 par leurs valeurs (paragraphe 2.1.5, relations 31, 32), ψ par $\frac{V}{R_c} y$, ξ' par $-\frac{V}{R_c}$ et ϕ' par $\frac{V}{r_o}$ on obtient les expressions du spin relatives à la roue gauche et à la roue droite.

$$\phi_1 = \frac{\alpha'}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y$$

$$\phi_2 = \frac{\alpha'}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y$$

Expressions linéaires de forces de pseudoglisement en courbe

En utilisant la notation indicielle adoptée on obtient les expressions linéaires définitives ci-dessous :

$$X_{ki1} = -C_{11} \left(-\frac{\gamma_e}{r_o} y_{ki} - \frac{e_o}{V} \alpha'_{ki} + \frac{e_o}{R_c} \right)$$

$$X_{ki2} = -C_{11} \left(+\frac{\gamma_e}{r_o} y_{ki} + \frac{e_o}{V} \alpha'_{ki} - \frac{e_o}{R_c} \right)$$

$$T_{ki1} = -C_{22} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - C_{23} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right)$$

$$T_{ki2} = -C_{22} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - C_{23} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right)$$

$$M_{ki1} = C_{23} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - C_{33} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right)$$

$$M_{ki2} = C_{23} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - C_{33} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right)$$

2.2.2.2.2 - Essieux à pseudoglisement contrôlé/Essieux à roues indépendantes

Vitesse de glissement

La vitesse de glissement pour les deux roues (S_{111} , S_{112}) d'un essieu s'écrit :

$$\vec{g}_1 = \vec{g}(S_{111}/\text{rail}, I_1, t) = \vec{V}^g(G_{11}) + \vec{\omega}_{S_{111}}^g \wedge \vec{G}_{11} \vec{I}_1 \quad (73)$$

$$\vec{g}_2 = \vec{g}(S_{112}/\text{rail}, I_2, t) = \vec{V}^g(G_{11}) + \vec{\omega}_{S_{112}}^g \wedge \vec{G}_{11} \vec{I}_2 \quad (74)$$

avec

$$\vec{V}(\vec{G}) = V \vec{x}_{\delta p} + x' \vec{x}_{\delta p} + y' \vec{y}_{\delta p} + z' \vec{z}_{\delta p}$$

et

$$\vec{\omega}_{S_{111}}^g = (\psi' - \alpha \omega_{111}) \vec{x}_{\delta p} + \omega_{111} \vec{y}_{\delta p} + (\alpha' + \xi' + \omega_{111} \psi) \vec{z}_{\delta p}$$

$$\vec{\omega}_{S_{112}}^g = (\psi' - \alpha \omega_{112}) \vec{x}_{\delta p} + \omega_{112} \vec{y}_{\delta p} + (\alpha' + \xi' + \omega_{112} \psi) \vec{z}_{\delta p}$$

composantes des taux de rotation instantanés des deux roues S_{111} , S_{112} .

En développant les relations (73), (74) et en projetant les vecteurs glissement dans les plans tangents au point de contact défini par

$\vec{x}_{\delta p}$, $\vec{u}(\gamma_j)$, (fig. 39) on obtient, au premier ordre :

Roue gauche

$$\begin{aligned} \vec{g}_1(S_{111}/\text{rail}, I_1, t) = & (x' - r_1 \omega_{111} - e_o \alpha' + V + \frac{V e_o}{R_c}) \vec{x}_{\delta p} \\ & + (\chi_{y'} - \alpha \omega_{111} r_1) \vec{u}(\gamma_1) \end{aligned} \quad (75)$$

Roue droite

$$\begin{aligned} \vec{g}_2(S_{112}/\text{rail}, I_2, t) = & (x' - r_2 \omega_{112} + e_o \alpha' + V - \frac{V e_o}{R_c}) \vec{x}_{\delta p} \\ & + (\chi_{y'} - \alpha \omega_{112} r_2) \vec{u}(\gamma_2) \end{aligned} \quad (76)$$

./.

En introduisant les relations (21), (22) de l'annexe 3 dans les expressions ci-dessus, on obtient finalement au premier ordre :

$$\vec{G}_1 (S_{111}/\text{rail}, I_1, t) = (-r_o \Phi_{111}^{*'}) \vec{x}_{\delta p} + (\chi_{y'} - \alpha V) \vec{u}(\gamma_1)$$

$$\vec{G}_2 (S_{112}/\text{rail}, I_2, t) = (-r_o \Phi_{112}^{*'}) \vec{x}_{\delta p} + (\chi_{y'} - \alpha V) \vec{u}(\gamma_2)$$

Glissements réduits

$$\vec{v}_1 \vec{x}_{\delta p} = -r_o \frac{\Phi_{111}^{*'}}{V}$$

$$\vec{v}_1 \vec{u}(\gamma_1) = \chi \frac{y'}{V} - \alpha$$

$$\vec{v}_2 \vec{x}_{\delta p} = -r_o \frac{\Phi_{112}^{*'}}{V}$$

$$\vec{v}_2 \vec{u}(\gamma_2) = \chi \frac{y'}{V} - \alpha$$

Spin

En développant les calculs pour la roue gauche :

$$\begin{aligned} \omega_{N_1} &= \vec{\omega}_{S_{111}}^g \vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}) \\ &= [(\psi' - \alpha \omega_{111}) \vec{x}_{\delta p} + \omega_{111} \vec{y}_{\delta p} + (\alpha' + \xi' + \omega_{111} \psi) \vec{z}_{\delta p}] [\vec{z}_{\delta p} - \gamma_1 \vec{y}_{\delta p}] \\ &= [(\Gamma y' - \alpha \omega_{111}) \vec{x}_{\delta p} + \omega_{111} \vec{y}_{\delta p} + (\alpha' - \frac{V}{R_c} + \omega_{111} \Gamma y) \vec{z}_{\delta p}] [\vec{z}_{\delta p} - \gamma_1 \vec{y}_{\delta p}] \\ &= -\frac{V}{R_c} - \gamma_1 \omega_{111} + \alpha' + \omega_{111} \Gamma y \end{aligned}$$

En remplaçant Γ et γ_1 par leurs valeurs (paragraphe 2.1.5, relations 31, 36) on obtient au premier ordre :

./.

$$\omega_{N_1} = \vec{\omega}_{S_{111}} \vec{u}(\gamma_1 + \frac{1}{2}) = -\gamma_o \omega_{111} - \frac{V}{R_c} + \alpha' - \omega_{111} \frac{y\gamma_e}{R\gamma_o}$$

$$\phi_1 = \frac{\omega_{N_1}}{V} \quad \text{d'où}$$

$$\phi_1 = \frac{\alpha'}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\omega_{111}}{V} \left(-\gamma_o - \frac{y\gamma_e}{R\gamma_o} \right) \quad (77)$$

De la même manière, on obtient pour la roue droite :

$$\phi_2 = \frac{\alpha'}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\omega_{112}}{V} \left(\gamma_o - \frac{y\gamma_e}{R\gamma_o} \right) \quad (78)$$

En introduisant les relations 25 et 26 de l'annexe 3 dans les expressions du spin indiquées ci-dessus on obtient les expressions définitives du spin pour les deux roues.

$$\phi_1 = \frac{\alpha'}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_o x'}{V r_o} - \frac{\gamma_o \phi_1'^*}{V} + \frac{e_o \gamma_o}{V r_o} \alpha' + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y - \frac{y \gamma_e}{R \gamma_o r_o} - \frac{e_o \gamma_o}{R_c r_o}$$

$$\phi_2 = \frac{\alpha'}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{\gamma_o x'}{V r_o} + \frac{\gamma_o \phi_2'^*}{V} + \frac{e_o \gamma_o}{V r_o} \alpha' + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y - \frac{y \gamma_e}{R \gamma_o r_o} - \frac{e_o \gamma_o}{R_c r_o}$$

Expressions linéaires de forces de pseudoglisement

En utilisant la notation indicielle on obtient pour l'ensemble du véhicule :

$$X_{ki1} = -C_{11} \left\{ -\frac{r_o}{V} \phi_{ki1}'^* \right\}$$

$$X_{ki2} = -C_{11} \left\{ -\frac{r_o}{V} \phi_{ki2}'^* \right\}$$

$$T_{ki1} = -C_{22} \left\{ \frac{\chi}{V} y_{ki}' - \alpha_{ki} \right\} - C_{23} \left\{ \frac{\alpha_{ki}'}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{r_o V} \alpha_{ki}' - \frac{e_o \gamma_o}{R_c r_o} - \frac{\gamma_o}{V} \phi_{ki1}'^* - \frac{x_{ki}' \gamma_o}{V r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} \right\}$$

$$T_{ki2} = -C_{22} \left\{ \frac{\chi}{V} y'_{ki} - a_{ki} \right\} - C_{23} \left\{ \frac{a'_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{r_o V} a'_{ki} - \frac{e_o \gamma_o}{R_c r_o} \right. \\ \left. + \frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki2}^{*} + \frac{x'_{ki} \gamma_o}{V r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} \right\}$$

$$M_{ki1} = C_{23} \left\{ \chi \frac{y'_{ki}}{V} - a_{ki} \right\} - C_{33} \left\{ \frac{a'_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{r_o V} a'_{ki} - \frac{e_o \gamma_o}{R_c r_o} \right. \\ \left. - \frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki1}^{*} - \frac{x'_{ki} \gamma_o}{V r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} \right\}$$

$$M_{ki2} = C_{23} \left\{ \frac{\chi}{V} y'_{ki} - a_{ki} \right\} - C_{33} \left\{ \frac{a'_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{r_o V} a'_{ki} - \frac{e_o \gamma_o}{R_c r_o} \right. \\ \left. + \frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki2}^{*} + \frac{x'_{ki} \gamma_o}{V r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} \right\}$$

Remarque

Dans le cas d'un essieu monté à roues indépendantes les forces de pseudoglisement sont données par des expressions identiques en remarquant que les glissements résiduels sont faibles par rapport à ceux existant avec un essieu à pseudoglisement contrôlé

3 - DYNAMIQUE TRANSVERSALE
EN ALIGNEMENT
- MODELE MATHEMATIQUE

3.1 - VEHICULE FERROVIAIRE MUNI DES BOGIES A ESSIEUX

CONVENTIONNELS

Dans ce chapitre on donne un résumé des calculs permettant d'établir un modèle mathématique simulant le comportement dynamique d'un véhicule ferroviaire à essieux conventionnels circulant sur une voie en alignement de bonne qualité (défauts de flèches mesurés sur une corde de 10 m $< \pm 3$ mm).

3.1.1 - CALCULS

Pour les détails de ces développements on se reportera à la thèse de R. JOLY [16].

Taux de rotation des solides composant le véhicule

Les taux de rotation de la caisse des bogies et des essieux dans les repères mobiles sont donnés après linéarisation au 1er ordre, par les expressions suivantes :

$$\text{caisse : } \vec{\omega}_c^0 = \vec{\theta}'_x + \vec{\phi}'_y + \vec{\alpha}'_z$$

$$\text{bogies : } \vec{\omega}_{c_k}^0 = \theta'_k \vec{x} + \phi'_k \vec{y} + \alpha'_k \vec{z}$$

$$\text{essieux : } \vec{\omega}_{s_{ki}}^0 = \psi'_{ki} \vec{x} + (\phi'_{ki} + \alpha'_{ki} \psi_{ki}) \vec{y} + \alpha'_{ki} \vec{z}$$

Énergie cinétique du système mécanique

L'énergie cinétique du système est une fonction additive d'ensemble :

$$T^0 = T_c^0 + \sum_{k=1}^2 T_{c_k}^0 + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 T_{s_{ki}}^0$$

./.

En tenant compte :

- de l'asymétrie transversale de la caisse

$$I_C = \left\{ \begin{array}{ccc} \bar{M} \bar{O}_x^2 & \emptyset & - \bar{E} \\ \emptyset & \bar{M} \bar{O}_y^2 & \emptyset \\ - \bar{E} & \emptyset & \bar{M} \bar{O}_z^2 \end{array} \right\}_{\bar{G}} \quad \begin{array}{l} \text{tenseur d'inertie} \\ \text{de C en } \bar{G} \end{array}$$

- des résultats de l'étude géométrique du contact rail-roue et

- en négligeant z_{ki} on obtient l'expression de l'énergie cinétique totale du système mécanique.

$$2T^0 =$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \bar{M} (\bar{X}'^2 + \bar{Y}'^2 + \bar{Z}'^2) + \bar{M}(\bar{O}_x^2 + \bar{h}_o^2) \bar{\theta}'^2 + \bar{M}(\bar{O}_y^2 + \bar{h}_o^2 + \bar{S}_o^2) \bar{\varphi}'^2 + \\ + \bar{M}(\bar{O}_z^2 + \bar{S}_o^2) \bar{\alpha}'^2 + 2 \bar{M} \bar{h}_o \bar{X}' \bar{\varphi}' - 2 \bar{M} \bar{h}_o \bar{Y}' \bar{\theta}' + 2 \bar{M} \bar{S}_o \bar{Y}' \bar{\alpha}' \\ - 2 \bar{M} \bar{S}_o \bar{Z}' \bar{\varphi}' + \bar{\theta}' \bar{\alpha}' (- 2 \bar{M} \bar{S}_o \bar{h}_o - 2 \bar{E}) \end{array} \right. \\ & + \\ & \sum_{k=1}^2 \left\{ \begin{array}{l} M_k (X_k'^2 + Y_k'^2 + Z_k'^2) + M_k (\bar{O}_{x_k}^2 + h_o^2) \theta_k'^2 + M_k (\bar{O}_{y_k}^2 + h_o^2) \varphi_k'^2 + \\ + M_k \bar{O}_{z_k}^2 \alpha_k'^2 + 2 M_k h_o X_k' \varphi_k' - 2 M_k h_o Y_k' \theta_k' \end{array} \right. \\ & + \\ & \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{array}{l} (m_{ki} + \hat{m}_{ki}) (x_{ki}'^2 + y_{ki}'^2) + (m_{ki} \rho_{x_{ki}}^2 + \hat{m}_{ki} d_i'^2) r^2 y_{ki}'^2 \\ + (\varphi_{ki}'^2 + 2 r \varphi_{ki}' \alpha_{ki}' y_{ki}) m_{ki} \rho_{y_{ki}}^2 + (m_{ki} \rho_{z_{ki}}^2 + \hat{m}_{ki} d_i'^2) \alpha_{ki}'^2 \end{array} \right. + \end{aligned}$$

./.

Energie potentielle

$$E_p^o = E_{p(C)}^o + \sum_{k=1}^2 E_{p(C_k)}^o + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 E_{p(S_{ki})}^o$$

Pour déterminer l'énergie potentielle relative aux ressorts des liaisons il faut calculer les déplacements (au premier ordre) des points d'attache des ressorts en projection sur les axes \bar{x}_o , \bar{y}_o , \bar{z}_o . Les points d'attache des ressorts sur la caisse et les châssis de bogies sont affectés de l'indice k. \bar{A}_k : étage secondaire, A_k : étage primaire. Les rigidités des ressorts sont \bar{K}_{x_k} , \bar{K}_{y_k} , \bar{K}_{z_k} pour l'étage secondaire et K_{x_k} , K_{y_k} , K_{z_k} pour l'étage primaire. On suppose que les ressorts sont montés de la même façon au droit des deux bogies ; en conséquence, les grandeurs $\bar{\alpha}$, α , \bar{d} , d , \bar{h}_1 , \bar{h}_2 , h_1 , H , H_1 , ℓ (fig. 1, 2) sont identiques et ne seront pas affectés de l'indice k.

En tenant compte des résultats de l'étude géométrique et en négligeant z_{ki} on obtient la relation suivante qui exprime l'énergie potentielle totale pour l'ensemble du véhicule.

$$E_p^{(o)} =$$

$$+ \bar{M}g \left(-\bar{h}_o \left(\frac{\bar{\theta}^2}{2} + \frac{\bar{\varphi}^2}{2} \right) \right)$$

$$+ \sum_{k=1}^2 \left\{ + M_k g \left(-h_o \left(\frac{\theta_k^2}{2} + \frac{\varphi_k^2}{2} \right) \right) \right.$$

$$+ \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ + (m_{ki} + \hat{m}_{ki} + \frac{M_k}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \left(\zeta \frac{y_{ki}^2}{2} - \varepsilon_o \gamma_o \frac{a_{ki}^2}{2} \right) \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left\{ \begin{aligned} &+ 2 \bar{K}_{x_k} \left(\bar{X} - X_k + \bar{h}_1 \bar{\varphi} - H \varphi_k - \bar{d} (-1)^{j+1} (\bar{a} - a_k) \right)^2 \\ &+ 2 \bar{K}_{y_k} \left(\bar{Y} - Y_k - \bar{h}_1 \bar{\theta} + H \theta_k + \bar{A} (-1)^{k+1} \bar{a} + \bar{\alpha} (-1)^{i+1} (\bar{a} - a_k) \right)^2 \\ &+ \bar{K}_{z_k} \left(\bar{Z} - Z_k + \bar{d} (-1)^{j+1} (\bar{\theta} - \theta_k) - \bar{A} (-1)^{k+1} \bar{\varphi} - \bar{\alpha} (-1)^{i+1} (\bar{\varphi} - \varphi_k) \right)^2 \\ &+ K_{x_k} \left(X_k - x_{ki} + h_1 \varphi_k - d (-1)^{j+1} (a_k - a_{ki}) \right)^2 \\ &+ 2 K_{y_k} \left(Y_k - (1 - \ell \Gamma) y_{ki} - h_1 \theta_k + \alpha (-1)^{i+1} a_k \right)^2 \\ &+ K_{z_k} \left(Z_k + d (-1)^{j+1} (\theta_k - \Gamma y_{ki}) - \alpha (-1)^{i+1} \varphi_k \right)^2 \end{aligned} \right.$$

./.

Puissance dissipée par les amortisseurs

La puissance totale dissipée par les amortisseurs visqueux de la suspension (primaire et secondaire) a pour expression :

$$P = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & \bar{F}_x (\bar{X}' - X'_{k'}) + \bar{F}_y (\bar{Y}' - Y'_{k'}) + \bar{F}_z (\bar{Z}' - Z'_{k'}) + \left\{ \bar{F}_z \bar{d} (-1)^{j+1} \right. \\ & - \bar{F}_y \bar{h}_2 \left\{ \bar{\theta}' + \left[\bar{F}_x \bar{h}_2 - \bar{F}_z [\bar{A}(-1)^{k+1} + \bar{\alpha}(-1)^{i+1}] \right] \bar{\phi}' \right. \\ & \left. \left\{ \bar{F}_y [\bar{A}(-1)^{k+1} + \bar{\alpha}(-1)^{i+1}] - \bar{F}_x \bar{d} (-1)^{j+1} \right\} \bar{\alpha}' + \left\{ \bar{F}_y H_1 \right. \right. \\ & - \left. \left. \bar{F}_z \bar{d} (-1)^{j+1} \right\} \bar{\theta}'_k + \left\{ \bar{F}_z \bar{\alpha} (-1)^{i+1} - \bar{F}_x H_1 \right\} \bar{\phi}'_k + \left\{ \bar{F}_x \bar{d} (-1)^{j+1} \right. \right. \\ & - \left. \left. \bar{F}_y \bar{\alpha} (-1)^{i+1} \right\} \bar{\alpha}'_k + F_x (X'_{k'} - x'_{ki}) + F_y (Y'_{k'} - y'_{ki}) \right. \\ & + F_z Z'_{k'} + F_z \bar{d} (-1)^{j+1} \bar{\theta}'_k - F_z \bar{\alpha} (-1)^{i+1} \bar{\phi}'_k + \left\{ F_y \bar{\alpha} (-1)^{i+1} \right. \\ & - \left. F_x \bar{d} (-1)^{j+1} \right\} \bar{\alpha}'_k + F_x \bar{d} (-1)^{j+1} \bar{\alpha}'_{ki} + \left\{ F_y (h_1 + \ell) \right. \\ & - \left. F_z \bar{d} (-1)^{j+1} \right\} \Gamma y'_{ki} \end{aligned} \right\} \quad \begin{matrix} - \\ + \\ - \\ - \\ + \\ - \\ - \end{matrix}$$

avec

$$\begin{aligned} \bar{F}_x &= -2\bar{C}_x \left(\bar{X}' - X'_{k'} + \bar{h}_2 \bar{\phi}' - H_1 \bar{\phi}'_k - \bar{d} (-1)^{j+1} (\bar{\alpha}' - \bar{\alpha}'_k) \right) \\ \bar{F}_y &= -2\bar{C}_y \left(\bar{Y}' - Y'_{k'} - \bar{h}_2 \bar{\theta}' + H_1 \bar{\theta}'_k + \bar{A}(-1)^{k+1} \bar{\alpha}' + \bar{\alpha}(-1)^{i+1} (\bar{\alpha}' - \bar{\alpha}'_k) \right) \\ \bar{F}_z &= -\bar{C}_z \left(\bar{Z}' - Z'_{k'} + \bar{d} (-1)^{j+1} (\bar{\theta}' - \bar{\theta}'_k) - \bar{A}(-1)^{k+1} \bar{\phi}' - \bar{\alpha}(-1)^{i+1} (\bar{\phi}' - \bar{\phi}'_k) \right) \\ F_x &= -C_x \left(X'_{k'} - x'_{ki} - \bar{d} (-1)^{j+1} (\bar{\alpha}'_k - \bar{\alpha}'_{ki}) \right) \\ F_y &= -2C_y \left(Y'_{k'} - y'_{ki} + (h_1 + \ell) \Gamma y'_{ki} + \bar{\alpha}(-1)^{i+1} \bar{\alpha}'_k \right) \\ F_z &= -C_z \left(Z'_{k'} + \bar{d} (-1)^{j+1} (\bar{\theta}'_k - \Gamma y'_{ki}) - \bar{\alpha}(-1)^{i+1} \bar{\phi}'_k \right) \end{aligned}$$

Dans les expressions ci-dessus on a négligé z_{ki} et on a remplacé ψ'_{ki} par $\Gamma y'_{ki}$ (voir étude géométrique).

./.

Puissance dissipée par les actions de contact rail-roue

En désignant par
$$\left\{ \begin{array}{c} X_j \vec{x}_0 + T_j \vec{u}(\gamma_j) + N_j \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2}) \\ M_j \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right\}$$

le torseur des actions de contact au point I_j ; la puissance dissipée par ce dernier est donnée par l'expression :

$$\left\{ \begin{array}{c} X_j \vec{x}_0 + T_j \vec{u}(\gamma_j) + N_j \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2}) \\ M_j \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \vec{\omega}^{\circ s} \\ \vec{g}^{\circ}(I_j) \end{array} \right\}$$

soit pour les deux roues d'un même essieu

$$\begin{aligned} \text{roue gauche} & \left\{ \begin{array}{c} X_1 \vec{x}_0 \\ T_1 \vec{u}(\gamma_1) \\ N_1 \vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right\} \vec{g}^{\circ}(I_1) + \left\{ M_1 \vec{u}(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}) \left\{ \vec{\omega}^{\circ s} \right\} \right\} \\ \text{roue droite} & \left\{ \begin{array}{c} X_2 \vec{x}_0 \\ T_2 \vec{u}(\gamma_2) \\ N_2 \vec{u}(\gamma_2 + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right\} \vec{g}^{\circ}(I_2) + \left\{ M_2 \vec{u}(\gamma_2 + \frac{\pi}{2}) \left\{ \vec{\omega}^{\circ s} \right\} \right\} \end{aligned}$$

Pour le calcul de la puissance dissipée on ne tiendra compte que des termes en x', y', α' . Les autres n'interviennent pas dans les équations de LAGRANGE. De plus, on néglige la composante $N_j \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2})$ car cette force ne travaille pas. Il y aurait rupture de contact si le point I_j se déplaçait sur $\vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2})$.

En tenant compte des résultats de l'étude géométrique du contact rail-roue et des expressions de forces de pseudoglisement données au paragraphe 2.2.1.4.1, on obtient l'expression définitive de la puissance dissipée par les forces de pseudoglisement aux points de contact roue-rail

./.

$$P_a =$$

$$+ \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & x'_{ki} \left(-2C_{11} \frac{x'_{ki}}{V} \right) + y'_{ki} \chi \left(-2C_{22} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) \right. \\ & \left. - 2C_{23} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_{ki} \right) \right) + \alpha'_{ki} e_o \left(-2C_{11} \left(\frac{\gamma_e y_{ki}}{r_o} + \frac{e_o}{V} \alpha'_{ki} \right) \right) + \\ & + \alpha'_{ki} \left(2C_{23} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - 2C_{33} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_{ki} \right) \right) \end{aligned} \right.$$

3.1.2 - SYSTEME DIFFERENTIEL SIMULANT LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU VEHICULE

En supposant le guidage des essieux, assuré uniquement par l'action combinée des forces de pseudoglissement et de la géométrie de contact, le système différentiel permettant d'étudier la stabilité transversale du véhicule est donné par application du formalisme de LAGRANGE rappelé ci-après :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial q'} \right\} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial E_p}{\partial q} = \bar{\omega}_q$$

T : énergie cinétique totale,

E_p : énergie potentielle totale (pesanteur et ressorts),

$\bar{\omega}_q$: coefficient de q' dans l'expression de la puissance dissipée par les forces non conservatrices (amortissement et forces de pseudoglissement),

q : paramètre banal.

Remarque :

Ce système de 30 équations différentielles du second ordre se divise en 2 groupes indépendants (au 1er ordre) comprenant le premier, 17 équations (variables y, θ, α) caractérisant la dynamique transversale, et le second, 13 équations (variables x, z, φ) caractérisant la dynamique verticale et longitudinale.

./.

3.1.2.1 - Dynamique transversale - Véhicule complet -

Système différentiel

Le système différentiel de 17 équations du second ordre simulant le comportement dynamique en transversal du véhicule est donné ci-après. On a seulement deux ressorts, un amortisseur transversal et longitudinal et 2 amortisseurs verticaux par bogie, au niveau de la suspension secondaire ($\bar{\alpha} = 0$)

Ce modèle représente, dans la pratique, un véhicule de type "CORAIL", (fig. 40).

Equation en \bar{Y}

$$\begin{aligned} & \bar{M}\bar{Y}'' + 2\bar{C}_y\bar{Y}' + 4\bar{K}_y\bar{Y} - \bar{M}\bar{h}_o\bar{\theta}'' + \bar{M}\bar{S}_o\bar{\alpha}'' - \\ & - 2\bar{C}_y\bar{h}_2\bar{\theta}' - 4\bar{K}_y\bar{h}_1\bar{\theta} - \bar{C}_y\bar{Y}'_1 - \bar{C}_y\bar{Y}'_2 - 2\bar{K}_y\bar{Y}_1 - \\ & - 2\bar{K}_y\bar{Y}_2 + \bar{C}_y\bar{H}_1\bar{\theta}'_1 + \bar{C}_y\bar{H}_1\bar{\theta}'_2 + 2\bar{K}_y\bar{H}\bar{\theta}_1 + \\ & + 2\bar{K}_y\bar{H}\bar{\theta}_2 = 0 \end{aligned}$$

Equation en $\bar{\theta}$

$$\begin{aligned} & \bar{M}(\bar{O}_x^2 + \bar{h}_o^2)\bar{\theta}'' + (2\bar{C}_y\bar{h}_2^2 + 4\bar{C}_z\bar{d}^2)\bar{\theta}' + \\ & + (4\bar{K}_y\bar{h}_1^2 + 4\bar{K}_z\bar{d}^2 - \bar{M}g\bar{h}_o)\bar{\theta} - \bar{M}\bar{h}_o\bar{Y}'' - \\ & - 2\bar{C}_y\bar{h}_2\bar{Y}' - 4\bar{K}_y\bar{h}_1\bar{Y} - (\bar{M}\bar{S}_o\bar{h}_o + \bar{E})\bar{\alpha}'' + \\ & + \bar{C}_y\bar{h}_2\bar{Y}'_1 + \bar{C}_y\bar{h}_2\bar{Y}'_2 + 2\bar{K}_y\bar{h}_1\bar{Y}_1 + 2\bar{K}_y\bar{h}_1\bar{Y}_2 - \\ & - (\bar{C}_y\bar{h}_2\bar{H}_1 + 2\bar{C}_z\bar{d}^2)\bar{\theta}'_1 - (\bar{C}_y\bar{h}_2\bar{H}_1 + 2\bar{C}_z\bar{d}^2)\bar{\theta}'_2 - \\ & - (2\bar{K}_y\bar{h}_1\bar{H} + 2\bar{K}_z\bar{d}^2)\bar{\theta}_1 - (2\bar{K}_y\bar{h}_1\bar{H} + 2\bar{K}_z\bar{d}^2)\bar{\theta}_2 = 0 \end{aligned}$$

./.

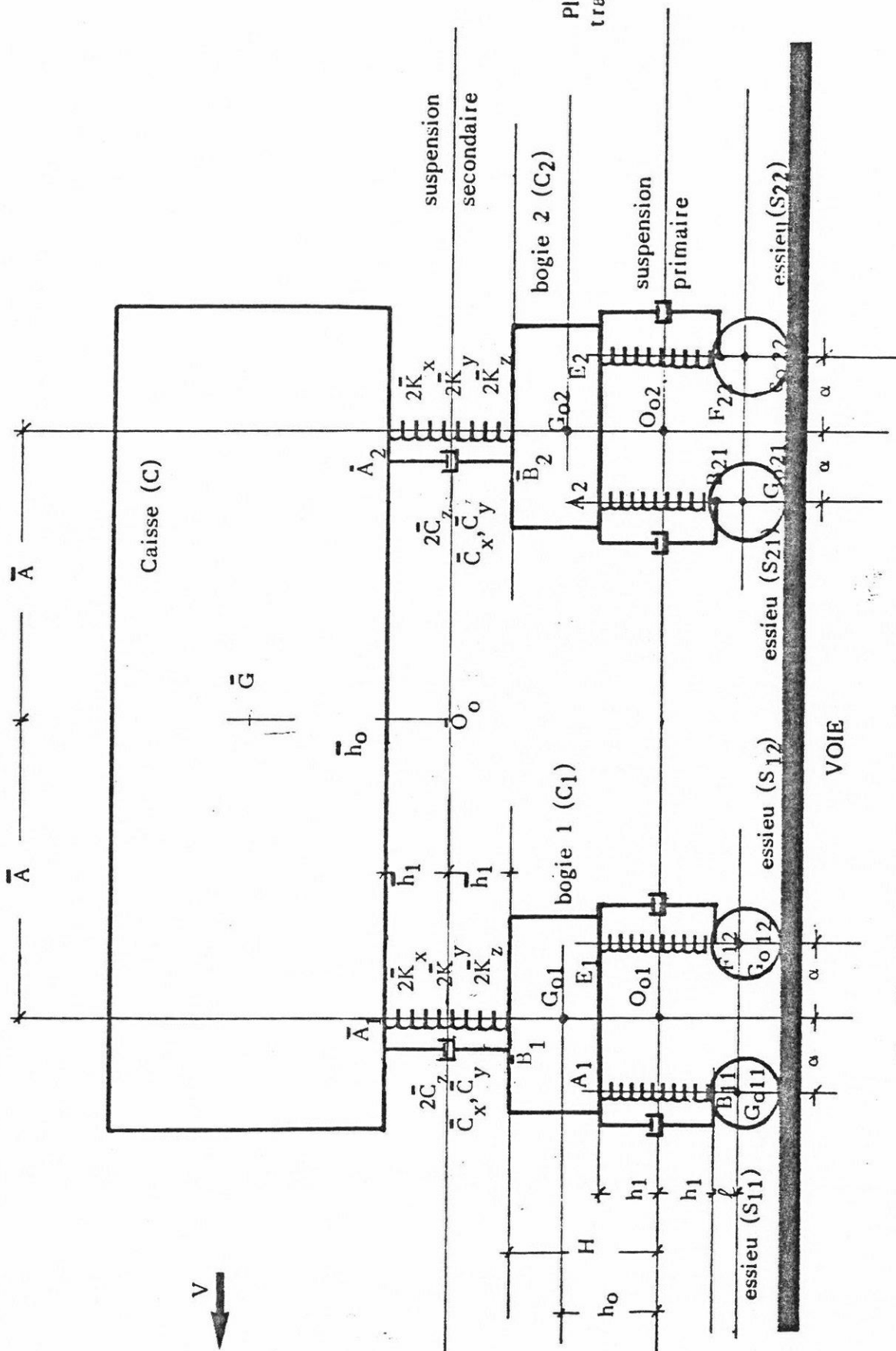


Fig. 40 Système mécanique adopté pour l'étude de la stabilité en alignement

Equation en \bar{a}

$$\begin{aligned}
& \bar{M}(\bar{O}_z^2 + \bar{S}_o^2) \bar{a}'' + \bar{M} \bar{S}_o \bar{Y}'' - (\bar{M} \bar{S}_o \bar{h}_o + \bar{E}) \bar{\theta}'' + \\
& + (2\bar{C}_x \bar{d}^2 + 2\bar{C}_y \bar{A}^2) \bar{a}' + (4\bar{K}_x \bar{d}^2 + 4\bar{K}_y \bar{A}^2) \bar{a} - \\
& - \bar{C}_y \bar{A} Y'_1 + \bar{C}_y \bar{A} Y'_2 - 2\bar{K}_y \bar{A} Y_1 + 2\bar{K}_y \bar{A} Y_2 + \\
& + \bar{C}_y \bar{A} H_1 \theta'_1 - \bar{C}_y \bar{A} H_1 \theta'_2 + 2\bar{K}_y \bar{A} H \theta_1 - \\
& - 2\bar{K}_y \bar{A} H \theta_2 - \bar{C}_x \bar{d}^2 \alpha'_1 - \bar{C}_x \bar{d}^2 \alpha'_2 - \\
& - 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \alpha_1 - 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \alpha_2 = \phi
\end{aligned}$$

Equation en Y_1

$$\begin{aligned}
& M Y_1'' - M h_o \theta_1'' + (\bar{C}_y + 4C_y) Y'_1 + (2\bar{K}_y + 4K_y) Y_1 - \\
& - \bar{C}_y \bar{Y}' - 2\bar{K}_y \bar{Y} + \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{\theta}' + 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{\theta} - \\
& - \bar{C}_y \bar{A} \bar{a}' - 2\bar{K}_y \bar{A} \bar{a} - \bar{C}_y H_1 \theta'_1 - (2\bar{K}_y H + \\
& + 4K_y h_1) \theta_1 - 2C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{11} - \\
& - 2C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{12} - 2K_y (1 - \ell \Gamma) y_{11} - \\
& - 2K_y (1 - \ell \Gamma) y_{12} = \phi
\end{aligned}$$

Equation en Y_2

$$\begin{aligned}
& M Y_2'' - M h_o \theta_2'' + (\bar{C}_y + 4C_y) Y'_2 + (2\bar{K}_y + 4K_y) Y_2 - \\
& - \bar{C}_y \bar{Y}' - 2\bar{K}_y \bar{Y} + \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{\theta}' + 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{\theta} + \\
& + \bar{C}_y \bar{A} \bar{a}' + 2\bar{K}_y \bar{A} \bar{a} - \bar{C}_y H_1 \theta'_2 - (2\bar{K}_y H + \\
& + 4K_y h_1) \theta_2 - 2C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{21} - \\
& - 2C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{22} - 2K_y (1 - \Gamma \ell) y_{21} - \\
& - 2K_y (1 - \Gamma \ell) y_{22} = \phi
\end{aligned}$$

Equation en θ_1

$$\begin{aligned}
& M(Q_x^2 + h_o^2)\theta_1'' + (\bar{C}_y H_1^2 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2 + 4C_z d^2)\theta_1' + (2\bar{K}_y H^2 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2 + 4K_y h_1^2 + 4K_z d^2 - Mgh_o)\theta_1 - Mh_o Y_1'' - \bar{C}_y H_1 Y_1' \\
& - (2\bar{K}_y H + 4K_y h_1) Y_1 + \bar{C}_y H_1 \bar{Y}' + 2\bar{K}_y H \bar{Y} - (\bar{C}_y H_1 \bar{h}_2 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2)\bar{\theta}' - (2\bar{K}_y H \bar{h}_1 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2)\bar{\theta} + \bar{C}_y H_1 \bar{A} \bar{\alpha}' + 2\bar{K}_y H \bar{A} \bar{\alpha} \\
& - 2C_z d^2 \Gamma y_{11}' - 2C_z d^2 \Gamma y_{12}' + [2K_y h_1(1 - \Gamma\ell) - 2K_z d^2 \Gamma] y_{11} + [2K_y h_1(1 - \Gamma\ell) - 2K_z d^2 \Gamma] y_{12} = \phi
\end{aligned}$$

Equation en θ_2

$$\begin{aligned}
& M(Q_x^2 + h_o^2)\theta_2'' + (\bar{C}_y H_1^2 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2 + 4C_z d^2)\theta_2' + (2\bar{K}_y H^2 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2 + 4K_y h_1^2 + 4K_z d^2 - Mgh_o)\theta_2 - Mh_o Y_2'' - \bar{C}_y H_1 Y_2' - (2\bar{K}_y H + 4K_y h_1)Y_2 \\
& + \bar{C}_y H_1 \bar{Y}' + 2\bar{K}_y H \bar{Y} - (\bar{C}_y H_1 \bar{h}_2 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2)\bar{\theta}' - (2\bar{K}_y H \bar{h}_1 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2)\bar{\theta} - \bar{C}_y H_1 \bar{A} \bar{\alpha}' - 2\bar{K}_y H \bar{A} \bar{\alpha} \\
& - 2C_z d^2 \Gamma y_{21}' - 2C_z d^2 \Gamma y_{22}' + [2K_y h_1(1 - \Gamma\ell) - 2K_z d^2 \Gamma] y_{21} + [2K_y h_1(1 - \Gamma\ell) - 2K_z d^2 \Gamma] y_{22} = \phi
\end{aligned}$$

./.

Equation en α_1

$$\begin{aligned}
& M \Omega_z \alpha_1'' + (\bar{C}_x \bar{d}^2 + 4 C_x d^2 + 4 C_y \alpha^2) \alpha_1' + \\
& + (2 \bar{K}_x \bar{d}^2 + 4 K_x d^2 + 4 K_y \alpha^2) \alpha_1 - \bar{C}_x \bar{d}^2 \bar{\alpha}' - \\
& - 2 \bar{K}_x \bar{d}^2 \bar{\alpha} - 2 C_y \alpha [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{11} + 2 C_y \alpha \cdot \\
& [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{12} - 2 K_y \alpha (1 - \Gamma \ell) y_{11} + 2 K_y \alpha (1 - \Gamma \ell) y_{12} - \\
& - 2 C_x d^2 \alpha'_{11} - 2 C_x d^2 \alpha'_{12} - 2 K_x d^2 \alpha_{11} - 2 K_x d^2 \alpha_{12} = \phi
\end{aligned}$$

Equation en α_2

$$\begin{aligned}
& M \Omega_z^2 \alpha_2'' + (\bar{C}_x \bar{d}^2 + 4 C_x d^2 + 4 C_y \alpha^2) \alpha_2' + \\
& + (2 \bar{K}_x \bar{d}^2 + 4 K_x d^2 + 4 K_y \alpha^2) \alpha_2 - \bar{C}_x \bar{d}^2 \bar{\alpha}' - \\
& - 2 \bar{K}_x \bar{d}^2 \bar{\alpha} - 2 C_y \alpha [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{21} + 2 C_y \alpha \cdot \\
& [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_{22} - 2 K_y \alpha (1 - \Gamma \ell) y_{21} + 2 K_y \alpha \cdot \\
& (1 - \Gamma \ell) y_{22} - 2 C_x d^2 \alpha'_{21} - 2 C_x d^2 \alpha'_{22} - \\
& - 2 K_x d^2 \alpha_{21} - 2 K_x d^2 \alpha_{22} = \phi
\end{aligned}$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned}
& (m + \hat{m}) y''_{11} + \left\{ 2 C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma]^2 + 2 C_z d^2 \Gamma^2 + \right. \\
& + 2 C_{22} \frac{\chi^2}{V} \left. \right\} y'_{11} + [2 K_y (1 - \Gamma \ell)^2 + 2 K_z d^2 \Gamma^2 + \\
& + (m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \zeta - 2 C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R \gamma_o \Gamma_o}] y_{11} + \\
& + (2 C_{23} \frac{\chi}{V} - m \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{r_o}) \alpha'_{11} - 2 C_{22} \chi \alpha_{11} - \\
& - 2 C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] y'_1 - 2 K_y (1 - \ell \Gamma) y_1 - \\
& - 2 C_z d^2 \Gamma \theta'_1 + [2 K_y h_1 (1 - \Gamma \ell) - 2 K_z d^2 \Gamma] \theta_1 - \\
& - 2 C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] \alpha'_1 - 2 K_y \alpha (1 - \Gamma \ell) \alpha_1 = \phi
\end{aligned}$$

Equation en y_{12}

$$\begin{aligned}
& (m + \hat{m})y''_{12} + \left\{ 2C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma]^2 + 2C_z d^2 \Gamma^2 \right. & + \\
& \left. + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} \right\} y'_{12} + [2K_y (1 - \Gamma\ell)^2 + 2K_z d^2 \Gamma^2] & + \\
& + (m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \zeta - 2C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R \gamma_o \Gamma_o}] y_{12} & + \\
& + (2C_{23} \frac{\chi}{V} - m \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{\Gamma_o}) a'_{12} - 2C_{22} \chi a_{12} & - \\
& - 2C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma] Y'_1 - 2K_y (1 - \ell) Y_1 & - \\
& - 2C_z d^2 \Gamma \theta'_1 + [2K_y h_1 (1 - \Gamma\ell) - 2K_z d^2 \Gamma] \theta_1 & + \\
& + 2C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma] \alpha a'_1 + 2K_y \alpha (1 - \Gamma\ell) a_1 = \emptyset
\end{aligned}$$

Equation en y_{21}

L'équation en y_{21} est obtenue en remplaçant dans l'équation de y_{11} , Y_1 par Y_2 , θ_1 par θ_2 , α_1 par α_2 , y_{11} par y_{21} et α_{11} par α_{21} .

Equation en y_{22}

L'équation en y_{22} est obtenue en remplaçant dans l'équation de y_{12} , Y_1 par Y_2 , θ_1 par θ_2 , α_1 par α_2 , y_{12} par y_{22} et α_{12} par α_{22} .

Equation en α_{11}

$$\begin{aligned}
& (m \rho_z^2 + \hat{m} d^2) \alpha''_{11} + (2C_x d^2 + 2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + \frac{2C_{33}}{V}) \alpha'_{11} & + \\
& + [2K_x d^2 - (m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \gamma_o \epsilon_o + 2C_{23}] \alpha_{11} & + \\
& + (m \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{\Gamma_o} - 2C_{23} \frac{\chi}{V}) y'_{11} + (2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{\Gamma_o} & - \\
& - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o \Gamma_o}) y_{11} - 2C_x d^2 \alpha'_1 - 2K_x d^2 \alpha_1 = \emptyset
\end{aligned}$$

./.

Equation en α_{12}

L'équation en α_{12} est obtenue en remplaçant dans l'équation de α_{11} , α_{11} par α_{12} et y_{11} par y_{12} .

Equation en α_{21}

L'équation en α_{21} est obtenue en remplaçant dans l'équation de α_{11} , α_{11} par α_{21} , y_{11} par y_{21} et α_1 par α_2 .

Equation en α_{22}

L'équation en α_{22} est obtenue en remplaçant dans l'équation de α_{11} , α_{11} par α_{22} , y_{11} par y_{22} , α_1 par α_2 .

Le système différentiel ci-dessus (17 x 17) peut se mettre sous la forme matricielle $[A].[q_i] = [\emptyset]$ donnée à l'annexe 4.

Remarques sur la matrice de l'annexe 4

- On a remplacé $(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m})$ par (Ch),
- On a supposé $\bar{C}_x = \emptyset$
- p : opérateur de LAPLACE

3.1.2.2 - Dynamique transversale au droit de chaque bogie - Système différentielDynamique transversale - Paramétrage de la caisse ($\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \bar{\theta}$)

Les mouvements transversaux de la caisse peuvent être repérés en utilisant les deux paramètres \bar{Y}_1, \bar{Y}_2 . Ces quantités représentent les déplacements transversaux de deux points de la caisse, situés au droit des deux bogies, dans le plan de suspension transversale.

On a les relations évidentes :

$$\bar{Y} = \frac{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2}{2}$$

$$\bar{a} = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{2\bar{A}}$$

Ce paramétrage plus physique alourdit l'écriture du système différentiel.

Par contre, il permet de mettre en évidence un découplage possible entre les mouvements latéraux des deux extrémités de caisse (cas des voitures COACH).

Compte tenu de ces notations on a le système différentiel ci-après :

Variable \bar{Y}_1

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{M}}{4\bar{A}^2} [\bar{O}_z^2 + (\bar{A} + \bar{S}_o)^2] \bar{Y}_1'' + \frac{\bar{M}}{4\bar{A}^2} [\bar{A}^2 - (\bar{O}_z^2 + \bar{S}_o^2)] \bar{Y}_2'' \\ & + \left(-\frac{\bar{M}\bar{h}_o}{2} - \frac{\bar{M}\bar{S}_o\bar{h}_o + \bar{E}}{2\bar{A}} \right) \bar{\theta}'' + \left(2\bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} + \bar{C}_y \right) \bar{Y}'_1 \\ & + \left(4\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} + 2\bar{K}_y \right) \bar{Y}_1 - \left(2\bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} \right) \bar{Y}'_2 - \\ & - \left(4\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} \right) \bar{Y}_2 - \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{\theta}' - 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{\theta} - \bar{C}_y \bar{Y}'_1 - \\ & - 2\bar{K}_y \bar{Y}_1 + \bar{C}_y \bar{H}_1 \bar{\theta}'_1 + 2\bar{K}_y \bar{H}_1 \bar{\theta}_1 - \bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha'_1 + \\ & - \bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha'_2 - 2\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha_1 - 2\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha_2 = 0 \end{aligned}$$

./.

Variable \bar{Y}_2

$$\begin{aligned}
 & \frac{\bar{M}}{4\bar{A}^2} [\bar{Q}_z^2 + (\bar{A} - \bar{S}_o)^2] \bar{Y}_2'' + \frac{\bar{M}}{4\bar{A}^2} [\bar{A}^2 - (\bar{Q}_z^2 + \bar{S}_o^2)] \bar{Y}_1'' \\
 & - \left(\frac{\bar{M}\bar{h}_o}{2} - \frac{\bar{M}\bar{S}_o\bar{h}_o + \bar{E}}{2\bar{A}} \right) \bar{\theta}'' + \left(2\bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} + \bar{C}_y \right) \bar{Y}_2' + \\
 & + \left(4\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} + 2\bar{K}_y \right) \bar{Y}_2 - \left(2\bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} \right) \bar{Y}_1' - \\
 & - \left(4\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} \right) \bar{Y}_1 - \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{\theta}' - 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{\theta} - \\
 & - \bar{C}_y \bar{Y}_2' - 2\bar{K}_y \bar{Y}_2 + \bar{C}_y \bar{H}_1 \bar{\theta}_2' + 2\bar{K}_y \bar{H} \bar{\theta}_2 - \\
 & - \bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha_1' - \bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha_2' - 2\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha_1 - \\
 & - 2\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{2\bar{A}^2} \alpha_2 = 0
 \end{aligned}$$

Variable $\bar{\theta}$

$$\begin{aligned}
 & \bar{M} (\bar{Q}_x^2 + \bar{h}_o^2) \bar{\theta}'' - \left(\frac{\bar{M}\bar{h}_o}{2} + \frac{\bar{M}\bar{h}_o\bar{S}_o + \bar{E}}{2\bar{A}} \right) \bar{Y}_1'' + \\
 & + \left(\frac{\bar{M}\bar{h}_o\bar{S}_o + \bar{E}}{2\bar{A}} - \frac{\bar{M}\bar{h}_o}{2} \right) \bar{Y}_2'' + (2\bar{C}_y \bar{h}_2^2 + 4\bar{C}_z \bar{d}^2) \bar{\theta}' + \\
 & + (4\bar{K}_y \bar{h}_1^2 + 4\bar{K}_z \bar{d}^2 - \bar{M}_g \bar{h}_o) \bar{\theta} + \sum_{k=1}^2 \\
 & [-\bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{Y}_k' - 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{Y}_k + \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{Y}_k' + 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{Y}_k - \\
 & - (\bar{C}_y \bar{H}_1 \bar{h}_2 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2) \bar{\theta}_k' - (2\bar{K}_y \bar{H} \bar{h}_1 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2) \bar{\theta}_k] = 0
 \end{aligned}$$

./.

Variable Y_k (2 équations)

$$\begin{aligned}
& MY_k'' + (\bar{C}_y + 4C_y) Y_k' + (2\bar{K}_y + 4K_y) Y_k - \\
& - Mh_o \theta_k'' - \bar{C}_y H_1 \theta_k' - (2\bar{K}_y H + 4K_y h_1) \theta_k + \\
& + \bar{C}_y h_2 \bar{\theta}' + 2\bar{K}_y h_1 \bar{\theta} - \bar{C}_y \bar{Y}_k' - 2\bar{K}_y \bar{Y}_k - \\
& - 2C_y [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] \sum_{i=1}^2 y_{ki}' - 2K_y (1 - \Gamma \ell) \sum_{i=1}^2 y_{ki} = 0
\end{aligned}$$

Variable θ_k (2 équations)

$$\begin{aligned}
& M(Q_x^2 + h_o^2) \theta_k'' + (\bar{C}_y H_1^2 + 2\bar{C}_z d^2 + 4C_z d^2) \theta_k' \\
& + (2\bar{K}_y H^2 + 2\bar{K}_z d^2 + 4K_y h_1^2 + 4K_z d^2 - Mgh_o) \theta_k - \\
& - Mh_o Y_k'' - \bar{C}_y H_1 Y_k' - (2\bar{K}_y H + 4K_y h_1) Y_k - \\
& - (\bar{C}_y H_1 h_2 + 2\bar{C}_z d^2) \bar{\theta}' - (2\bar{K}_y H h_1 + 2\bar{K}_z d^2) \bar{\theta} + \\
& + \bar{C}_y H \bar{Y}_k' + 2\bar{K}_y H \bar{Y}_k - 2C_z d^2 \Gamma \sum_{i=1}^2 y_{ki}' + \\
& + [2K_y h_1 (1 - \Gamma \ell) - 2K_z d^2 \Gamma] \sum_{i=1}^2 y_{ki} = 0
\end{aligned}$$

Variable α_k (2 équations)

$$\begin{aligned}
& MQ_z^2 \alpha_k'' + (4C_x d^2 + 4C_y \alpha^2 + \bar{C}_x d^2) \alpha_k' + \\
& + (4K_x d^2 + 4K_y \alpha^2 + 2\bar{K}_x d^2) \alpha_k + (\bar{C}_x \frac{d^2}{2\bar{A}}) \sum_{k=1}^2 \bar{Y}_k' (-1)^k + \\
& + (2\bar{K}_x \frac{d^2}{2\bar{A}}) \sum_{k=1}^2 \bar{Y}_k (-1)^k + 2C_y \alpha (-1)^i [1 - (h_1 + \ell) \Gamma] \sum_{i=1}^2 y_{ki}' \\
& + 2K_y \alpha (-1)^i (1 - \Gamma \ell) \sum_{i=1}^2 y_{ki} - 2C_x d^2 \sum_{i=1}^2 \alpha_{ki}' - \\
& - 2K_x d^2 \sum_{i=1}^2 \alpha_{ki} = 0
\end{aligned}$$

Les équations en y_{ki} et α_{ki} ne sont pas influencées par le changement des variables \bar{Y} et $\bar{\alpha}$. Elles sont données aux pages 97 à 99.

Découplage des variables

Dans les équations précédentes on constate que les variables \bar{Y}_1 et \bar{Y}_2 sont couplées. Les termes de couplage sont indiqués ci-après :

$$\frac{\bar{M}}{4\bar{A}^2} [\bar{A}^2 - (\bar{Q}_z^2 + \bar{S}_0^2)] \quad \text{couplage par inertie}$$

$$2\bar{C}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} \quad \text{couplage par amortissement}$$

$$4\bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{4\bar{A}^2} \quad \text{couplage par élasticité}$$

Un calcul numérique montre que l'expression $\bar{d}^2/4\bar{A}^2$ est faible ($\bar{d} \leq 1/200$) ; ce qui nous permet de négliger les termes de couplage par amortissement et par élasticité.

Sur un véhicule on a $\bar{S}_0 = 0.1$ m et $2\bar{A} = 18$ m, on peut négliger \bar{S}_0 devant \bar{A} et la condition de découplage entre \bar{Y}_1 et \bar{Y}_2 se réduit à la relation $\bar{Q}_z^2 = \bar{A}^2$; il résulte de cette condition que toute perturbation latérale apportée au mouvement de l'un des deux bogies n'aura aucune répercussion sur le mouvement de l'autre, ce qui permet de remplacer la caisse de masse \bar{M} par deux masses ponctuelles $\frac{\bar{M}}{2}$ situées respectivement à l'aplomb de chacun des bogies et distantes de $2\bar{A}$.

En supposant les conditions de découplages entre \bar{Y}_1 et \bar{Y}_2 réalisées (cas voitures COACH) on obtient le système ci-après.

Ce système (9 x 9) sera souvent utilisé pour l'étude de la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire (cas du mémoire).

Système différentiel (bogie avant)Equation en \bar{Y}_1

$$\begin{aligned} \frac{\bar{M}}{2} \bar{Y}_1'' - \frac{\bar{M}\bar{h}_0}{2} \bar{\theta}'' + \bar{C}_y \bar{Y}_1' + 2\bar{K}_y \bar{Y}_1 - \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{\theta}' - 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{\theta} \\ - \bar{C}_y Y_1' - 2\bar{K}_y Y_1 + \bar{C}_y H_1 \theta_1' + 2\bar{K}_y H \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

Equation en $\bar{\theta}$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{M}}{2} (\bar{\phi}_x^2 + \bar{h}_0^2) \bar{\theta}'' - \frac{\bar{M}\bar{h}_0}{2} \bar{Y}_1'' + (\bar{C}_y \bar{h}_2^2 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2) \bar{\theta}' + (2\bar{K}_y \bar{h}_1^2 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2) \\ - \frac{\bar{M}}{2} g \bar{h}_0 \bar{\theta} - \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{Y}_1' - 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{Y}_1 + \bar{C}_y \bar{h}_2 Y_1' + 2\bar{K}_y \bar{h}_1 Y_1 - (\bar{C}_y H_1 \bar{h}_2 \\ + 2\bar{C}_z \bar{d}^2) \theta_1' - (2\bar{K}_y H \bar{h}_1 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2) \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

Equation en Y_1

$$\begin{aligned} M Y_1'' + (\bar{C}_y + 4C_y) Y_1' + (2\bar{K}_y + 4K_y) Y_1 - M h_0 \theta_1'' \\ - \bar{C}_y H_1 \theta_1' - (2\bar{K}_y H + 4K_y h_1) \theta_1 + \bar{C}_y \bar{h}_2 \bar{\theta}' + 2\bar{K}_y \bar{h}_1 \bar{\theta} - \bar{C}_y \bar{Y}_1' \\ - 2\bar{K}_y \bar{Y}_1 - 2C_y [1 - (h_1 + \ell) \bar{r}] (y_{11}' + y_{12}') - 2K_y (1 - \ell \bar{r}) (y_{11} + y_{12}) = 0 \end{aligned}$$

Equation en θ_1

$$\begin{aligned} M(\bar{\phi}_x^2 + h_0^2) \theta_1'' + (\bar{C}_y H_1^2 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2 + 4C_z d^2) \theta_1' + (2\bar{K}_y H^2 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2 \\ + 4K_y h_1^2 + 4K_z d^2 - M g h_0) \theta_1 - M h_0 Y_1'' - \bar{C}_y H_1 Y_1' - (2\bar{K}_y H + 4K_y h_1) Y_1 + \\ + \bar{C}_y H_1 \bar{Y}_1' - (\bar{C}_y \bar{h}_2 H_1 + 2\bar{C}_z \bar{d}^2) \bar{\theta}' - (2\bar{K}_y H \bar{h}_1 + 2\bar{K}_z \bar{d}^2) \bar{\theta} - 2C_z d^2 \bar{r} y_{11}' \\ - 2C_z d^2 \bar{r} y_{12}' + [2K_y h_1 (1 - \ell \bar{r}) - 2K_z d^2 \bar{r}] y_{11} + [2K_y h_1 (1 - \ell \bar{r}) - 2K_z d^2 \bar{r}] y_{12} + \\ + 2\bar{K}_y H \bar{Y}_1 = 0 \end{aligned}$$

Equation en α_1

$$\begin{aligned}
M \Omega_z^2 \alpha_1'' + (4C_x d^2 + 4C_y \alpha^2 + \bar{C}_x \bar{d}^2) \alpha_1' + (4K_x d^2 + 4K_y \alpha^2 + 2\bar{K}_x \bar{d}^2) \alpha_1 \\
- 2C_y \alpha [1 - (h + \ell)\Gamma] y'_{11} + 2C_y \alpha [1 - (h + \ell)\Gamma] y'_{12} - 2K_y \alpha (1 - \ell\Gamma) y_{11} + \\
+ 2K_y \alpha (1 - \ell\Gamma) y_{12} - 2C_x d^2 \alpha_{11}' - 2C_x d^2 \alpha_{12}' - 2K_x d^2 \alpha_{11} - \\
- 2K_x d^2 \alpha_{12} = 0
\end{aligned}$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned}
(m + \hat{m}) y_{11}'' + \left\{ 2C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma]^2 + 2C_z d^2 \Gamma^2 + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} \right\} y_{11}' + \\
[(m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \zeta - 2C_{23} \frac{\chi \gamma_e}{R \gamma_o \Gamma_o} + 2K_y (1 - \ell\Gamma)^2 + 2K_z d^2 \Gamma^2] y_{11} + \\
+ (2C_{23} \frac{\chi}{V} - m \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{\Gamma_o}) \alpha_{11}' - 2C_{22} \chi \alpha_{11} - 2C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma] Y_{11}' - \\
- 2K_y (1 - \ell\Gamma) Y_{11} - 2C_z d^2 \Gamma \theta_{11}' + [2K_y h_1 (1 - \ell\Gamma) - 2K_z d^2 \Gamma] \theta_{11} - \\
- 2\alpha C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma] \alpha_{11}' - 2\alpha K_y (1 - \ell\Gamma) \alpha_{11} = 0
\end{aligned}$$

Equation en y_{12}

$$\begin{aligned}
(m + \hat{m}) y_{12}'' + \left\{ 2C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma]^2 + 2C_z d^2 \Gamma^2 + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} \right\} y_{12}' + \\
+ [(m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \zeta - 2C_{23} \frac{\chi \gamma_e}{R \gamma_o \Gamma_o} + 2K_y (1 - \ell\Gamma)^2 + 2K_z d^2 \Gamma^2] y_{12} + \\
+ (2C_{23} \frac{\chi}{V} - m \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{\Gamma_o}) \alpha_{12}' - 2\chi C_{22} \alpha_{12} - 2C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma] Y_{12}' - \\
- 2K_y (1 - \ell\Gamma) Y_{12} - 2C_z d^2 \Gamma \theta_{12}' + [2K_y h_1 (1 - \ell\Gamma) - 2K_z d^2 \Gamma] \theta_{12} + \\
+ 2\alpha C_y [1 - (h_1 + \ell)\Gamma] \alpha_{12}' + 2\alpha K_y (1 - \ell\Gamma) \alpha_{12} = 0
\end{aligned}$$

Equation α_{11}

$$\begin{aligned}
& (m\rho_z^2 + \hat{m}d^2) \alpha_{11}'' + (2C_x d^2 + 2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + 2 \frac{C_{33}}{V}) \alpha_{11}' + \\
& + [2K_x d^2 - (m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \gamma_o \varepsilon_o + 2C_{23}] \alpha_{11} + \\
& + (-2C_{23} \frac{\chi}{V} + m \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{r_o}) y_{11}' - 2C_x d^2 \alpha_1' - 2K_x d^2 \alpha_1 + \\
& + (2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o}) y_{11} = 0
\end{aligned}$$

Equation en α_{12}

$$\begin{aligned}
& (m\rho_z^2 + \hat{m}d^2) \alpha_{12}'' + (2C_x d^2 + 2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + \frac{2C_{33}}{V}) \alpha_{12}' + \\
& + [2K_x d^2 - (m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \gamma_o \varepsilon_o + 2C_{23}] \alpha_{12} + \\
& + (m \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{r_o} - 2C_{23} \frac{\chi}{V}) y_{12}' + (2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o}) y_{12} - \\
& - 2C_x d^2 \alpha_1' - 2K_x d^2 \alpha_1 = 0
\end{aligned}$$

Le système différentiel (9 x 9) ci-dessus peut se mettre sous la forme matricielle $[A][q_i] = [0]$ Il est donné par l'annexe 5. L'étude de la stabilité transversale sera réalisée en recherchant les valeurs propres de la matrice associée à ce système. Ces valeurs propres sont de la forme

$y = A_e^{pt}$ avec $p = s \pm j\omega$, p est fonction de la vitesse d'avancement du véhicule. On a tenu compte de la présence des dispositifs anti-lacet [16] (terme $2\bar{K}_o \bar{b}_o$ dans les équations α_1, α_2).

Dans la matrice (9 x 9) de l'annexe 5 on a introduit les caractères élastiques K_s et K_b qui définissent les liaisons directes entre essieux d'un bogie à essieux auto-orientés dont la technologie sera précisée dans ce qui suit.

3.2 - NOUVELLES TECHNOLOGIES DE BOGIES

3.2.1. - VEHICULE FERROVIAIRE MUNI DE BOGIES A ESSIEUX AUTO-ORIENTES

Dans cette nouvelle technologie, la stabilité des essieux est obtenue par l'intermédiaire de liaisons directes entre essieux K_s et K_b , on dit que l'on a une stabilité par rapport au sol.

3.2.1.1. - Calculs

Selon la figure 41, l'allongement relatif entre les deux points A et B de deux essieux est :

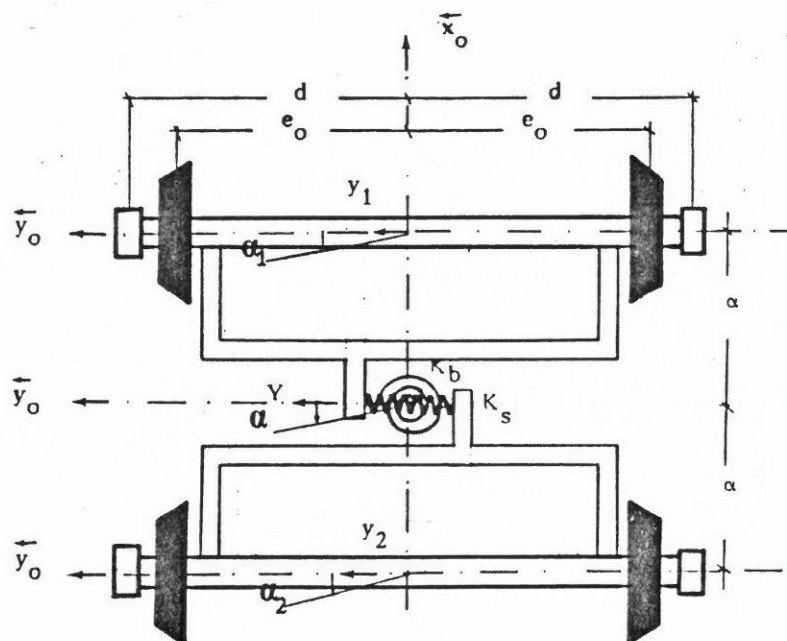
Bogie avant

$$[(y_{11} - \alpha a_{11}) - (y_{12} + \alpha a_{12})] \vec{y}_0$$

Bogie arrière

$$[(y_{12} - \alpha a_{12}) - (y_{22} + \alpha a_{22})] \vec{y}_0$$

L'énergie potentielle correspondant aux allongements des deux ressorts K_s et K_b d'un bogie est égale à :



(Fig. 41)

$$E_p' = \begin{cases} + \frac{1}{2} K_s (y_{11} - y_{12} - \alpha a_{11} - \alpha a_{12})^2 \\ + \frac{1}{2} K_b (a_{11} - a_{12})^2 \end{cases}$$

En dérivant par rapport à y_{11} , y_{12} , a_{11} , a_{12} on obtient :

$$\frac{\partial E_p'}{\partial y_{11}} = + K_s (y_{11} - y_{12} - \alpha a_{11} - \alpha a_{12})$$

$$\frac{\partial E_p'}{\partial y_{12}} = + K_s (y_{12} - y_{11} + \alpha a_{11} + \alpha a_{12})$$

$$\frac{\partial E'_p}{\partial a_{11}} = + K_s(\alpha^2 a_{11} - \alpha y_{11} + \alpha y_{12} + \alpha^2 a_{12}) + K_b(a_{11} - a_{12})$$

$$\frac{\partial E'_p}{\partial a_{12}} = + K_s(\alpha^2 a_{12} - \alpha y_{11} + \alpha y_{12} + \alpha^2 a_{11}) + K_b(a_{12} - a_{11})$$

3.2.1.2. - Dynamique transversale au droit d'un bogie - Système différentiel

Le comportement d'un bogie à essieux auto-orientés peut être étudié à partir du système différentiel défini dans les pages 104 à 106, dans lequel on a introduit les termes supplémentaires dus aux liaisons K_s et K_b entre essieux. Ces termes supplémentaires interviennent dans les équations y et a des essieux ; leurs expressions sont indiquées ci-après :

$$\begin{aligned} &+ K_s(y_{11} - y_{12} - \alpha a_{11} - \alpha a_{12}) \\ &- K_s(y_{11} - y_{12} - \alpha a_{11} - \alpha a_{12}) \\ &+ K_s(\alpha^2 a_{11} + \alpha^2 a_{12} - \alpha y_{11} + \alpha y_{12}) + K_b(a_{11} - a_{12}) \\ &+ K_s(\alpha^2 a_{11} + \alpha^2 a_{12} - \alpha y_{11} + \alpha y_{12}) - K_b(a_{11} - a_{12}) \end{aligned}$$

Le système différentiel (9 x 9) qui simule le comportement transversal en alignement d'un véhicule (au droit d'un bogie) équipé d'essieux auto-orientés est donné sous une forme matricielle à l'annexe 5 ($K_s, K_b \neq 0$).

3.2.1.3. - Equivalence d'un système mécanique composé de deux essieux reliés élastiquement par deux ressorts et d'un bogie équipé d'essieux conventionnels reliés élastiquement à un châssis de bogie

On considère un système mécanique constitué de deux essieux conventionnels liés élastiquement avec un châssis de bogie (fig. 42a) de masse négligeable (il n'intervient que pour la fixation des ressorts). A partir du système différentiel (9 x 9) des pages 104 à 106 on peut montrer [26] (annexe 6) que ce système est équivalent à un système mécanique composé de deux essieux liés élastiquement par deux ressorts (fig. 42c) dont les rigidités transversale K_{s_e} et angulaire K_{b_e} auraient pour expression :

$$K_{s_e} = \frac{d^2 K_x K_y}{d^2 K_x + \alpha^2 K_y} \quad (79)$$

$$K_{b_e} = d^2 K_x \quad (80)$$

Dans le cas d'un système mécanique mixte ayant des liaisons K_x, K_y et des liaisons K_s, K_b (fig. 42b) les rigidités totales entre essieux sont égales à :

$$K_{s_t} = K_s + \frac{d^2 K_x K_y}{d^2 K_x + \alpha^2 K_y} \quad (81)$$

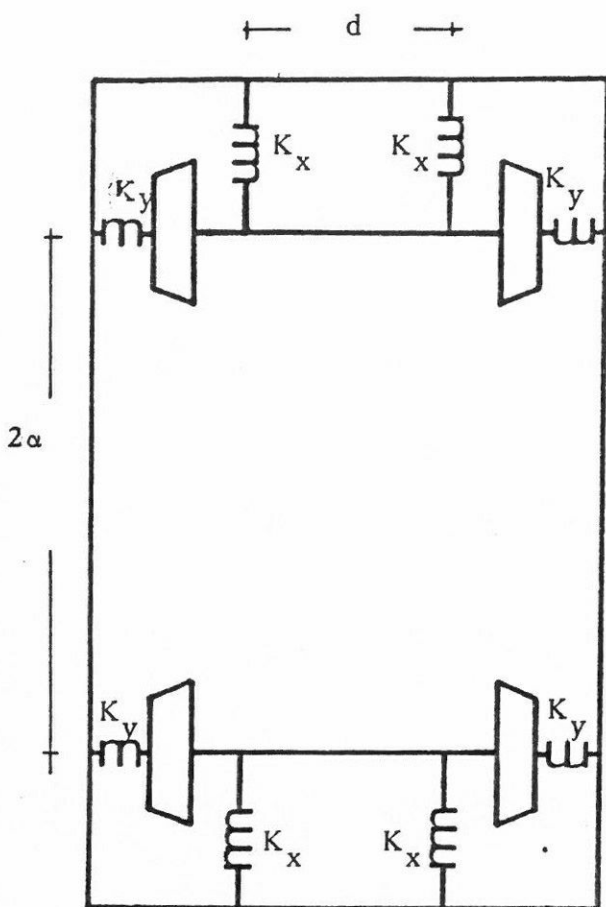


Fig. 42a

=

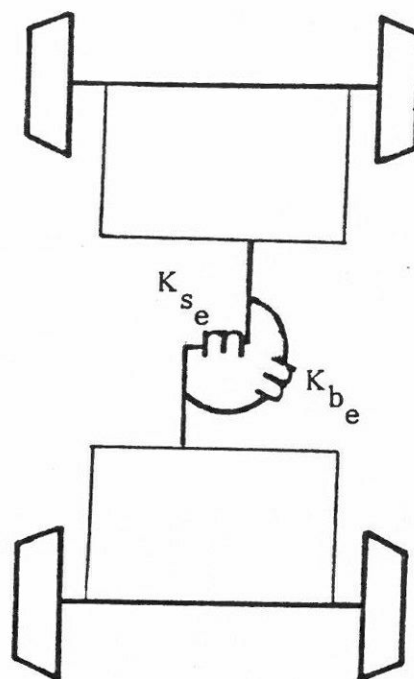


Fig. 42c

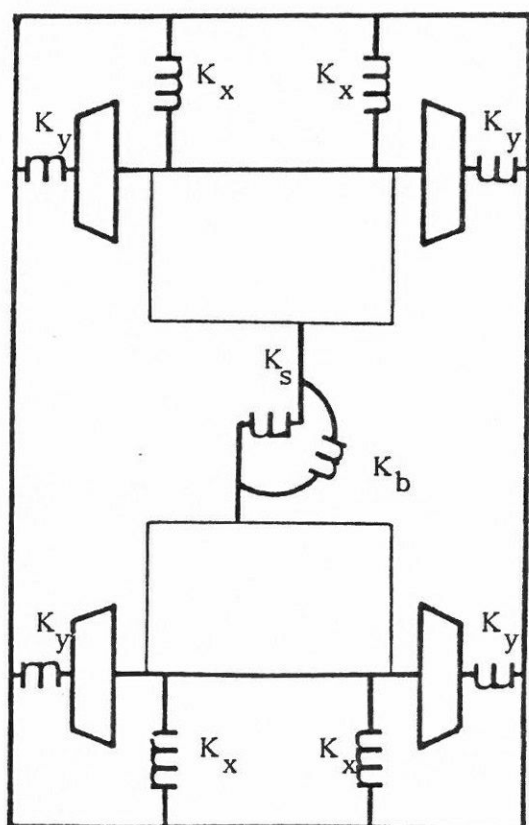


Fig. 42b

=

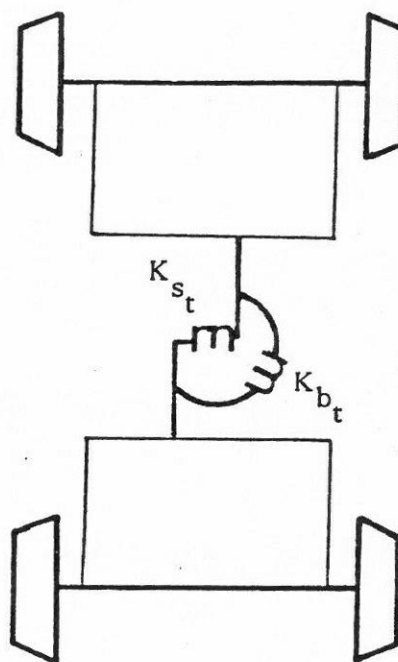


Fig. 42d

$$K_{b_t} = K_b + K_x d^2 \quad (82)$$

A partir des relations 79 à 82 on peut faire les commentaires suivants :

Bogie à essieux conventionnels

La rigidité transversale K_{s_e} du système équivalent a une valeur maximale égale à :

$$\frac{d^2 K_x}{\alpha^2}$$

Bogie à essieux auto-orientés

Les raideurs K_s et K_b augmentent la rigidité totale (longitudinale et transversale) du système précédent.

La technologie à essieux auto-orientés permet d'avoir une rigidité transversale supérieure à celle qu'on obtient avec un bogie de conception classique (K_x, K_y), ce qui permet d'obtenir plus facilement un compromis acceptable entre la stabilité en alignement et l'inscription des essieux en courbe.

On peut montrer que la raideur angulaire K_b de la liaison angulaire entre essieux, joue le même rôle que $K_x d^2$ dans le cas d'un bogie conventionnel.

3.2.2. - VEHICULE FERROVIAIRE MUNI DES BOGIES A ESSIEUX A PSEUDO-GLISSEMENT CONTROLE

Dans ce chapitre on donne la démarche scientifique suivie pour établir un modèle mathématique permettant d'étudier le comportement transversal d'un véhicule à essieux à pseudoglisement contrôlé, en alignement.

3.2.2.1. - Calculs

L'introduction d'un dispositif magnétique entre les deux roues d'un même essieu développant un couple proportionnel à la différence de leurs vitesses de rotation donc de même nature que celui engendré par les forces de pseudoglisement, mais plus faible en amplitude, va permettre d'améliorer la stabilité transversale du bogie.

Pour montrer cette influence, on développe un modèle mathématique simulant le comportement dynamique de ce bogie. Pour cela, on calcule les nouvelles expressions de l'énergie cinétique des essieux, des forces de pesanteur et de la puissance dissipée par les actions de contact et de la puissance dissipée par le coupleur.

En ce qui concerne les mouvements de la caisse et des châssis de bogies, les expressions développées aux pages 87 à 90 sont toujours valables.

Les calculs qui suivent seront développés pour l'essieu directeur du bogie avant. Ils seront ensuite généralisés pour l'ensemble des essieux du véhicule.

Energie cinétique de l'ensemble "roues-essieu axe"

Comme on l'a déjà évoqué (paragraphe 2.1.6) l'ensemble "roues-essieu axe" est solidaire en x, y, z . Les roues peuvent tourner par rapport à l'essieu (qui est fixe) avec des rotations propres différentes ω_1 et ω_2 .

L'énergie cinétique de translation est égale à :

$$T_{t(S_{11})} = \frac{1}{2} m (\dot{x}'_{11}^2 + \dot{y}'_{11}^2 + \dot{z}'_{11}^2) \quad (83)$$

$$m = m_a + m_r$$

m = masse de l'ensemble "roues-essieu axe"

avec

m_a = masse de l'essieu axe

m_r : masse d'une paire de roues.

La force vive de rotation de deux roues est égale à :

$$T_{r(S_{11})} = \frac{1}{2} \vec{\omega}_{s_{111}} (I_{G_{11}}) \vec{\omega}_{s_{111}} + \frac{1}{2} \vec{\omega}_{s_{112}} (I_{G_{11}}) \vec{\omega}_{s_{112}} \quad (84)$$

avec :

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_{S_{112}}^0 &= \psi'_{11} \vec{x} + \alpha'_{11} \vec{z} + (\omega_{111} + \alpha'_{11} \psi_{11}) \vec{y} \\ \vec{\omega}_{S_{112}}^0 &= \psi'_{11} \vec{x} + \alpha'_{11} \vec{z} + (\omega_{112} + \alpha'_{11} \psi_{11}) \vec{y}\end{aligned}$$

les taux de rotation de deux roues

$$I_{G_{11}} = \begin{Bmatrix} \frac{m}{2} \rho_{x_{11}}^2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \frac{m_r}{2} \rho_{y_{11}}^2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \frac{m}{2} \rho_{z_{11}}^2 \end{Bmatrix}$$

le tenseur d'inertie des roues en G

L'énergie cinétique totale est égale à :

$$T_{(S_{11})}^0 = T_{t(S_{11})} + T_{r(S_{11})} \quad (85)$$

En développant l'expression (84), en négligeant $z_{11}^{'2}$ et en remplaçant ψ_{11} par Γy_{11} on obtient au deuxième ordre :

$$\begin{aligned}2T_{(S_{111})}^0 &= \\ &+ m(x_{11}'^2 + y_{11}'^2) + m\rho_{x_{11}}^2 \Gamma^2 y_{11}'^2 + m\rho_{z_{11}}^2 \alpha_{11}'^2 + \\ &+ \frac{m_r}{2} \rho_{y_{11}}^2 (\omega_{111}^2 + \omega_{112}^2) + \frac{m_r}{2} 2\rho_{y_{11}}^2 \Gamma y_{11} (\omega_{111} + \omega_{112}) \alpha_{11}' \\ &= \\ &+ m(x_{11}'^2 + y_{11}'^2) + m\rho_{x_{11}}^2 \Gamma^2 y_{11}'^2 + m\rho_{z_{11}}^2 \alpha_{11}'^2 + \\ &+ \frac{m_r}{2} \rho_y^2 [(\omega_{111} + \omega_{112})^2 - 2\omega_{111}\omega_{112}] + \frac{m_r}{2} \rho_{y_{11}}^2 \Gamma y_{11} (\omega_{111} + \omega_{112}) \alpha_{11}'\end{aligned} \quad (86)$$

En introduisant les relations 21 et 22 de l'annexe 2 dans l'expression (86) et en utilisant la notation indicielle adaptée on obtient pour l'ensemble des essieux du véhicule :

Remarque : Le calcul du taux de rotation des roues est effectué en linéarisant au 1er ordre. Le calcul de l'énergie cinétique s'effectue en linéarisant au 2ème ordre.

./.

$$2T^{\circ}_{(S)} =$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left[\begin{aligned} &+ m_{ki} (x'_{ki}{}^2 + y'_{ki}{}^2) + m_{ki} \rho_{x_{ki}}^2 \Gamma^2 y'_{ki}{}^2 \\ &+ \frac{2V^2}{r_o^2} + \frac{2e_o^2}{r_o^2} \alpha'_{ki}{}^2 + \frac{2x'_{ki}{}^2}{r_o^2} + \varphi'^{*2}_{ki1} + \varphi'^{*2}_{ki2} + \\ &+ \frac{4Vx'_{ki}}{r_o^2} + \frac{2V}{r_o} \varphi'_{ki1}{}^* + \frac{2V}{r_o} \varphi'_{ki2}{}^* - \frac{2e_o}{r_o} \alpha'_{ki} \varphi'_{ki1}{}^* \\ &+ \frac{2e_o}{r_o} \alpha'_{ki} \varphi'_{ki2}{}^* + \frac{2x'_{ki}}{r_o} \varphi'_{ki1}{}^* + \frac{2x'_{ki}}{r_o} \varphi'_{ki2}{}^* \end{aligned} \right] \frac{m_{r_{ki}}}{2} \rho_{y_{ki}}^2$$

$$+ \frac{m_{r_{ki}}}{2} \rho_{y_{ki}}^2 \left(4 \Gamma \frac{V}{r_o} \alpha'_{ki} y_{ki} \right) + m_{ki} \rho_{z_{ki}}^2 \alpha_{ki}'^2$$

Energie potentielle

L'expression de l'énergie potentielle relative à la force de pesanteur des essieux est égale à :

$$E_{P(S)} =$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ + \left(m_{ki} + \frac{\bar{M}}{4} + \frac{M_k}{2} \right) g \left(\zeta \frac{y_{ki}^2}{2} - \epsilon_o \gamma_o \frac{\alpha_{ki}^2}{2} \right) \right\}$$

./.

Puissance dissipée par le coupleur magnétique

$$P_{\varphi_{11}} = - C_{\varphi} (\omega_{111} - \omega_{112}) (\omega_{111} - \omega_{112})$$

avec : (voir annexe 2, relations 21 et 22)

$$\begin{aligned} \omega_{111} &= \frac{V}{r_1} - \frac{e_0}{r_1} \alpha'_{11} + \frac{x'_{11}}{r_1} + \frac{\varphi_{111}^{*'} r_0}{r_1} \\ \omega_{112} &= \frac{V}{r_2} + \frac{e_0}{r_2} \alpha'_{11} + \frac{x'_{11}}{r_2} + \frac{\varphi_{112}^{*'} r_0}{r_2} \quad \text{d'où} \\ \omega_{111} - \omega_{112} &= - \frac{2e_0}{r_0} \alpha'_{11} - 2V \frac{\gamma_e}{r_0} y_{11} + \varphi_{111}^{*'} - \varphi_{112}^{*'} \end{aligned}$$

d'où l'expression de la puissance dissipée par le coupleur pour l'ensemble du véhicule (au second membre)

$$P_{\varphi} =$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{aligned} &- C_{\varphi} \left(- 2 \frac{e_0}{r_0} \alpha'_{ki} - 2V \frac{\gamma_e}{r_0} y_{ki} + \varphi_{ki1}^{*'} - \varphi_{ki2}^{*'} \right) \\ &\left(- 2 \frac{e_0}{r_0} \alpha'_{ki} - 2V \frac{\gamma_e}{r_0} y_{ki} + \varphi_{ki1}^{*'} - \varphi_{ki2}^{*'} \right) \end{aligned} \right.$$

Puissance dissipée par les forces de pseudoglisement

$$P_a =$$

$$\begin{aligned} \vec{F} \vec{V} + \vec{M} \vec{\omega} &= X_j \vec{g}(I_j) \vec{x}_0 + T_j \vec{g}(I_j) \vec{u}(\gamma_j) \\ &+ M_j \vec{\omega}_{s_{kij}}^o (I_j) \vec{u}(\gamma_j + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Pour l'essieu S_{11} on a :

./.

$$Pa_{11} =$$

$$\begin{aligned} & X_{111}(-r_o \phi'_{111}) + X_{112}(-r_o \phi'^*_{112}) \\ & + T_{111}(\chi y'_{11} - v a_{11}) + T_{112}(\chi y'_{11} - a_{11} v) \\ & + M_{111} \left(a'_{11} - \frac{\gamma_o v}{r_o} + \frac{\gamma_o x'_{11}}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o a'_{11}}{r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o v y_{11}}{r_o^2} - \right. \\ & \left. - \gamma_o \phi'^*_{111} - \frac{\gamma_e y_{11} v}{R \gamma_o r_o} \right) + M_{112} \left(a'_{11} + \frac{\gamma_o v}{r_o} + \frac{\gamma_o x'_{11}}{r_o} + \right. \\ & \left. + \frac{e_o \gamma_o a'_{11}}{r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{11} v}{r_o^2} + \gamma_o \phi'^*_{112} - \frac{\gamma_e y_{11} v}{R \gamma_o r_o} \right) \end{aligned}$$

En ne gardant que les termes en x'_{11} , y'_{11} , a'_{11} , ϕ'^*_{111} , ϕ'^*_{112}

on a :

$$Pa_{11} =$$

$$\begin{aligned} & - X_{111} r_o \phi'^*_{111} - X_{112} r_o \phi'^*_{112} + \chi (T_{111} + T_{112}) y'_{11} + \\ & + (M_{111} + M_{112}) a'_{11} \left(1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o} \right) - M_{111} \gamma_o \phi'^*_{111} + M_{112} \gamma_o \phi'^*_{112} + \\ & + (M_{112} - M_{111}) \frac{\gamma_o}{r_o} x'_{11} \end{aligned}$$

En remplaçant X_{111} , X_{112} , T_{111} , T_{112} , M_{111} et M_{112} par leurs valeurs

(page 71), en négligeant $\frac{e_o \gamma_o}{r_o}$ devant 1 et en utilisant la notation

indicielle adoptée on obtient l'expression définitive de la puissance dissipée par l'ensemble du véhicule

./.

$$P_a =$$

$$\begin{aligned}
& \left(C_{11} \frac{r_o}{V} \varphi_{ki1}'^* \right) (-r_o \varphi_{ki1}'^*) + \left(C_{11} \frac{r_o}{V} \varphi_{ki2}'^* \right) (-r_o \varphi_{ki2}'^*) + \\
& + \chi \left[-2C_{22} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - a_{ki} \right) \right] y'_{ki} \\
& - 2\chi C_{23} \left(\frac{a'_{ki}}{V} + \frac{e_o \gamma_o}{r_o V} a'_{ki} - \frac{\gamma_e}{R\gamma_o r_o} y_{ki} + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y_{ki} \right) y'_{ki} \\
& + \chi C_{23} \left(\frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki1}'^* - \frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki2}'^* \right) y'_{ki} \\
& + 2C_{23} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - a_{ki} \right) a'_{ki} \\
& - 2C_{33} \left(\frac{a'_{ki}}{V} + \frac{e_o \gamma_o}{r_o V} a'_{ki} + \frac{\gamma_e \gamma_o}{r_o^2} y_{ki} - \frac{\gamma_e}{R\gamma_o r_o} y_{ki} \right) a'_{ki} \\
& + C_{33} \left(\frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki1}'^* - \frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki2}'^* \right) a'_{ki} \\
& - \gamma_o \left[C_{23} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - a_{ki} \right) - C_{33} \left(\frac{a'_{ki}}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o}{V r_o} a'_{ki} - \frac{\gamma_o}{r_o} x'_{ki} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R\gamma_o r_o} - \frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki1}'^* \right) \right] \varphi_{ki1}'^* \\
& + \gamma_o \left[C_{23} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - a_{ki} \right) - C_{33} \left(\frac{a'_{ki}}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{e_o \gamma_o a'_{ki}}{V r_o} + \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\gamma_o}{V r_o} x'_{ki} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R\gamma_o r_o} + \frac{\gamma_o}{V} \varphi_{ki2}'^* \right) \right] \varphi_{ki2}'^* \\
& - 2C_{33} \left(\frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{\gamma_o}{V r_o} \right) \frac{\gamma_o}{r_o} x'_{ki} \\
& - \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} (\varphi_{ki1}'^* + \varphi_{ki2}'^*) x'_{ki}
\end{aligned}$$

$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2$

./.

3.2.2.2. - Dynamique transversale au droit de chaque bogie -

Système différentiel

En appliquant le formalisme de LAGRANGE, on obtient, pour l'essieu directeur du bogie avant les équations suivantes :

Equation en x_{11}

$$\begin{aligned} & (m + m_r \frac{\rho_y^2}{r_o^2}) x''_{11} + \left(\frac{2C_{33} \gamma_o^2}{V r_o^2} \right) x'_{11} + \frac{m_r}{2r_o} \rho_y^2 (\varphi''_{111} + \varphi''_{112}) \\ & + C_{33} \frac{\gamma_o^2}{V r_o} (\varphi'_{111} + \varphi'_{112}) + \frac{2C_{33} \gamma_o^2}{r_o^2} = 0 \end{aligned}$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned} & (m + m \rho_x^2 r^2) y''_{11} + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} y'_{11} + \left\{ \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \zeta + \right. \\ & + \left. \frac{2C_{23} \chi \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{23} \gamma_e \chi}{R \gamma_o r_o} \right\} y_{11} + \left(- m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o} + \frac{2 \chi C_{23}}{V} + \right. \\ & + \left. \frac{2C_{23} \chi e_o \gamma_o}{r_o V} \right) a'_{11} - 2C_{22} \chi a_{11} + \left(- C_{23} \frac{\chi \gamma_o}{V} \right) (\varphi'_{111} - \varphi'_{112}) = 0 \end{aligned}$$

Equation en a_{11}

$$\begin{aligned} & \left(m \rho_z^2 + \frac{m_r \rho_y^2 e_o^2}{r_o^2} \right) a''_{11} + \left(\frac{4C_{\varphi} e_o^2}{r_o^2} + \frac{2C_{33}}{V} + \frac{2C_{33} e_o \gamma_o}{V r_o} \right) a'_{11} + \\ & + \left\{ 2C_{23} - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \varepsilon_o \gamma_o \right\} a_{11} + \left(m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o} - \right. \\ & - \left. 2C_{23} \frac{\chi}{V} \right) y'_{11} + \left(\frac{4C_{\varphi} V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \right. \\ & - \left. \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{11} - \left(\frac{m_r \rho_y^2 e_o}{2r_o} \right) (\varphi''_{111} - \varphi''_{112}) + \\ & + \left(- \frac{2C_{\varphi} e_o}{r_o} - \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \right) (\varphi'_{111} - \varphi'_{112}) = 0 \end{aligned}$$

Equation en Φ_{111}^*

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{m_r}{2} \rho_y^2 \right) \Phi_{111}^{''*} + \left(C_\varphi + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \Phi_{111}^{'*} - C_\varphi \Phi_{112}^{'*} \\
 & + \left(-\frac{m_r}{2} \rho_y^2 \frac{e_o}{r_o} \right) \alpha_{11}^{''} + \left(-\frac{2C_\varphi e_o}{r_o} - \frac{C_{33} \gamma_o}{V} - \frac{C_{33} e_o \gamma_o^2}{V r_o} \right) \alpha_{11}^{'} \\
 & + (-C_{23} \gamma_o) \alpha_{11} + \frac{m_r}{2r_o} \rho_y^2 x_{11}^{''} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} x_{11}^{'} + \\
 & + \frac{C_{23} \chi \gamma_o}{V} y_{11}^{'} + \left(-\frac{2C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} - \frac{C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} \right. \\
 & \left. + \frac{C_{33} \gamma_e}{R r_o} \right) y_{11} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{r_o} = 0
 \end{aligned}$$

Equation en Φ_{112}^*

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{m_r}{2} \rho_y^2 \right) \Phi_{112}^{'*} + \left(C_\varphi + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \Phi_{112}^{''*} - C_\varphi \Phi_{111}^{''*} \\
 & + \left(\frac{m_r}{2} \rho_y^2 \frac{e_o}{r_o} \right) \alpha_{11}^{''} + \left(\frac{2C_\varphi e_o}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} + \frac{C_{33} e_o \gamma_o^2}{V r_o} \right) \alpha_{11}^{'} + \\
 & + C_{23} \gamma_o \alpha_{11} + \frac{m_r}{2r_o} \rho_y^2 x_{11}^{''} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} x_{11}^{'} - \frac{C_{23} \chi \gamma_o}{V} y_{11}^{'} + \\
 & + \left(\frac{2C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} + \frac{C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} - \frac{C_{33} \gamma_e}{R r_o} \right) y_{11} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{r_o} = 0
 \end{aligned}$$

Introduisons les nouvelles variables :

$$\tilde{\Phi}_{11} = \Phi_{111}^* + \Phi_{112}^*$$

et

$$\overline{\Phi}_{11} = \Phi_{111}^* - \Phi_{112}^*$$

En ajoutant et en retranchant les deux équations différentielles relatives à Φ_{111}^* et Φ_{112}^* on obtient :

Equation en x_{11}

$$\begin{aligned} & \left(m + m_r \frac{\rho_y^2}{r_o^2} \right) x_{11}'' + \frac{2C_{33} \gamma_o^2}{V r_o^2} x_{11}' + \frac{m_r}{2r_o} \rho_y^2 \tilde{\Phi}_{11}'' + \\ & + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} \tilde{\Phi}_{11}' + \frac{2C_{33} \gamma_o^2}{r_o^2} = 0 \end{aligned} \quad +$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned} & \left(m + m \rho_x^2 r^2 \right) y_{11}'' + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} y_{11}' + \left\{ \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \zeta \right. \\ & + \left. \frac{2C_{23} \chi \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{23} \chi \gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right\} y_{11} + \left(- m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o} + \frac{2 \chi C_{23}}{V} \right. \\ & + \left. \frac{2C_{23} \chi \gamma_o e_o}{r_o V} \right) \alpha_{11}' - 2C_{22} \chi \alpha_{11} - C_{23} \frac{\chi \gamma_o}{V} \tilde{\Phi}_{11}' = 0 \end{aligned} \quad +$$

Equation en α_{11}

$$\begin{aligned} & \left(m \rho_z^2 + \frac{m_r \rho_y^2 e_o^2}{r_o^2} \right) \alpha_{11}'' + \left(\frac{4C_\varphi e_o^2}{r_o^2} + \frac{2C_{33}}{V} + \frac{2C_{33} e_o \gamma_o}{V r_o} \right) \alpha_{11}' + \\ & + \left\{ 2C_{23} - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o \right\} \alpha_{11} + \left(m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o} \right. \\ & - 2C_{23} \frac{\chi}{V} \left. \right) y_{11}' + \left(\frac{4C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{11} \\ & - \frac{m_r \rho_y^2 e_o}{2r_o} \tilde{\Phi}_{11}'' + \left(- \frac{2C_\varphi e_o}{r_o} - \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \right) \tilde{\Phi}_{11}' = 0 \end{aligned} \quad -$$

Equation en $\tilde{\Phi}_{11}$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_r}{2} \rho_y^2 \right) \tilde{\Phi}_{11}'' + \left(\frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \tilde{\Phi}_{11}' + \frac{m_r}{r_o} \rho_y^2 x_{11}'' + \\ & + \frac{2C_{33} \gamma_o^2}{r_o V} x_{11}' + \frac{2C_{33} \gamma_o^2}{r_o} = 0 \end{aligned} \quad +$$

Equation en $\bar{\Phi}_{11}$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_r}{2} \rho_y^2 \right) \bar{\Phi}_{11}'' + \left(2C_\varphi + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \bar{\Phi}_{11}' - m_r \rho_y^2 \frac{e_o}{r_o} a_{11}'' - \\ & - \left(\frac{4C_\varphi e_o}{r_o} + \frac{2C_{33} \gamma_o}{V} + \frac{2C_{33} e_o \gamma_o^2}{V r_o} \right) a_{11}' - 2C_{23} \gamma_o a_{11} + \\ & + \frac{2C_{23} \chi \gamma_o}{V} y_{11}' + \left(-\frac{4C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} + \frac{2C_{33} \gamma_e}{R r_o} - \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} \right) y_{11} = 0 \end{aligned}$$

Résultat important

Les équations en x_{11} et $\bar{\Phi}_{11}$ forment un système différentiel qui est découplé de celui défini par les variables y_{11} , a_{11} et $\bar{\Phi}_{11}$.

Pour étudier la stabilité transversale on utilisera ce dernier système.

En tenant compte de ces trois nouvelles équations (en y, a et $\bar{\Phi}$) concernant les essieux, le système différentiel (9 x 9) qui simule le comportement transversal en alignement d'un véhicule à essieux conventionnels se modifie comme suit :

Système différentiel (bogie avant).

Les 5 premières équations en $\bar{Y}_1, \bar{\theta}, Y_1, \theta_1, a_1$ restent inchangées.

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned} & (m + m \rho_x^2 r^2) y_{11}'' + \left\{ 2C_y [1 - (h_1 + \ell) r]^2 + 2C_z d^2 r^2 + \frac{2C_{22} \chi^2}{V} \right\} y_{11}' \\ & + \left\{ \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \zeta + 2K_y (1 - \ell r)^2 + 2K_z d^2 r^2 + \frac{2C_{23} \chi \gamma_e}{r_o} \left(\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R \gamma_o} \right) \right\} y_{11} \\ & + \left[-m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o} + \frac{2C_{23} \chi}{V} \left(1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o} \right) \right] a_{11}' - 2C_{22} \chi a_{11} - 2C_y [1 - \\ & - (h_1 + \ell) r] Y_1' - 2K_y (1 - \ell r) Y_1 - 2C_z d^2 r \theta_1' + [2K_y h_1 (1 - \ell r) - 2K_z d^2 r] \theta_1 - \\ & - 2\alpha C_y [1 - (h_1 + \ell) r] a_1' - 2\alpha K_y (1 - \ell r) a_1 - C_{23} \frac{\chi \gamma_o}{V} \bar{\Phi}_{11}' = 0 \end{aligned}$$

Equation en y_{12}

$$\begin{aligned}
& (m + m \rho_x^2 r^2) y''_{12} + \left\{ 2C_y [1 - (h_1 + \ell) r]^2 + 2C_z d^2 r^2 + \frac{2C_{22} \chi^2}{V} \right\} y'_{12} \\
& + \left\{ \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \zeta + 2K_y (1 - \ell r)^2 + 2K_z d^2 r^2 + \frac{2C_{23} \chi \gamma_e}{r_o} \left(\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R \gamma_o} \right) \right\} y_{12} \\
& + \left[- m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o} + \frac{2C_{23} \chi}{V} \left(1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o} \right) \right] \alpha'_{12} - 2C_{22} \chi \alpha_{12} \\
& - 2C_y [1 - (h_1 + \ell) r] Y'_1 - 2K_y (1 - \ell r) Y_1 - 2C_z d^2 r \theta'_1 + [2K_y h_1 (1 - \ell r) \\
& - 2K_z d^2 r] \theta_1 + 2\alpha C_y [1 - (h_1 + \ell) r] \alpha'_1 + 2\alpha K_y (1 - \ell r) \alpha_1 \\
& - C_{23} \frac{\chi \gamma_o}{V} (\bar{\varphi}'_{12}) = 0
\end{aligned}$$

Equation en α_{11}

$$\begin{aligned}
& (m \rho_z^2 + \frac{m_r \rho_y^2 e_o^2}{r_o^2}) \alpha''_{11} + \left\{ 2C_x d^2 + \frac{4C_\phi e_o^2}{r_o^2} + \frac{2C_{33}}{V} \left(1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o} \right) \right\} \alpha'_{11} \\
& + \left\{ 2K_x d^2 - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o + 2C_{23} \right\} \alpha_{11} + \left(m_r \rho_y^2 \frac{V}{r_o} r \right. \\
& - 2C_{23} \frac{\chi}{V}) y'_{11} + \left\{ \frac{4C_\phi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e}{r_o} \left(\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R \gamma_o} \right) \right\} y_{11} \\
& - 2C_x d^2 \alpha'_1 - 2K_x d^2 \alpha_1 - \frac{m_r \rho_y^2 e_o}{2r_o} \bar{\varphi}''_{11} - \left(\frac{2C_\phi e_o}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \right) \bar{\varphi}'_{11} = 0
\end{aligned}$$

Equation en α_{12}

$$\begin{aligned}
& (m \rho_z^2 + \frac{m_r \rho_y^2 e_o^2}{r_o^2}) \alpha''_{12} + \left\{ 2C_x d^2 + \frac{4C_\phi e_o^2}{r_o^2} + \frac{2C_{33}}{V} \left(1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o} \right) \right\} \alpha'_{12} \\
& + \left\{ 2K_x d^2 - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o + 2C_{23} \right\} \alpha_{12} + \left(m_r \rho_y^2 \frac{V}{r_o} r \right. \\
& - 2C_{23} \frac{\chi}{V}) y'_{12} + \left\{ \frac{4C_\phi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e}{r_o} \left(\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R \gamma_o} \right) \right\} y_{12} \\
& - 2C_x d^2 \alpha'_1 - 2K_x d^2 \alpha_1 - \frac{m_r \rho_y^2 e_o}{2r_o} \bar{\varphi}''_{12} - \left(\frac{2C_\phi e_o}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \right) \bar{\varphi}'_{12} = 0
\end{aligned}$$

Equation en $\bar{\varphi}_{11}$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_r \rho_y^2}{2} \right) \bar{\varphi}_{11}'' + \left(2C_\varphi + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \bar{\varphi}_{11}' - m_r \rho_y^2 \frac{e_c}{r_o} a_{11}'' - \\ & - \left[\frac{4C_\varphi e_o}{r_o} + \frac{2C_{33} \gamma_o}{V} \left(1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o} \right) \right] a_{11}' - 2C_{23} \gamma_o a_{11} + \frac{2C_{23} \chi \gamma_o}{V} y_{11}' \\ & + \left(-\frac{4C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} + \frac{2C_{33} \gamma_e}{R r_o} - \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} \right) y_{11} = 0 \end{aligned}$$

Equation en $\bar{\varphi}_{12}$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_r \rho_y^2}{2} \right) \bar{\varphi}_{12}'' + \left(2C_\varphi + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \bar{\varphi}_{12}' - m_r \rho_y^2 \frac{e_c}{r_o} a_{12}'' - \\ & - \left[\frac{4C_\varphi e_o}{r_o} + \frac{2C_{33} \gamma_o}{V} \left(1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o} \right) \right] a_{12}' - 2C_{23} \gamma_o a_{12} + \frac{2C_{23} \chi \gamma_o}{V} y_{12}' \\ & + \left(-\frac{4C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} + \frac{2C_{33} \gamma_e}{R r_o} - \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} \right) y_{12} = 0 \end{aligned}$$

Le système différentiel (11 x 11) ci-dessus peut se mettre sous la forme matricielle $[A][q_i] = 0$ donnée à l'annexe 7.

3.2.3 - VEHICULE FERROVIAIRE MUNI DE BOGIES A ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

Le système différentiel, simulant le comportement dynamique d'un véhicule muni d'essieux à roues indépendantes, s'obtient en faisant $C_\varphi = 0$ dans la matrice donnée par l'annexe 7.

Remarque :

Le système différentiel obtenu est identique à celui utilisé par les ingénieurs de la Société FIAT pour l'étude de leurs bogies à roues indépendantes [13].

4 - CIRCULATION EN COURBE DE FAIBLE RAYON

MODELE MATHEMATIQUE

4.1 - VEHICULE FERROVIAIRE MUNI DES BOGIES A ESSIEUX CONVENTIONNELS

4.1.1. - CIRCULATION DANS UN RACCORDEMENT DE LA VOIE

Dans ce chapitre on développe les principaux calculs concernant la circulation d'un véhicule ferroviaire dans un raccordement de voie.

Dans ce raccordement, le dévers de la voie et les rayons de courbure sont variables. Le dévers est une fonction de la courbure ; pratiquement, il est considéré proportionnel à la courbure et calculé en vue de la vitesse moyenne des trains rapides.

4.1.1.1 - Calculs

Energie cinétique

Caisse

Dans le repère $R_{\delta p}$ on a :

$$2T_c^{R_{\delta p}} = \bar{M}[\bar{V}(\bar{G})^{R_{\delta p}}]^2 + \bar{\omega}_c^{R_{\delta p}}(I_{\bar{G}C}) \bar{\omega}_c^{R_{\delta p}}$$

on a :

$$\bar{O}\bar{G} = \bar{O}_o\bar{O}_c + \bar{O}_c\bar{G} = \bar{Y}y_{\delta p} + \bar{h}_o\bar{z} \quad (\text{fig. 43})$$

$$\bar{V}_{(\bar{G})}^{R_{\delta p}} = \frac{d}{dt}(\bar{O}_o\bar{G}) = (\bar{Y}' - \bar{h}_o\bar{\theta}')y_{\delta p} - \bar{h}_o\sin\bar{\theta}\bar{\theta}'z_{\delta p}$$

$$\bar{\omega}_c^{R_{\delta p}} = \begin{Bmatrix} \bar{\theta}' \\ \emptyset \\ \bar{\alpha}' \end{Bmatrix}_c$$

$$I(\bar{G},C)_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} \bar{M}\bar{O}_x^2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & M\bar{O}_y^2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \bar{M}\bar{O}_z^2 \end{Bmatrix}$$

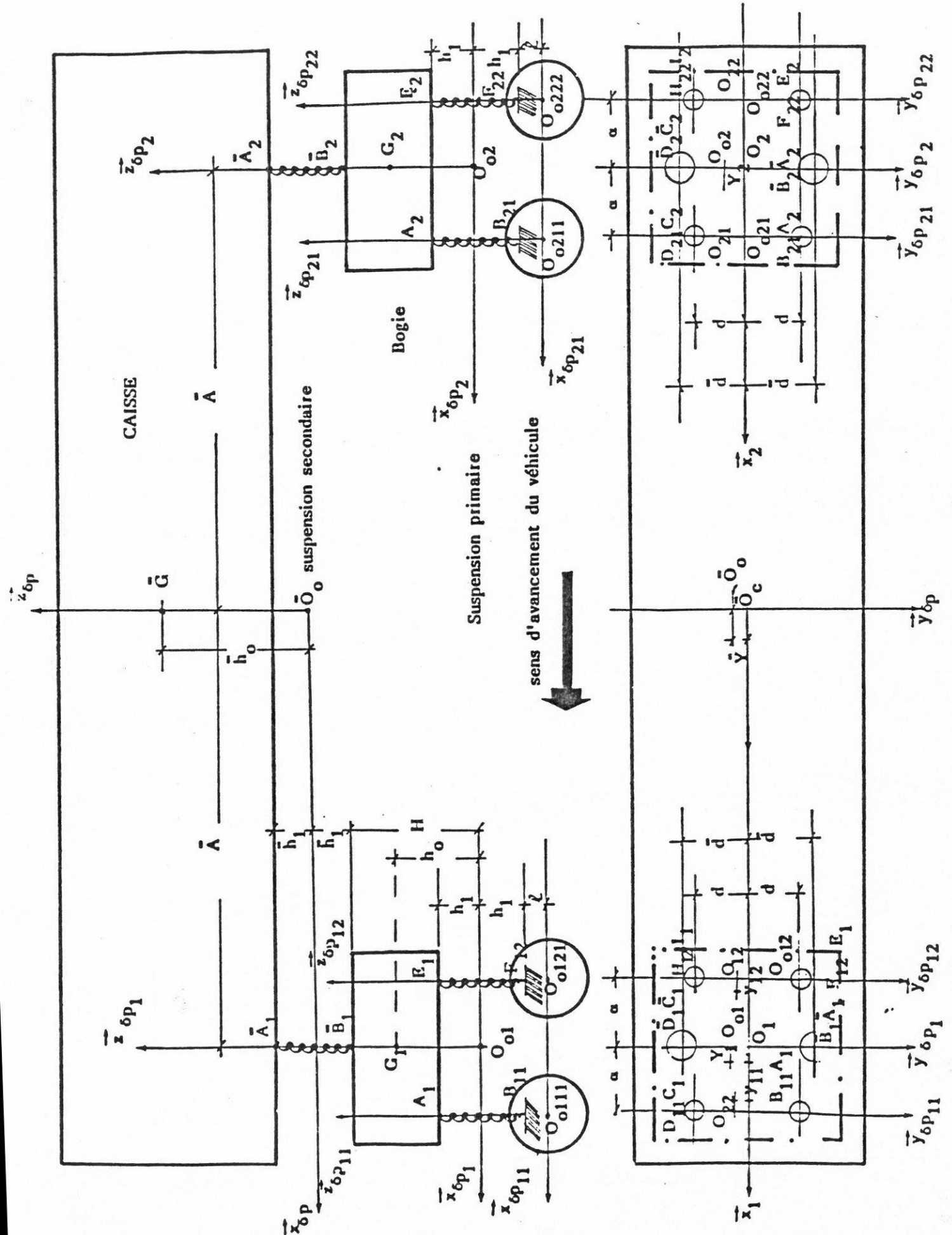
d'où l'expression cinétique relative à la caisse

$$2T_c^{R_{\delta p}} =$$

$$\begin{cases} + \bar{M}\bar{Y}'^2 + \bar{M}(\bar{O}_x^2 + \bar{h}_o^2)\bar{\theta}'^2 + \\ + \bar{M}\bar{O}_z^2\bar{\alpha}'^2 - 2\bar{M}\bar{h}_o\bar{Y}'\bar{\theta}' \end{cases}$$

./.

Fig. 43



Châssis de bogie

Bogie avant C_1 : (dans le repère $R_{\delta p}$)

$$2T_C^{R_{\delta p}} = M_1 [\vec{V}_{(G_1)}^{R_{\delta p}}]^2 + \vec{\omega}_{c_1}^{R_{\delta p}} [I(G_1, C_1) \vec{\omega}_{c_1}^{R_{\delta p}}]$$

$$\text{On a : } \vec{O}_O G_1 = \vec{O}_O O_{o1} + \vec{O}_{o1} O_1 + \vec{O}_1 G_1 \quad (\text{fig.40, 43})$$

$$\begin{aligned} &= \vec{A} \vec{x}_O - (H + \bar{h}_1) \vec{z}_{\delta p_1} + Y_1 \vec{y}_{\delta p_1} + h_o \vec{z}_1 \\ &= \vec{x}_{\delta p} [\vec{A} - Y_1 \vec{\sigma}_1] + \vec{y}_{\delta p} [Y_1 - (H + \bar{h}_1)(\delta p - \delta p_1) - \\ &\quad - h_o \sin \theta_1 \cos \delta p + h_o \cos \theta_1 \sin(\delta p - \delta p_1) + \\ &\quad + \vec{z}_{\delta p} [-(H + \bar{h}_1) + Y_1(\delta p_1 - \delta p) + \cos \theta_1 \cos \delta p \cos \delta p_1] \end{aligned}$$

Approximation des termes en SIN et COS, on a en ne conservant que la composante de $\vec{O}_O G_k$ sur $\vec{y}_{\delta p}$

$$\begin{aligned} \vec{V}_{(G_1)}^{R_{\delta p}} &= \frac{d}{dt} (\vec{O}_O G_1) = [Y'_1 - (H + \bar{h}_1)(\delta p' - \delta p'_1) - h_o \theta'_1 + h_o(\delta p' - \delta p'_1)] \\ \vec{\omega}_{c_1}^{R_{\delta p}} &= \vec{\omega}_{c_1}^{R_{\delta p_1}} + \vec{\omega}_{R_{\delta p_1}}^{R_{\delta p}} = \begin{bmatrix} \theta'_1 + (\delta p'_1 - \delta p') \\ \alpha'_1 + \sigma'_1 \end{bmatrix} c_1 \end{aligned}$$

d'où l'expression de l'énergie cinétique des châssis de bogies

$$\begin{aligned} 2T_{C_k}^{R_{\delta p}} &= \\ &\left[\begin{aligned} &+ M_k Y_k'^2 + M_k (\frac{O_{x_k}^2}{x_k} + h_o^2) \theta_k'^2 \\ &+ M_k [(H_1 + \bar{h}_1 - h_o)^2 (\delta p'_k - \delta p')^2 \\ &- 2 M_k h_o Y_k' \theta_k' - 2 M_k h_o (H + \bar{h}_1 - h_o) (\delta p'_k - \delta p') \theta_k' \\ &+ 2 Y_k' (H + \bar{h}_1 - h_o) (\delta p'_k - \delta p') M_k + M_k \frac{O_{z_k}^2}{z_k} \alpha_k'^2 \\ &+ M_k \frac{O_{x_k}^2}{x_k} (\delta p'_k - \delta p')^2 + 2 M_k \frac{O_{x_k}^2}{x_k} \theta_k' (\delta p'_k - \delta p') + \\ &M_k \frac{O_{z_k}^2}{z_k} \sigma_k'^2 + 2 M_k \frac{O_{z_k}^2}{z_k} \theta_k' \sigma_k' \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

./.

Essieux

Essieu S_{11} (dans le repère $R_{\delta p}$)

$$2T_{S_{11}}^{R_{\delta p}} = (m + \hat{m}) [\vec{V}_{(G)}^{R_{\delta p}}]^2 + \vec{\omega}_{S_{11}}^{R_{\delta p}} I(G_{11}, S_{11}) \vec{\omega}_{S_{11}}^{R_{\delta p}}$$

$$\text{On a : } \vec{O}_o G_{11} = \vec{O}_o O_{o1} + \vec{O}_{o1} G_{o11} + \vec{G}_{o11} G_{11} \quad (\text{fig. 43})$$

$$\begin{aligned} &= \bar{A} \vec{x}_o - (H + \bar{h}_1) \vec{z}_{\delta p_1} - (h_1 + \ell) \vec{z}_{\delta p_{11}} + \alpha \vec{x}_{o1} + y_{11} \vec{y}_{\delta p_{11}} \\ &= \vec{x}_{\delta p} (\bar{A} + \alpha) + \vec{y}_{\delta p} [y_{11} - (H + \bar{h}_1)(\delta p - \delta p_1) - (h_1 + \ell)(\delta p - \delta p_{11}) + \\ &\quad + \alpha \sigma_1] + \vec{z}_{\delta p} [- (H + \bar{h}_1) - (h_1 + \ell)] \end{aligned}$$

$$\vec{V}_{G(11)}^{R_{\delta p}} = \frac{d}{dt} (\vec{O}_o G_{11}) = \vec{y}_{\delta p} [y'_{11} - (H + \bar{h}_1)(\delta p' - \delta p'_1) - (h_1 + \ell)(\delta p' - \delta p'_{11}) + \alpha \sigma'_1]$$

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{S_{11}}^{R_{\delta p}} &= \vec{\omega}_{S_{11}}^{R_{\delta p_{11}}} + \vec{\omega}_{R_{\delta p_1}}^{R_{\delta p_{11}}} + \vec{\omega}_{R_{\delta p_1}}^{R_{\delta p}} \\ &= \begin{bmatrix} \psi'_{11} + \delta p'_{11} - \delta p' \\ \phi' + \alpha'_{11} \sin \psi_{11} \\ \alpha'_{11} + (\sigma'_{11} + \sigma'_1) \end{bmatrix} S_{11} \end{aligned}$$

$$I(G_{11}, S_{11})(\vec{x}_{11}, \vec{y}_{11}, \vec{z}_{11}) = \begin{Bmatrix} m_{ki} \rho_{x_{ki}}^2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & m_{ki} \rho_{y_{ki}}^2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & m_{ki} \rho_{z_{ki}}^2 \end{Bmatrix}$$

D'où l'expression de l'énergie cinétique pour l'ensemble des essieux.

./.

$$2T_{s_{ki}}^R \delta p =$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & (m_{ki} + \hat{m}_{ki}) \left\{ \begin{aligned} & y'_{ki}{}^2 + (H + \bar{h}_1)^2 (\delta p' - \delta p'_k)^2 + (h_1 + \ell)^2 (\delta p' - \delta p'_{ki})^2 + \alpha^2 \sigma'_k{}^2 - \\ & - 2y'_{ki} (H + \bar{h}_1) (\delta p' - \delta p'_k) - 2y'_{ki} (h_1 + \ell) (\delta p' - \delta p'_{ki}) \\ & + 2(H + \bar{h}_1) (\delta p' - \delta p'_k) \alpha (-1)^i \sigma'_k + 2(h_1 + \ell) (\delta p' - \delta p'_{ki}) \alpha (-1)^i \sigma'_k \\ & - 2\alpha (-1)^i y'_{ki} \sigma'_k + 2(H + \bar{h}_1) (h_1 + \ell) (\delta p' - \delta p'_k) (\delta p' - \delta p'_{ki}) \end{aligned} \right. \\ & + \\ & \left\{ \begin{aligned} & [m_{ki} p_{x_{ki}}^2 + \hat{m}_{ki} (\hat{p}_{ki}^2 + d'^2)] [\psi'_{ki}^2 + \alpha p'_{ki} - \delta p']^2 + m_{ki} p_{y_{ki}}^2 \phi_{ki}'^2 + 2\phi_{ki}' \alpha'_{ki} \psi_{ki} \\ & + [m_{ki} p_{z_{ki}}^2 + \hat{m}_{ki} (\hat{p}_{ki}^2 + d'^2)] [\alpha'_{ki} + (\sigma'_{ki} + \sigma'_k)]^2 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right.$$

Puissance développée par les actions mécaniques

Pesanteur

La puissance développée est donnée par l'expression :

$$P_p = \left\{ \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & -\bar{M} g \vec{z}_g \\ & \vec{\emptyset} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} & \vec{\omega}_c^R \delta p \\ & \vec{V}(\vec{G}) \end{aligned} \right\} + \sum_{k=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & -M_k g \vec{z}_g \\ & \vec{\emptyset} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} & \vec{\omega}_{c_k}^R \delta p \\ & \vec{V}(G_k) \end{aligned} \right\} + \\ & + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & - (m_{ki} + \hat{m}_{ki}) g \vec{z}_g \\ & \vec{\emptyset} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} & \vec{\omega}_{c_{ki}}^R \delta p \\ & \vec{V}(G_{ki}) \end{aligned} \right\} \\ & + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & - (m_{ki} + \hat{m}_{ki} + \frac{M_k}{2} + \frac{\bar{M}}{4}) g \vec{z}_g \\ & \vec{\emptyset} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} & \vec{\omega}_{c_{ki}}^R \delta p_{ki} \\ & \vec{z}'_{ki} \vec{z}_{c_{ki}} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right.$$

./.

En ne s'intéressant qu'aux mouvements de la dynamique transversale et en tenant compte de la relation $z_{ki} = f(y_{ki}, \alpha_{ki})$ donnée par l'étude de la géométrie de contact et après développement des calculs et linéarisation au second ordre, l'expression de la puissance développée par la pesanteur est :

$$P_{\delta p}^R = \begin{cases} (-\bar{M}g\delta p)\bar{Y}' + \bar{M}g\bar{h}_0(\delta p + \bar{\theta})\bar{\theta}' \\ + \sum_{k=1}^2 \left\{ \begin{aligned} &(-M_k g \delta p_k)Y'_k + M_k g h_o(\delta p_k + \theta_k)\theta'_k \\ &- M_k g [\delta p_k(H + \bar{h}_1 - h_o) - h_o\theta_k + Y_k](\delta p'_k - \delta p') \\ &[-(m_{ki} + \hat{m}_{ki})g\delta p_{ki} - (m_{ki} + \hat{m}_{ki} + \frac{M_k}{2} + \frac{\bar{M}}{4})g\zeta y_{ki}]y'_{ki} \\ &+ [(m_{ki} + \hat{m}_{ki} + \frac{M_k}{2} + \frac{\bar{M}}{4})g\gamma_o \varepsilon_o \alpha_{ki}]\alpha'_{ki} \\ &- (m_{ki} + \hat{m}_{ki})g[-(H + \bar{h}_1)(\delta p - \delta p'_k)\delta p_k + (h_1 + \ell)(\delta p_{ki} - \delta p)\delta p_{ki} + \\ &+ \alpha(-1)^i \sigma_k \delta p - (\delta p - \delta p'_{ki})y_{ki}] \end{aligned} \right. \end{cases}$$

Ressorts (K_x, K_y)

Suspension secondaire

Calcul de l'allongement relatif du ressort $\bar{B}_1\bar{A}_1$ dans un repère lié à la caisse (fig. 40, 43)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\bar{B}_1\bar{A}_1} &= \overrightarrow{\bar{B}_1\bar{O}_o} + \overrightarrow{\bar{O}_o\bar{A}_1} \\ \overrightarrow{\bar{B}_1\bar{O}_o} &= \overrightarrow{\bar{B}_1\bar{O}_{o1}} + \overrightarrow{\bar{O}_{o1}\bar{O}_o} \\ &= -H\vec{z}_1 - \vec{d}y_1 - \vec{A}x_o + (H + \bar{h}_1)\vec{z}_{\delta p_1} - Y_1\vec{y}_{\delta p_1} \\ &= \vec{x}_{\delta p}[\vec{a}\vec{d} + \sigma_1\vec{d} - \vec{A}] + \vec{y}_{\delta p}[-Y_1 - \vec{d} + \bar{h}_1(\delta p - \delta p_1) + H\theta_1] \\ &\quad + \vec{z}_{\delta p}[\bar{h}_1 - \vec{d}(\theta_1 + \delta p_1 - \delta p)] \\ \overrightarrow{\bar{O}_o\bar{A}_1} &= \overrightarrow{\bar{O}_o\bar{O}_c} + \overrightarrow{\bar{O}_c\bar{A}_1} \\ &= \vec{Y}\vec{y}_{\delta p} + (\vec{A}x + \vec{d}y + \bar{h}_1\vec{z}) \\ &= \vec{x}_{\delta p}(\vec{A} - \vec{c}\vec{a}) + \vec{y}_{\delta p}(\vec{Y} + \vec{A}\vec{a} + \vec{d} - \bar{h}_1\bar{\theta}) \\ &\quad + \vec{z}_{\delta p}(\vec{d}\bar{\theta} + \bar{h}_1) \end{aligned}$$

d'où l'allongement relatif du ressort $\bar{B}_1\bar{A}_1$

./.

$$\vec{\Delta \ell}_{(\bar{B}_1, \bar{A}_1)} = \begin{cases} + \vec{x}_{\delta p} [-\bar{d}(\bar{\alpha} - \alpha_1 - \sigma_1)] \\ + \vec{y}_{\delta p} [\bar{Y} - Y_1 - \bar{h}_1 \bar{\theta} + H \theta_1 + \bar{A} \bar{\alpha} + \bar{h}_1 (\delta p - \delta p_1)] \\ + \vec{z}_{\delta p} [\bar{d} (\bar{\theta} - \theta_1) + \bar{d} (\delta p - \delta p_1)] \end{cases}$$

Les symétries évidentes du modèle choisi nous permettent de généraliser les calculs effectués précédemment pour tous les ressorts du même étage.

En utilisant la forme indicielle on peut écrire :

$$\vec{\Delta \ell}_{(\bar{B}_{kj}, \bar{A}_{kj})} = \begin{cases} [(-1)^{j+1} \bar{d}(\bar{\alpha} - \alpha_k - \sigma_k)] \vec{x}_{\delta p} + \\ [\bar{Y} - Y_k - \bar{h}_1 \bar{\theta} + H \theta_k + (-1)^{k+1} \bar{A} \bar{\alpha} + \bar{h}_1 (\delta p - \delta p_k)] \vec{y}_{\delta p} \\ + [(-1)^{j+1} \bar{d}(\bar{\theta} - \theta_k + \delta p - \delta p_k)] \vec{z}_{\delta p} \end{cases}$$

Suspension primaire

De la même façon, on peut écrire pour le ressort $B_{11}A_1$ de la suspension primaire (côté gauche dans le sens de l'avancement) :

$$\vec{B}_{11}A_1 = \vec{B}_{11}O_{01} + \vec{O}_{01}A_1$$

avec

$$\begin{aligned} \vec{B}_{11}O_{01} &= -d\vec{y}_{11} - \ell \vec{z}_{11} - y_{11} \vec{y}_{\delta p_{11}} - \alpha \vec{x}_{01} + (h_1 + \ell) \vec{z}_{\delta p_{11}} \\ &= \vec{x}_{\delta p_1} (d\alpha_{11} + d\sigma_{11} - \alpha) + \vec{y}_{\delta p_1} [-d - y_{11} + \ell \psi_{11} + \\ &\quad + h_1 (\delta p_1 - \delta p_{11})] + \vec{z}_{\delta p_1} (h_1 - d\psi_{11} - d\delta p_{11} + d\delta p_1) \\ \vec{O}_{01}A_1 &= Y_1 \vec{y}_{\delta p_1} + (d\vec{y}_1 + h_1 \vec{z}_1 + \alpha \vec{x}_1) \\ &= \vec{x}_{\delta p_1} (\alpha - d\alpha_1) + \vec{y}_{\delta p_1} (-h_1 \theta_1 + \alpha \alpha_1 + d + Y_1) + \\ &\quad + \vec{z}_{\delta p_1} (h_1 + d\theta_1) \end{aligned}$$

d'où l'expression définitive de la quantité $\vec{B}_{11}A_1$ donnant l'allongement relatif du ressort $B_{11}A_1$, on a :

./.

$$\vec{\Delta \ell}_{(B_{11}, A_1)} \left\{ \begin{array}{l} \vec{x}_{\delta p_1} [-d (\alpha_1 - \alpha_{11}) + d \sigma_{11}] \\ + \vec{y}_{\delta p_1} [Y_1 - y_{11} (1 - \ell r) - h_1 \theta_1 + \alpha \alpha_1 + h_1 (\delta p_1 - \delta p_{11})] \\ + \vec{z}_{\delta p_1} [d (\theta_1 - \psi_{11}) + d (\delta p_1 - \delta p_{11})] \end{array} \right.$$

$2h_1$: hauteur des ressorts sous charge

Par un calcul analogue au précédent et en tenant compte des mêmes remarques on peut écrire pour l'ensemble du véhicule :

$$\left\{ \begin{array}{l} [(-1)^{j+1} d (\alpha_k - \alpha_{ki} - \sigma_{ki})] \vec{x}_{\delta p_k} + \\ [Y_k - y_{ki} (1 - \ell r) - h_1 \theta_k + (-1)^{i+1} \alpha \alpha_k + h_1 (\delta p_k - \delta p_{ki})] \vec{y}_{\delta p_k} \\ [(-1)^{j+1} d (\theta_k - \gamma y_{ki} + \delta p_k - \delta p_{ki})] \vec{z}_{\delta p_k} \end{array} \right.$$

D'où on peut écrire la puissance totale développée par les ressorts :

$$P_R(\text{ressorts}) =$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left\{ \begin{array}{l} \bar{K}_{x_k} [-\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\alpha} - \alpha_k - \sigma_k)] [-\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\alpha}' - \alpha'_k - \sigma'_k)] \\ 2 \bar{K}_{y_k} [\bar{Y} - y_k - \bar{h}_1 \bar{\theta} + H \theta_k + \bar{A}(-1)^{k+1} \bar{\alpha} + \bar{h}_1 (\delta p - \delta p_k)] \\ \quad [\bar{Y}' - y'_k - \bar{h}_1 \bar{\theta}' + H \theta'_k + \bar{A}(-1)^{k+1} \bar{\alpha}' + \bar{h}_1 (\delta p' - \delta p'_k)] \\ \bar{K}_{z_k} [\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\theta} - \theta_k + \delta p - \delta p_k)] [\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\theta}' - \theta'_k + \delta p' - \delta p'_k)] \end{array} \right. \\ & - \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left\{ \begin{array}{l} K_{x_k} [-d(-1)^{j+1} (\alpha_k - \alpha_{ki} - \sigma_{ki})] [-d(-1)^{j+1} (\alpha'_k - \alpha'_{ki} - \sigma'_{ki})] \\ 2 K_{y_k} [Y_k - y_{ki} (1 - \ell r) - h_1 \theta_k - \alpha (-1)^{i+1} \alpha_k + h_1 (\delta p_k - \delta p_{ki})] \\ \quad [Y'_k - y'_{ki} (1 - \ell r) - h_1 \theta'_k - \alpha (-1)^{i+1} \alpha'_k + h_1 (\delta p_k - \delta p_{ki})] \\ K_{z_k} [d(-1)^{j+1} (\theta_k - \gamma y_{ki} + \delta p_k - \delta p_{ki})] [d(-1)^{j+1} (\theta'_k - \gamma y'_{ki} + \delta p_k - \delta p_{ki})] \end{array} \right. \end{aligned}$$

./.

Amortisseurs

Les amortisseurs étant placés en parallèle avec les ressorts de la suspension ; on peut écrire directement l'expression de la puissance développée :

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & \bar{C}_{x_k} [-\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\alpha}' - \alpha'_k - \sigma'_k)] [-\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\alpha}' - \alpha'_k - \sigma'_k)] \\ & \bar{C}_{y_k} [\bar{Y}' - y'_k - \bar{h}_2 \bar{\theta}' + H_1 \theta'_k + \bar{A} (-1)^{k+1} \bar{\alpha}' + \bar{h}_2 (\delta p' - \delta p'_k)] \\ & \quad [\bar{Y}' - y'_k - \bar{h}_2 \bar{\theta}' + H_1 \theta'_k + \bar{A} (-1)^{k+1} \bar{\alpha}' + \bar{h}_2 (\delta p' - \delta p'_k)] \\ & \bar{C}_{z_k} [\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\theta}' - \theta'_k + \delta p' - \delta p'_k)] [\bar{d}(-1)^{j+1} (\bar{\theta}' - \theta'_k + \delta p' - \delta p'_k)] \end{aligned} \right. \\
 & - \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & C_{x_k} [-d(-1)^{j+1} (\alpha'_k - \alpha'_{ki} - \sigma'_{ki})] [-d(-1)^{j+1} (\alpha'_k - \alpha'_{ki} - \sigma'_{ki})] \\ & 2C_{y_k} [Y'_k - y'_{ki}(1 - \ell r) - h_1 \theta'_k - \alpha(-1)^{i+1} \alpha'_k + h_1 (\delta p'_k - \delta p'_{ki})] \\ & \quad [Y'_k - y'_{ki}(1 - \ell r) - h_1 \theta'_k - \alpha(-1)^{i+1} \alpha'_k + h_1 (\delta p'_k - \delta p'_{ki})] \\ & C_{z_k} [d(-1)^{j+1} (\theta'_k - r y'_{ki} + \delta p'_k - \delta p'_{ki})] [d(-1)^{j+1} (\theta'_k - r y'_{ki} + \delta p'_k - \delta p'_{ki})] \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Forces de pseudoglisement

Pour déterminer la puissance dissipée par les forces de contact, on ne prendra en considération que les termes en y' et α' ; Les autres termes n'interviennent pas dans les équations différentielles du système. Dans ces conditions, l'expression de la puissance s'écrit :

$$p_a = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \chi (T_{ki1} + T_{ki2}) y'_{ki} + e_o (X_{ki2} - X_{ki1}) \alpha'_{ki} + (M_{ki1} + M_{ki2}) \alpha'_{ki}$$

En tenant compte des expressions linéaires des forces de pseudoglisement en courbe, données au paragraphe 2.2.2.21 on obtient après développement : (au second membre)

$$p_a = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{aligned} & -e_o 2C_{11} \left(\frac{e_o}{V} \alpha'_{ki} - \frac{e_o}{R_c} + \frac{\gamma_e}{r_o} y_{ki} \right) \alpha'_{ki} + \chi \left[-2C_{22} \left(\frac{\chi}{V} y'_{ki} - \alpha_{ki} \right) - \right. \\ & 2C_{23} \left(\frac{\alpha_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right) y'_{ki} + \left[2C_{23} \left(\frac{\chi}{V} y'_{ki} - \alpha_{ki} \right) - 2C_{33} \right. \\ & \left. \left(\frac{\alpha_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right) \right] \alpha'_{ki} \end{aligned} \right.$$

Dans les applications pratiques on peut négliger la quantité :

$$(M_{ki1} + M_{ki2}) \alpha'_{ki}$$

./.

4.1.2 - CIRCULATION EN PLEINE COURBE

Dans ce chapitre on se propose d'établir un modèle mathématique qui simule le comportement semi-statique d'un véhicule ferroviaire en courbe de faible rayon. Ce modèle mathématique permettra de définir les caractéristiques optimales à donner à un véhicule pour circuler dans une courbe de faible rayon donné (R_c) sans glissement et sans contact entre les boudins des roues et la voie.

4.1.2.1 - Hypothèses

Dans le cas d'une circulation en pleine courbe, le dévers de la voie et le rayon de courbure sont constants ; ce qui entraîne :

$$\delta p_{ki} = \delta p_k = \delta p = ct$$

$$\rho_{ki} = \frac{1}{R_c}$$

$$\sigma_k = -\frac{\bar{A}}{R_c}$$

$$\sigma_{11} = -\sigma_{12} = \sigma_{21} = -\sigma_{22} = -\frac{\alpha}{R_c}$$

Le véhicule pris comme référence satisfait, comme dans le cas de l'alignement, la condition $\bar{Q}_z^2 \approx \bar{A}^2$. Cette condition entraîne un découplage entre les mouvements transversaux des deux extrémités de la caisse.

On considère dans une première approche scientifique, une vitesse de circulation en courbe, légèrement supérieure à la vitesse d'équilibre de la voie (γ_{nc} faible). L'accélération centrifuge non compensée, mesurée au niveau de la voie, est égale à $\gamma_{nc} = \frac{v^2}{R_c} - g\delta p$.

Compte tenu de ces conditions de circulation, on pourra négliger les forces d'inertie et d'amortissement faibles devant les forces élastiques de rappel.

De plus, on néglige les mouvements de roulis des différents solides ($\theta, \theta_1, \theta_2$).

Le système linéaire, simulant le comportement semi-statique du véhicule en courbe de faible rayon, s'obtient à partir du système

différentiel [9 x 9] ⁽¹⁾ (pages 104 à 106) simplifié à partir des hypothèses ci-dessus et modifié pour tenir compte des nouvelles expressions :

./.

(1) Ce système simule le comportement transversal du véhicule en alignement.

- a) de la puissance dissipée par les forces de pesanteur et les ressorts (pages 129, 131)
- b) de la puissance dissipée par les forces de pseudoglisement (page 132),
- c) de l'accélération centrifuge ($\frac{V^2}{R_c} - g \delta p$) non compensée.

4.1.2.2 - Système linéaire simulant le comportement semi-statique d'un véhicule en courbe de faible rayon

Le système linéaire (7 x 7) obtenu à partir des hypothèses précisées ci-dessus est donné par les équations ci-après :

Equation en \bar{Y}_1

$$2\bar{K}_y \bar{Y}_1 - 2\bar{K}_y Y_1 = \frac{\bar{M}}{2} \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$$

Equation en Y_1

$$- 2\bar{K}_y \bar{Y}_1 + (2\bar{K}_y + 4K_y) Y_1 - 2K_y y_{11} - 2K_y y_{12} = M \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$$

Equation en α_1

$$(2\bar{K}_x \bar{d}^2 + 4K_x d^2 + 4K_y \alpha^2) \alpha_1 - 2K_y \alpha y_{11} + 2K_y \alpha y_{12} - 2K_x d^2 \alpha_{11} - 2K_x d^2 \alpha_{12} = 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c}$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned} & - 2K_y Y_1 - 2K_y \alpha \alpha_1 + 2K_y y_{11} + \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - \right. \\ & - 2C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} + 2K_z d^2 r^2 \left. \right] y_{11} - 2\chi C_{22} \alpha_{11} = \\ & (m + \hat{m}) \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right) + 2 \frac{C_{23}}{R_c} \chi \end{aligned}$$

./.

Equation en y_{12}

$$- 2K_y Y_1 + 2K_y \alpha_1 + 2K_y y_{12} + \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2C_{23} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} + \right. \\ \left. + 2K_z d^2 \gamma^2 \right] y_{12} - 2C_{22} \chi \alpha_{12} = (m + \bar{m}) \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right) + 2 \frac{\chi C_{23}}{R_c}$$

Equation en α_{11}

$$- 2K_x d^2 \alpha_1 + \left(2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{11} + [2K_x d^2 + 2C_{23} - \\ - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_{11} = + 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + 2 \frac{C_{33}}{R_c} + 2C_{11} \frac{e_o^2}{R_c}$$

Equation en α_{12}

$$- 2K_x d^2 \alpha_1 + \left(2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{12} + [2K_x d^2 + 2C_{23} - \\ - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_{12} = - 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + 2C_{11} \frac{e_o^2}{R_c} + 2 \frac{C_{33}}{R_c}$$

Introduction des variables relatives

Dans l'étude de la stabilité transversale, les déplacements transversaux des différents solides sont pris par rapport à l'axe de la voie. Dans le cas de la circulation en courbe, les déplacements transversaux des essieux seront pris par rapport à la ligne de roulement pur.

En effet, l'expérience montre qu'un essieu hors contrainte mécanique se déplace vers l'extérieur de la courbe d'une quantité y_o afin d'atteindre une position d'équilibre qui correspond à un mouvement de roulement pur. Ce déplacement y_o peut être calculé en exprimant que le chemin parcouru par une roue est égal au chemin parcouru par le point coïncidant sur le rail (force de pseudoglisement nulle).

Ce déplacement de l'essieu vers l'extérieur de la courbe entraîne une différence des rayons de roulement $r_1 > r_2$ (r_1 : rayon de la roue gauche, r_2 : rayon de la roue droite).

Dans ces conditions, pour une vitesse de rotation constante de l'essieu $\omega \approx V/r_o$ la roue extérieure va parcourir un chemin plus grand que celui de la roue droite, ce qui entraîne une position radiale de l'essieu dans la voie.

On va calculer y_o en écrivant la condition de roulement sans glissement (fig. 44).

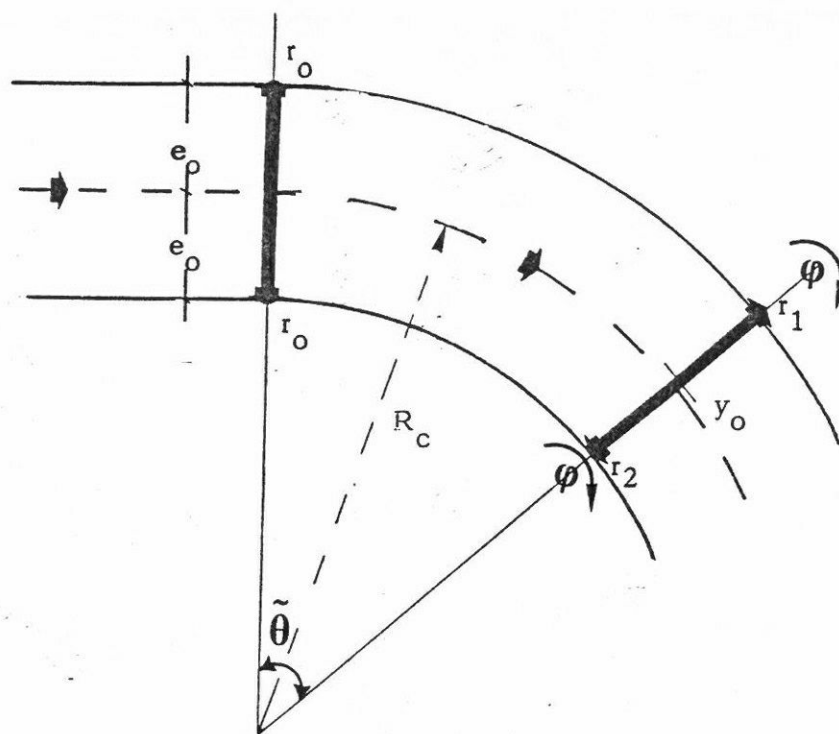


Fig. 44

Pour la roue gauche on a :

$$(R_c + e_o) \frac{2\pi r_o}{R_c} = r_1 \phi = (r_o + \gamma_e y_o) 2\pi$$

Pour la roue droite on a :

$$(R_c - e_o) \frac{2\pi r_o}{R_c} = r_2 \phi = (r_o - \gamma_e y_o) 2\pi$$

avec $\tilde{\theta} = \frac{2\pi r_o}{R_c}$

d'où l'expression de y_o :

$$y_o = \frac{e_o r_o}{\gamma_e R_c}$$

y_o dépend des caractéristiques géométriques roue-rail, du rayon de la courbe et de la conicité équivalente.

Avec un profil creux $\gamma_e = 0,20$, on aura un déplacement transversal de l'essieu inférieur à celui obtenu avec un profil conique.

Compte tenu du changement d'origine des déplacements transversaux on a :
(figure 45)

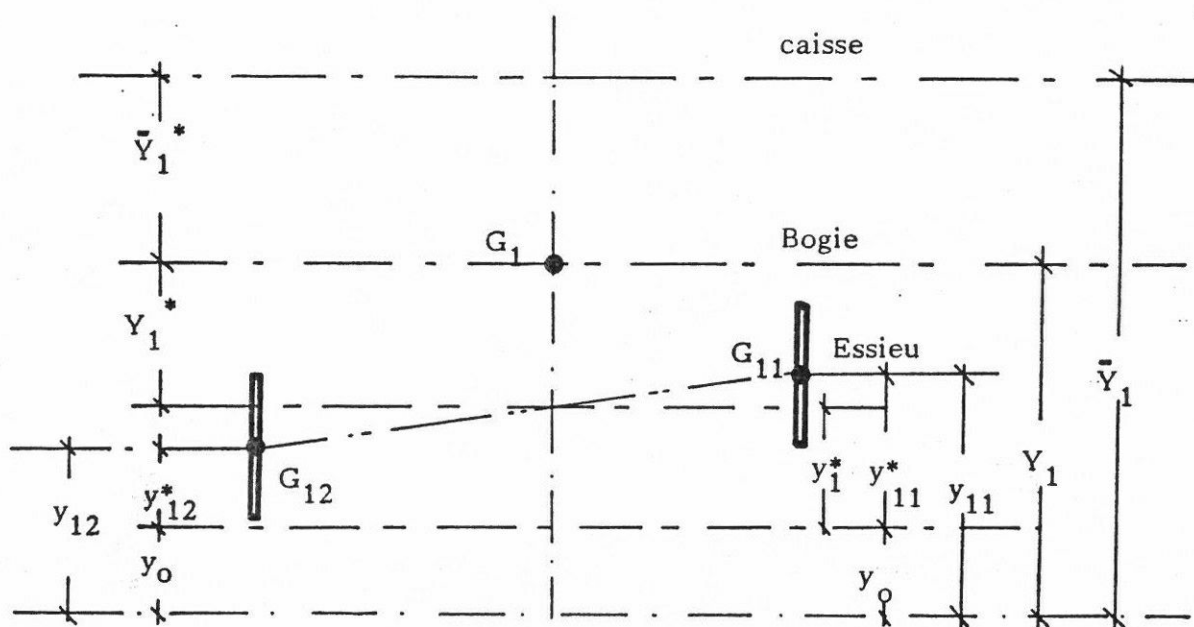


Fig. 45

$$y_1^* = \frac{y_{11}^* + y_{12}^*}{2}$$

$$y_{11} = y_{11}^* + y_0$$

$$\alpha_1 = \alpha_1^* + \frac{y_{11}^* - y_{12}^*}{2\alpha}$$

$$Y_1 = Y_1^* + \frac{y_{11}^* + y_{12}^*}{2} + y_0$$

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_1^* + Y_1^* + \frac{y_{11}^* + y_{12}^*}{2} + y_0$$

y_{11}^*, y_{12}^* : déplacements transversaux des essieux par rapport à la ligne de roulement pur.

α_1^* = angle que fait l'axe longitudinal du châssis de bogie avec la droite joignant les milieux de deux essieux.

Nota : Dans le cas d'un véhicule quelconque on aurait des relations identiques au droit du deuxième essieu.

Compte tenu de ces changements d'origine, le système linéaire des pages 134 à 135 se réduit à deux relations permettant de calculer les déplacements relatifs caisse-bogies et bogie-axe reliant les milieux de deux essieux.

$$\begin{aligned}\bar{Y}_1^* &= \frac{\bar{M}}{4\bar{K}_y} \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta p \right) \\ Y_1^* &= \frac{\left(M + \frac{\bar{M}}{2} \right)}{4K_y} \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta p \right)\end{aligned}$$

et un système linéaire 5 x 5 simulant le comportement semi statique d'un bogie ($\alpha_1^*, y_{11}^*, y_{12}^*, \alpha_{11}, \alpha_{12}$)

Equation en α_1^*

$$\begin{aligned}& (2\bar{K}_x \bar{d}^2 + 4K_x d^2 + 4K_y \alpha^2) \alpha_1^* + (2K_x \frac{d^2}{\alpha} + \bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{\alpha}) y_{11}^* \\ & - (2K_x \frac{d^2}{\alpha} + \bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{\alpha}) y_{12}^* - 2K_x d^2 \alpha_{11} - 2K_x d^2 \alpha_{12} = 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c}\end{aligned}$$

./.

Equation en y_{11}^*

$$-2K_y \alpha a_1^* + \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2C_{23} \frac{\chi \gamma_e}{R \gamma_o r_o} + 2K_z d^2 r^2 \right] y_{11}^* - 2C_{22} \chi a_{11} =$$

$$\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right) + 2\chi C_{23} \left(\frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_o + \frac{1}{R_c} \right) - \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2K_z d^2 r^2 \right] y_o$$

Equation en y_{12}^*

$$2K_y \alpha a_1^* + \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2C_{23} \frac{\chi \gamma_e}{R \gamma_o r_o} + 2K_z d^2 r^2 \right] y_{12}^*$$

$$- 2C_{22} \chi a_{12} = \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right) + 2\chi C_{23} \left(\frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_o + \frac{1}{R_c} \right) - \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2K_z d^2 r^2 \right] y_o$$

Equation en a_{11}

$$- 2K_x d^2 a_1^* + \left(-K_x \frac{d^2}{\alpha} + 2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{11}^*$$

$$+ K_x \frac{d^2}{\alpha} y_{12}^* + [2K_x d^2 + 2C_{23} - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \gamma_o \epsilon_o] a_{11} =$$

$$2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + 2C_{33} \left(\frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_o + \frac{1}{R_c} \right)$$

Equation en a_{12}

$$- 2K_x d^2 a_1^* - K_x \frac{d^2}{\alpha} y_{11}^* + \left(K_x \frac{d^2}{\alpha} + 2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{12}^* + [2K_x d^2$$

$$+ 2C_{23} - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \gamma_o \epsilon_o] a_{12} = - 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + 2C_{33} \left(\frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_o + \frac{1}{R_c} \right)$$

./.

Ce système est donné sous forme matricielle à l'annexe 8 .

Dans ce système on a introduit les liaisons élastiques directes entre essieux K_s et K_b .

Il est possible, avec ce modèle d'étudier le comportement semi-statique d'un bogie à essieux auto-orientés (voir paragraphe 4.2.1)

4.1.2.3 - Système non linéaire - Résolution

Dans le cas d'une circulation en courbe de faible rayon, les glissements réduits deviennent plus importants, la théorie linéaire de KALKER n'est plus valable. Dans ces conditions, il est indispensable de tenir compte des lois réelles des forces de pseudoglisement (voir aussi annexe 1).

En utilisant les expressions analytiques développées par JOHNSON et VERMEULEN et en négligeant l'effet de spin, le système non linéaire est obtenu en remplaçant :

$$C_{11} \text{ par } C_{11} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{11} \gamma_e}{\mu N r_o} |y_{ki}^*| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{11} \gamma_e}{\mu N r_o} y_{ki}^* \right)^2 \right]$$

$$C_{22} \text{ par } C_{22} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{22}}{\mu N} |\alpha_{ki}| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{22}}{\mu N} \alpha_{ki} \right)^2 \right]$$

Le système non linéaire simulant le comportement semi-statique du bogie avant est donné sous forme matricielle à l'annexe 9. Il sera utilisé tel qu'il est pour l'étude du comportement transversal du véhicule en courbe de faible rayon.

Remarque

Ce modèle non linéaire ne tient pas compte des caractéristiques géométriques de contact différentes entre les roues gauche et droite. Il est possible, à partir des relevés réels des profils des roues et des rails d'en tenir compte. M. JOLY met au point un programme numérique de simulation du roulement d'un bogie en courbe, tenant compte de toutes les non linéarités réelles, et permettant le calcul des efforts de guidage.

Méthode de résolution du système non linéaire

La méthode utilisée pour résoudre ce système non linéaire est la méthode itérative dite "de substitution".

Tout système non linéaire peut se mettre sous la forme :

$$[K(U)][U] = [F]$$

Toutes les méthodes de résolution d'un système non linéaire existantes sont des méthodes itératives qu'il faut démarrer en fournissant une approximation de la solution.

Cette première approximation est importante car suivant sa précision le processus itératif converge plus ou moins vite ou diverge.

Résoudre le système non linéaire consiste à chercher un vecteur $[U]$ qui rende le résidu $[R(U)] = [K(U)][U] - [F]$ aussi proche que possible de zéro. La solution exacte rend ce résidu nul.

La méthode de substitution consiste à construire une suite de solutions $[U^0], [U^1], \dots, [U^i]$; $[U^i]$ étant calculée à partir de $[U^{i-1}]$,

en résolvant le système linéaire :

$$[K(U^{i-1})][U^i] = [F] \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Ceci peut s'écrire sous forme incrémentale en introduisant le résidu :

$$[R^i] = [R(U^{i-1})] = [F] - [K(U^{i-1})][U^{i-1}]$$

$$[K(U^{i-1})][\Delta U^i] = [R^i]$$

$$[U^i] = [U^{i-1}] + [\Delta U^i]$$

Pour le test de convergence à l'itération i , on peut utiliser soit la norme du maximum,

$$\|n\| = \max_j |\Delta U_j|^i \quad \text{ou} \quad \|m\| = \max_j |R_j|^i$$

soit la norme des moindres carrés :

$$\|n\| = \sqrt{\langle \Delta U^i \rangle [\Delta U^i]} \quad \text{ou} \quad \|m\| = \sqrt{\langle R^i \rangle [R^i]}$$

En pratique, il est souvent utilisé des normes relatives.

On utilise la norme :

$$\|n\| = \frac{\sqrt{\langle \Delta U^i \rangle [\Delta U^i]}}{\sqrt{\langle U^i \rangle [U^i]}}$$

Le processus itératif converge, il est arrêté lorsque :

$\|n\| < \tilde{\epsilon}$; $\tilde{\epsilon}$ étant une valeur constante positive fixée à l'avance, exemple : $\tilde{\epsilon} = 0,005$.

./.

REPRESENTATION GRAPHIQUE

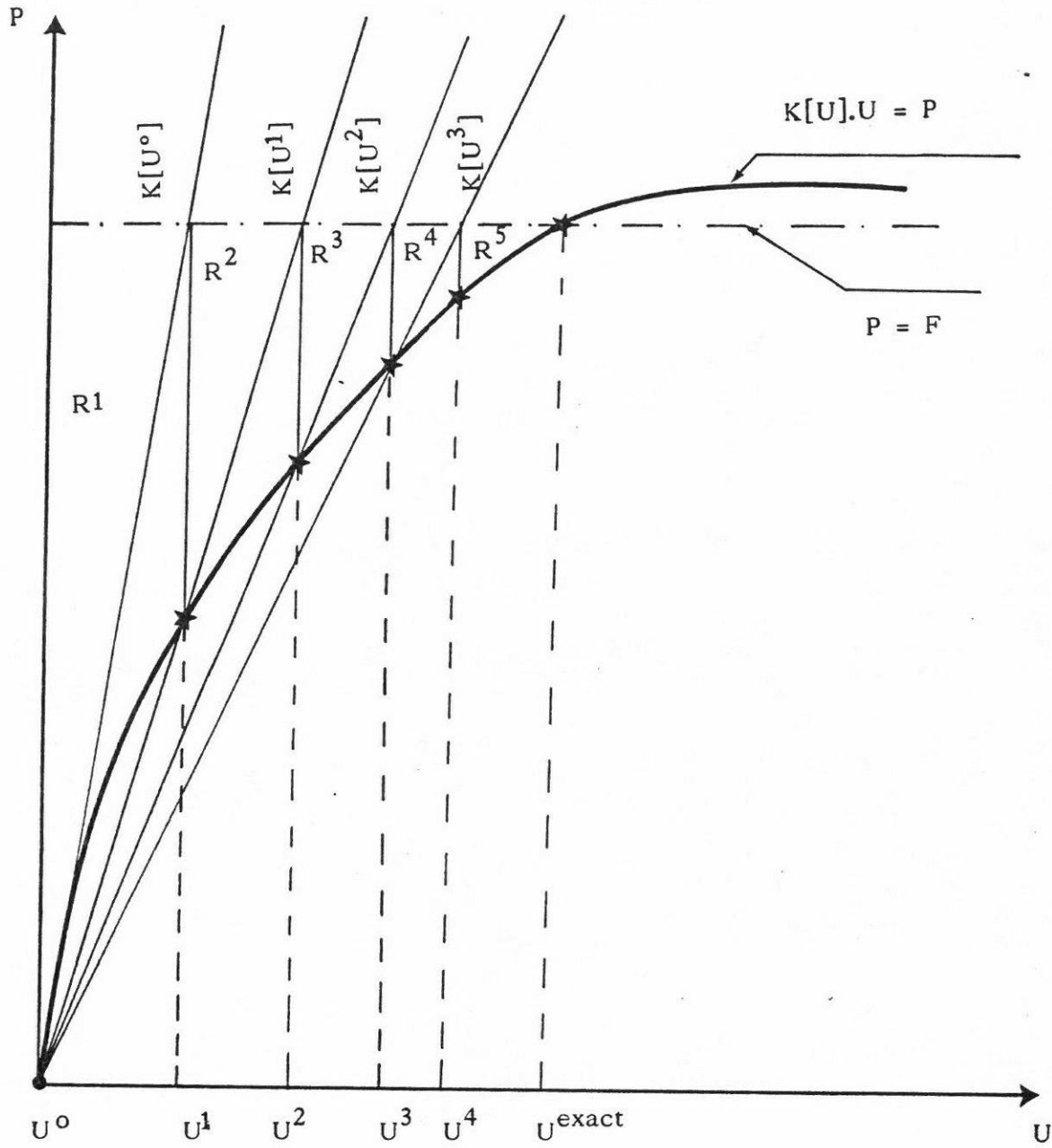


Fig. 46 : ALGORITHME DE CALCUL

Dans le cas d'un problème à une seule dimension, l'algorithme de substitution est donné graphiquement à la figure 46

4.1.2.4 - Calcul des efforts d'interaction rail-roue

Le remplacement du guidage assuré par les boudins des roues par un guidage par rouleaux à pression, permet de déterminer les efforts d'interaction rail-roue au niveau des deux essieux d'un même bogie.

Suivant la position du bogie dans la voie, deux cas sont à considérer :

- la marche en roue libre,
- la marche en crabe.

MARCHE EN ROUE LIBRE

La marche dite en roue libre se produit lorsque l'essieu directeur vient en contact, avec le flanc du rail extérieur tandis que l'essieu mené n'est en contact avec aucun des rails.

Au contact du boudin de l'essieu directeur avec le flanc du rail extérieur, il apparaît un effort transversal F_{11} , cet effort devient une inconnue supplémentaire dans le système linéaire représentant le comportement semi-statique du bogie en courbe.

Au moment de ce contact, le déplacement transversal y_{11}^* prend une valeur imposée et connue.

En négligeant les déformations des solides en contact et en modifiant le système d'équations comme ci-dessous, il est possible de calculer F_{11} .

Le système des pages 137 à 138 peut s'écrire sous la forme :

$$A_{ij} b_j = S_i \quad \text{avec : } y_{11}^* = b_2$$

Au moment du contact, on a : $b_2 = \text{jeu} - y_0$

le système devient : $\text{jeu} = \text{jeu dans la voie}$

$$A'_{ij} b'_j = S_i - b_2 A_{i2}$$

$$\text{avec pour } j \neq 2 : \begin{cases} b'_j = b_j \\ A'_{ij} = A_{ij} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} b'_2 = F_{11} \\ A'_{i2} = \delta_{i2} \\ \delta_{i2} = \text{symbole de Kronecker} \end{cases}$$

Le système ainsi transformé est donné sous forme matricielle à l'annexe 10.

./.

MARCHE EN CRABE

La marche est dite en crabe lorsque le boudin de l'essieu directeur vient en contact avec le flanc du rail extérieur tandis que celui de l'essieu mené est en contact avec le flanc du rail intérieur à la courbe.

Lors de la marche en crabe, il y a apparition de deux efforts transversaux :

- un effort F_{11} entre l'essieu directeur et le rail extérieur,
- un effort F_{12} entre l'essieu mené et le rail intérieur.

Au moment des contacts cités précédemment, les déplacements transversaux y_{11}^* et y_{12}^* prennent deux valeurs imposées et connues :

$$y_{11}^* = b_2 = \text{jeu} - y_0 = ct$$

$$y_{12}^* = b_3 = -(\text{jeu} + y_0) = ct$$

Le système transformé pour tenir compte des deux nouvelles inconnues F_{11} et F_{12} s'écrit :

$$A_{ij}'' b_j'' = S_i - b_2 A_{i2}'' - b_3 A_{i3}''$$

$$\text{avec pour } j \neq (2 \text{ et } 3) \quad \begin{cases} b_j'' = b_j \\ A_{ij}'' = A_{ij} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} A_{i2}'' = \delta_{i2} \\ A_{i3}'' = \delta_{i3} \end{cases}$$

Nota : $b_2'' = F_{11}$ et $b_3'' = F_{12}$

δ_{i3} : symbole de KRONECKER.

Le système ainsi transformé est donné par l'annexe 11

Cette marche en crabe ou en inscription forcée est très mauvaise pour la tenue des essieux en service.

Une méthode numérique itérative des calculs des efforts de guidage d'un bogie dans la voie prenant en compte la géométrie de contact réelle au droit des deux roues est en cours d'élaboration par M. JOLY.

Remarque :

Méthode de HEUMANN (annexe 12).

Cette méthode ne prend pas en compte les caractéristiques de guidage des essieux K_x, K_y ainsi que la conicité équivalente qui caractérise la géométrie de contact rail/roue. Cette méthode donne des résultats valables pour des bogies infiniment rigides (K_x et $K_y > 5.10^7 \text{ N/m}$)

./.

4.2 - NOUVELLES TECHNOLOGIES DE BOGIES

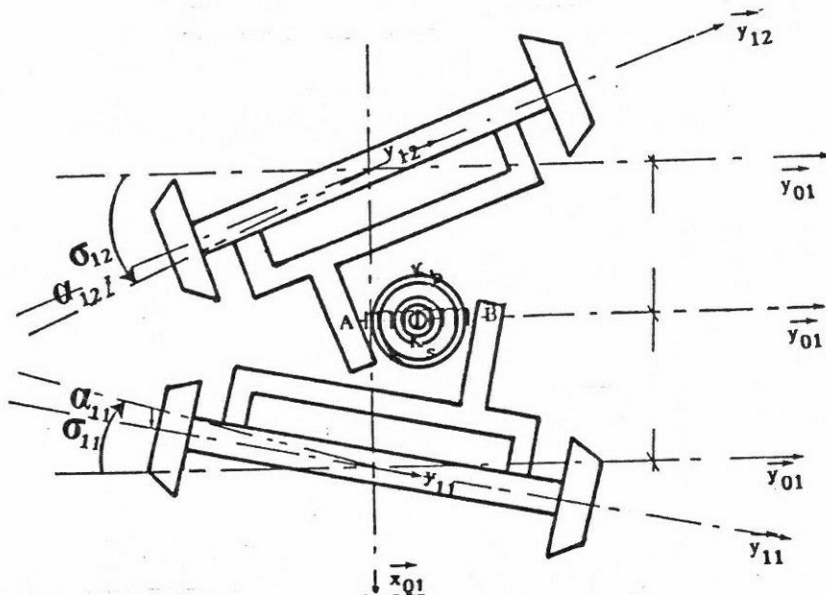
4.2.1. - VEHICULE FERROVIAIRE EQUIPE DE BOGIES A ESSIEUX AUTO-ORIENTES

4.2.1.1 - Circulation dans un raccordement de la voie

Dans le cas d'un bogie à essieux auto-orientés il faut tenir compte de la puissance dissipée par les deux ressorts K_s et K_b assurant les liaisons directes entre essieux.

$$P_R' =$$

$$- \sum_{k=1}^2 \left\{ \begin{array}{l} K_s [y_{k1} - y_{k2} - \alpha(\alpha_{k1} + \alpha_{k2} + \sigma_{k1} + \sigma_{k2})] \\ [y'_{k1} - y'_{k2} - \alpha(\alpha'_{k1} + \alpha'_{k2} + \sigma'_{k1} + \sigma'_{k2})] \\ K_b [\alpha_{k1} - \alpha_{k2} + \sigma_{k1} - \sigma_{k2}][\alpha'_{k1} - \alpha'_{k2} + \sigma'_{k1} - \sigma'_{k2}] \end{array} \right.$$



4.2.1.2 - Circulation en pleine courbe

En adoptant les mêmes hypothèses que celles prises en compte pour le bogie à essieux conventionnels, le système non linéaire simulant le comportement semi-statique des bogies à essieux auto-orientés, en courbe de faible rayon est donné sous forme matricielle par l'annexe 9 (avec $K_s, K_b \neq 0$).

4.2.2 - VEHICULE FERROVIAIRE MUNI DE BOGIES A ESSIEUX A PSEUDOGSLISSEMENT CONTROLE

4.2.2.1 - Circulation en pleine courbe

4.2.2.1.1 - Calculs

Puissance dissipée par les forces de pseudoglisement

Les calculs seront développés pour l'essieu directeur du bogie avant. Les résultats obtenus seront ensuite généralisés pour l'ensemble du véhicule :

$$Pa_{11} =$$

$$\begin{aligned} & X_{111}(-r_o \phi_{111}^{*'}) + X_{112}(-r_o \phi_{112}^{*'}) + T_{111}(\chi y'_{11} - \alpha_{11} V) + \\ & + T_{112}(\chi y'_{11} - \alpha_{11} V) + M_{111}(\alpha'_{11} - \frac{V}{R_c} - \frac{\gamma_o V}{r_o} - \frac{\gamma_o x'_{11}}{r_o} - \gamma_o \phi_{111}^{*'}) + \\ & \frac{\gamma_e \gamma_o y_{11} V}{r_o^2} - \frac{V \gamma_e y_{11}}{R \gamma_o r_o} - \frac{V e_o \gamma_o}{R_c r_o} + M_{112}(\alpha'_{11} - \frac{V}{R_c} + \frac{\gamma_o V}{r_o} + \\ & + \frac{\gamma_o x'_{11}}{r_o} + \gamma_o \phi_{112}^{*'}) + \frac{\gamma_e \gamma_o V y_{11}}{r_o^2} - \frac{\gamma_e V y_{11}}{R r_o \gamma_o} - \frac{V e_o \gamma_o}{R_c r_o} \end{aligned}$$

En ne gardant que les termes en $x'_{11}, y'_{11}, \alpha'_{11}, \phi_{111}^{*'}, \phi_{112}^{*'}$ on obtient :

$$Pa_{11} =$$

$$\begin{aligned} & - X_{111} r_o \phi_{111}^{*'} - X_{112} r_o \phi_{112}^{*'} + \chi(T_{111} + T_{112}) y'_{11} + (M_{111} + M_{112}) \alpha'_{11} \\ & - M_{111} \gamma_o \phi_{111}^{*'} + M_{112} \gamma_o \phi_{112}^{*'} + (M_{112} - M_{111}) \frac{\gamma_o}{r_o} x'_{11} \end{aligned}$$

En remplaçant $X_{111}, X_{112}, T_{111}, T_{112}, M_{111}, M_{112}$ par leurs valeurs (paragraphe 2.2.2.2.2, pages 84, 85) on obtient finalement :

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & (-\frac{C_{11} r_o^2}{V} \phi_{111}^{*'}) \phi_{111}^{*'} - (C_{11} \frac{r_o^2}{V} \phi_{112}^{*'}) \phi_{112}^{*'} + \chi [-2C_{22} (\chi \frac{y'_{11}}{V} - \alpha_{11}) - \\ & - 2C_{23} \frac{\alpha'_{11}}{V} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) + \frac{2C_{23}}{R_c} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) + \frac{C_{23} \gamma_o \phi_{111}^{*'}}{V} - \\ & - \frac{C_{23} \gamma_o \phi_{112}^{*'}}{V} + \frac{2C_{23} \gamma_e y_{11}}{R r_o \gamma_o} - \frac{2C_{23} \gamma_e \gamma_o y_{11}}{r_o^2}] y'_{11} + [2C_{23} (\chi \frac{y'_{11}}{V} - \alpha_{11}) - \\ & - \frac{2C_{33} \alpha'_{11}}{V} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) + \frac{2C_{33}}{R_c} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \phi_{111}^{*'} - \\ & - \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \phi_{112}^{*'} + \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_{11} - \frac{2C_{33} \gamma_o \gamma_e}{r_o^2} y_{11}] \alpha'_{11} + \frac{\gamma_o}{r_o} [-\frac{2C_{33} \gamma_o}{r_o} - \\ & - \frac{2C_{33} \gamma_o}{V r_o} - \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \phi_{112}^{*'} - C_{33} \frac{\gamma_o}{V} \phi_{111}^{*'}] x'_{11} - \gamma_o C_{23} (\chi \frac{y'_{11}}{V} - \alpha_{11}) \phi_{111}^{*'} \\ & + \gamma_o C_{33} [\frac{\alpha'_{11}}{V} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) - \frac{1}{R_c} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{x'_{11} \gamma_o}{V r_o} - \frac{\gamma_o \phi_{111}^{*'}}{V} - \frac{\gamma_e y_{11}}{R \gamma_o r_o} + \\ & + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{11}}{r_o^2}] \phi_{111}^{*'} - \gamma_o C_{33} [\frac{\alpha'_{11}}{V} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) - \frac{1}{R_c} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o}) + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{x'_{11} \gamma_o}{V r_o} + \\ & + \frac{\gamma_o V \phi_{112}^{*'}}{V} - \frac{\gamma_e y_{11}}{R \gamma_o r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{11}}{r_o^2}] \phi_{112}^{*'} + \gamma_o C_{23} (\frac{y'_{11}}{V} - \alpha_{11}) \phi_{112}^{*'} \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

./.

En négligeant $\frac{e_o \gamma_o}{r_o}$ devant l'unité, on obtient, pour l'ensemble du véhicule :

$$\begin{aligned}
 P_a = & \chi \left[-2C_{22} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - \frac{2C_{23} \alpha'_{ki}}{V} + \frac{2C_{23}}{R_c} + \frac{C_{23} \gamma_o}{V} \varphi_{ki1}^{*'} - \frac{C_{23} \gamma_o}{V} \varphi_{ki2}^{*'} + \right. \\
 & + \frac{2C_{23} \gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} - \frac{2C_{23} \gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} \left. \right] y'_{ki} + \left[2C_{23} \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - \frac{2C_{33} \alpha'_{ki}}{V} + \right. \\
 & + \frac{2C_{33}}{R_c} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \varphi_{ki1}^{*'} - \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \varphi_{ki2}^{*'} + \frac{2C_{33} \gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} - \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} \left. \right] \alpha'_{ki} + \\
 & + \frac{\gamma_o}{r_o} \left(-\frac{2C_{33} \gamma_o}{r_o} - \frac{2C_{33} \gamma_o x'_{ki}}{V r_o} - \frac{C_{33} \gamma_o \varphi_{ki2}^{*'}}{V} - \frac{C_{33} \gamma_o \varphi_{ki1}^{*'}}{V} \right) x'_{ki} \\
 & - \left[\frac{C_{11} r_o^2}{V} \varphi_{ki1}^{*'} + C_{23} \gamma_o \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) - \gamma_o C_{33} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{x'_{ki} \gamma_o}{V r_o} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\gamma_o \varphi_{ki1}^{*'}}{V r_o} - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} \right) \right] \varphi_{ki1}^{*'} - \left[\frac{C_{11} r_o^2}{V} \varphi_{ki2}^{*'} - C_{23} \gamma_o \cdot \right. \\
 & \left. \left(\chi \frac{y'_{ki}}{V} - \alpha_{ki} \right) + \gamma_o C_{33} \left(\frac{\alpha'_{ki}}{V} - \frac{1}{R_c} + \frac{\gamma_o}{r_o} + \frac{x'_{ki} \gamma_o}{V r_o} + \frac{\gamma_e \gamma_o y_{ki}}{r_o^2} + \frac{\gamma_o \varphi_{ki2}^{*'}}{V} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\gamma_e y_{ki}}{R \gamma_o r_o} \right) \right] \varphi_{ki2}^{*'}
 \end{aligned}$$

Puissance dissipée par le coupleur magnétique

$$P_{\varphi_{11}} = -C_{\varphi} (\omega_{111} - \omega_{112})(\omega_{111} - \omega_{112})$$

avec : (voir annexe 3, relations 23 et 24)

$$\omega_{111} = \frac{V}{r_1} - \frac{e_o}{r_1} \alpha'_{11} + \frac{x'_{11}}{r_1} + \varphi_{111}^{*'} \frac{r_o}{r_1} + \frac{e_o V}{R_c r_1}$$

$$\omega_{112} = \frac{V}{r_2} + \frac{e_o}{r_2} \alpha'_{11} + \frac{x'_{11}}{r_2} + \frac{r_o}{r_2} \varphi_{112}^{*'} - \frac{e_o V}{R_c r_2}$$

d'où :

$$\omega_{111} - \omega_{112} = -\frac{2e_o}{r_o^2} \alpha'_{11} - \frac{2V\gamma_e}{r_o^2} y_{11} + \frac{2Ve_o}{R_c r_o} + \varphi_{111}^{*'} - \varphi_{112}^{*'}$$

./.

d'où l'expression de la puissance dissipée par le coupleur pour l'ensemble du véhicule (au second membre)

$$P_{\varphi 11} =$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left\{ - C_{\varphi} \left(- 2 \frac{e_o}{r_o} \alpha'_{ki} - 2V \frac{\gamma_e}{r_o} y_{ki} + \varphi_{ki1}'^* - \varphi_{ki2}'^* + \frac{2Ve_o}{r_o R_c} \right) \right. \\ \left. \left(- \frac{2e_o}{r_o} \alpha'_{ki} - 2V \frac{\gamma_e}{r_o} y_{ki} + \varphi_{ki1}'^* - \varphi_{ki2}'^* + \frac{2Ve_o}{r_o R_c} \right) \right\}$$

Energie cinétique de l'ensemble "roues-essieu axe"

Pour l'essieu directeur on a :

$$2T^{\circ}(S_{111}) = \\ + m(x'_{11}^2 + y'_{11}^2) + m\rho_{x11}^2 r^2 y'_{11}^2 + m\rho_{z11}^2 \alpha_{11}'^2 + \\ + \frac{m_r}{2} \rho_y^2 [(\omega_{111} + \omega_{112})^2 - 2\omega_{111}\omega_{112}] + \frac{m_r}{2} \rho_y^2 r y_{11} (\omega_{111} + \omega_{112}) \alpha'_{11}$$

En introduisant les relations 23 et 24 de l'annexe 3 dans l'expression ci-dessous et en utilisant la notation indicielle adaptée on obtient pour l'ensemble des essieux du véhicule :

$$2T^{\circ}(S) =$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left[\begin{aligned} & + m_{ki} (x'_{ki}^2 + y'_{ki}^2) + m_{ki} \rho_{xki}^2 r^2 y'_{ki}^2 \\ & + \frac{2V^2}{r_o^2} + \frac{2e_o^2}{r_o^2} \alpha_{ki}'^2 + \frac{2x_{ki}'^2}{r_o^2} + \varphi_{ki1}'^2 + \varphi_{ki2}'^2 + \\ & + \frac{4Vx_{ki}}{r_o^2} + \frac{2V}{r_o} \varphi_{ki1}'^* + \frac{2V}{r_o} \varphi_{ki2}'^* - \frac{2e_o}{r_o} \alpha'_{ki} \varphi_{ki1}'^* + \\ & + \frac{2e_o}{r_o} \alpha'_{ki} \varphi_{ki2}'^* + \frac{2x_{ki}'}{r_o} \varphi_{ki1}'^* + \frac{2x_{ki}'}{r_o} \varphi_{ki2}'^* + \\ & + \frac{2e_o^2 V^2}{R_c^2 r_o^2} - \frac{2e_o^2 V \alpha'_{ki}}{R_c r_o} + \frac{2e_o V \varphi_{ki1}'^*}{R_c r_o} - \frac{2e_o V \varphi_{ki2}'^*}{R_c r_o} \end{aligned} \right] m_{rki} \frac{\rho_{yki}^2}{2} \\ + \\ - \frac{m_{rki}}{2} \rho_{yki}^2 \left(4 r \frac{V}{r_o} \alpha'_{ki} y_{ki} \right) + m_{ki} \rho_{zki}^2 \alpha_{ki}'^2$$

Pour la puissance dissipée par les forces de pesanteur et les forces de rappel élastiques des ressorts, on se référera aux résultats obtenus avec un véhicule classique (essieux conventionnels)(alignement et pleine courbe).

4.2.2.1.2 - Hypothèses

Pour étudier le mouvement du véhicule en pleine courbe de faible rayon on adopte les mêmes hypothèses faites pour le véhicule conventionnel (paragraphe 4.1.2.1).

Le système linéaire simulant le comportement semi-statique d'un bogie à essieux à pseudoglissement contrôlé en courbe de faible rayon est obtenu à partir du système différentiel (11×11)⁽¹⁾ donné aux pages 120 à 122, simplifié à partir des hypothèses précitées et modifié afin de tenir compte de nouvelles expressions de l'énergie cinétique et de la puissance dissipée par les forces de pseudoglissement et le coupleur magnétique.

La validité du modèle est contrôlée à chaque instant en vérifiant que le module des forces de pseudoglissement est inférieure à μN . Dans ce système linéaire interviennent les quantités ϕ_{ki1}^{*} et ϕ_{ki2}^{*} qui représentent les glissements résiduels des quatre roues.

4.2.2.1.3 - Système linéaire simulant le comportement semi-statique en courbe de faible rayon

Equation en \bar{Y}_1

$$2\bar{K}_y \bar{Y}_1 - 2\bar{K}_y Y_1 = \frac{\bar{M}}{2} \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$$

Equation en Y_1

$$- 2\bar{K}_y \bar{Y}_1 + (2\bar{K}_y + 4K_y)Y_1 - 2K_y y_{11} - 2K_y y_{12} = M \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$$

Equation en α_1

$$\begin{aligned} (2\bar{K}_x \bar{d}^2 + 4K_x d^2 + 4K_y \alpha^2) \alpha_1 - 2K_y \alpha y_{11} + 2K_y \alpha y_{12} - 2K_x d^2 \alpha_{11} - \\ - 2K_x d^2 \alpha_{12} = + 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c} \end{aligned}$$

(1) Ce système simule le comportement transversal du véhicule en alignement

Equation en x_{11}

$$2K_x x_{11} - 2K_x x_1 + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} \varphi_{111}^{*'} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} \varphi_{112}^{*'} = - \frac{2C_{33} \gamma_o^2}{r_o^2}$$

Equation en x_{12}

$$2K_x x_{12} - 2K_x x_1 + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} \varphi_{121}^{*'} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} \varphi_{122}^{*'} = - \frac{2C_{33} \gamma_o^2}{r_o^2}$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned} & - 2K_y Y_1 - 2K_y \alpha_1 + [2K_y + 2K_z d^2 \Gamma^2 + (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m) g \zeta + \\ & + \frac{2C_{23} \chi_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{23} \gamma_e \chi}{R \gamma_o r_o}] y_{11} - 2C_{22} \chi \alpha_{11} + (- C_{23} \frac{\chi \gamma_o}{V}) (\varphi_{111}^{*'} - \varphi_{112}^{*'}) = \\ & m (\frac{V^2}{R_c} - g \delta p) + \frac{2 \chi C_{23}}{R_c} \end{aligned}$$

Equation en y_{12}

$$\begin{aligned} & - 2K_y Y_1 + 2K_y \alpha_1 + [2K_y + 2K_z d^2 \Gamma^2 + (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m) g \zeta + \\ & + \frac{2C_{23} \chi_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{23} \gamma_e \chi}{R \gamma_o r_o}] y_{12} - 2C_{22} \chi \alpha_{12} + (- C_{23} \frac{\chi \gamma_o}{V}) (\varphi_{121}^{*'} - \varphi_{122}^{*'}) = \\ & m (\frac{V^2}{R_c} - g \delta p) + \frac{2 \chi C_{23}}{R_c} \end{aligned}$$

Equation en α_{11}

$$\begin{aligned}
 & -2K_x d^2 \alpha_1 + \left(\frac{4C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{11} + \\
 & + \left\{ 2C_{23} + 2K_x d^2 - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o \right\} \alpha_{11} - \left(\frac{2C_\varphi e_o}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \right) \\
 & (\varphi_{111}^* - \varphi_{112}^*) = 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + \frac{2C_{33}}{R_c} + \frac{4V e_o^2 C_\varphi}{r_o^2 R_c}
 \end{aligned}$$

Equation en α_{12}

$$\begin{aligned}
 & -2K_x d^2 \alpha_1 + \left(\frac{4C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o}{r_o^3} - \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{12} + \\
 & + \left\{ 2C_{23} + 2K_x d^2 - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o \right\} \alpha_{12} - \left(\frac{2C_\varphi e_o}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \right) \\
 & + \left(\varphi_{121}^* - \varphi_{122}^* \right) = -2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + \frac{2C_{33}}{R_c} + \frac{4V e_o^2 C_\varphi}{r_o^2 R_c}
 \end{aligned}$$

Equation en φ_{111}^*

$$\begin{aligned}
 & (C_\varphi + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V}) \varphi_{111}^* - C_\varphi \varphi_{112}^* - C_{23} \gamma_o \alpha_{11} + \\
 & + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{r_o V} x_{11} + \left(-\frac{2C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} - \frac{C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} + \frac{C_{33} \gamma_e}{R r_o} \right) y_{11} = \\
 & - \frac{C_{33} \gamma_o^2}{r_o} - \frac{C_{33} \gamma_o}{R_c} - \frac{2C_\varphi V e_o}{r_o R_c}
 \end{aligned}$$

Equation en φ_{112}^*

$$\begin{aligned}
 & (C_\varphi + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} + \frac{C_{11} r_o^2}{V}) \varphi_{112}^* - C_\varphi \varphi_{111}^* + C_{23} \gamma_o \alpha_{11} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V r_o} x_{11} + \\
 & + \left(\frac{2C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} + \frac{C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} - \frac{C_{33} \gamma_e}{R r_o} \right) y_{11} = - \frac{C_{33} \gamma_o^2}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{R_c} + \frac{2C_\varphi V e_o}{r_o R_c}
 \end{aligned}$$

./.

Equation en φ_{121}^*

Dans l'équation en φ_{111}^* on remplace $\varphi_{111}^{*'} par $\varphi_{121}^{*'}$$

$\varphi_{112}^{*'} par $\varphi_{122}^{*'}$, $x_{11} par x_{12} , $\alpha_{11} par α_{12} et $y_{11} par y_{12} .$$$$

Equation en φ_{122}^*

Dans l'équation en φ_{112}^* on remplace $\varphi_{112}^{*'} par $\varphi_{122}^{*'}$, $\varphi_{111}^{*'} par $\varphi_{121}^{*'}$,$$

$x_{11} par x_{12} , $\alpha_{11} par α_{12} et $y_{11} par y_{12} .$$$

Introduction des variables relatives

Comme il a été fait pour le bogie conventionnel, on procède aux changements des variables indiqués ci-après :

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_1^* + Y_1^* + \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$Y_1 = Y_1^* + \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\alpha_1 = \alpha_1^* + \frac{y_{11} - y_{12}}{2\alpha}$$

Dans ces conditions, on obtient deux relations permettant de calculer \bar{Y}_1^* et Y_1^*

$$\bar{Y}_1^* = \frac{\bar{M}}{4\bar{K}_y} \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$$

$$Y_1^* = \frac{(M + \frac{\bar{M}}{2})}{4K_y} \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$$

et un système linéaire (11 x 11) intéressant les variables α_1^* , x_{11} , x_{12} ,

y_{11} , y_{12} , α_{11} , α_{12} , $\varphi_{111}^{*'} par $\varphi_{112}^{*'} par $\varphi_{121}^{*'} par $\varphi_{122}^{*'}$.$$$

L'introduction des variables relatives a permis d'obtenir un découplage des mouvements des bogies par rapport à celui de la caisse.

Equation en α_1^*

$$\begin{aligned} & (2\bar{K}_x \bar{d}^2 + 4 K_x d^2 + 4 K_y \alpha^2) \alpha_1^* + (2K_x \frac{d^2}{\alpha} + \bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{\alpha}) y_{11} - \\ & -(2K_x \frac{d^2}{\alpha} + \bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{\alpha}) y_{12} - 2K_x d^2 \alpha_{11} - 2K_x d^2 \alpha_{12} = \\ & = 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c} \end{aligned}$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned} & - 2K_y \alpha \alpha_1^* + [2K_z d^2 \Gamma^2 + (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m) g \zeta] + \frac{2C_{23} \chi \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \\ & - \frac{2C_{23} \gamma_e \chi}{R \gamma_o r_o} y_{11} - 2C_{22} \chi \alpha_{11} + (- 2C_{23} \frac{\chi \gamma_o}{V}) (\varphi_{111}^{*'} - \varphi_{112}^{*'}) = \\ & = (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m) (\frac{V^2}{R_c} - g \delta p) + \frac{2 \chi C_{23}}{R_c} \end{aligned}$$

Equation en y_{12}

$$\begin{aligned} & + 2K_y \alpha \alpha_1^* + [2K_z d^2 \Gamma^2 + (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m) g \zeta] + \frac{2C_{23} \chi \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \\ & - \frac{2C_{23} \chi \gamma_e}{R \gamma_o r_o} y_{12} - 2C_{22} \chi \alpha_{12} + (- 2C_{23} \chi \frac{\gamma_o}{V}) (\varphi_{121}^{*'} - \varphi_{122}^{*'}) = \\ & = (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m) (\frac{V^2}{R_c} - g \delta p) + \frac{2 \chi C_{23}}{R_c} \end{aligned}$$

Equation en α_{11}

$$\begin{aligned} & - 2K_x d^2 \alpha_1^* + (- K_x \frac{d^2}{\alpha} + \frac{4C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o}) y_{11} + \\ & + (K_x \frac{d^2}{\alpha}) y_{12} + [2K_x d^2 + 2C_{23} - (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_{11} - \\ & - (2C_\varphi \frac{e_o}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V}) (\varphi_{111}^{*'} - \varphi_{112}^{*'}) = 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + \frac{2C_{33}}{R_c} + \\ & + \frac{4e_o^2 V C_\varphi}{R_c r_o} \end{aligned}$$

./.

Equation en α_{12}

$$\begin{aligned}
 & - 2K_x d^2 \alpha_1^* + \left(\frac{K_x d^2}{\alpha} + \frac{4C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + \frac{2C_{33} \gamma_e \gamma_o}{r_o^2} - \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right) y_{12} \\
 & - \frac{K_x d^2}{\alpha} y_{11} + [2K_x d^2 + 2C_{23} - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_{12} - \\
 & - \left(2C_\varphi \frac{e_o}{r_o} + \frac{C_{33} \gamma_o}{V} \right) (\varphi_{121}^* - \varphi_{122}^*) = - 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + \frac{2C_{33}}{R_c} + \\
 & + \frac{4e_o^2 V C_\varphi}{R_c r_o}
 \end{aligned}$$

Le système linéaire ci-dessus est donné sous forme matricielle à l'annexe 13

4.2.2.1.4 - Système non linéaire

Comme pour les autres technologies, l'étude du comportement semi-statique des bogies sera faite à partir d'un système non linéaire qui utilise le même formalisme des forces de pseudoglisement (expressions des forces de pseudoglisement données par JOHNSON et VERMEULEN, spin négligé).

Equation en α_1^*

$$\begin{aligned}
 & (2\bar{K}_x \bar{d}^2 + 4K_x d^2 + 4K_y \alpha^2) \alpha_1^* + \left(2K_x \frac{d^2}{\alpha} + \bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{\alpha} \right) y_{11} - \\
 & - \left(2K_x \frac{d^2}{\alpha} + \bar{K}_x \frac{\bar{d}^2}{\alpha} \right) y_{12}^* - 2K_x d^2 \alpha_{11} - 2K_x d^2 \alpha_{12} = \\
 & 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c}
 \end{aligned}$$

Equation en y_{11}

$$\begin{aligned}
 & - 2K_y \alpha \alpha_1^* + \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \zeta y_{11} - 2C_{22} \chi \alpha_{11} = \\
 & = \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)
 \end{aligned}$$

Equation en y_{12}

$$\begin{aligned}
 & + 2K_y \alpha \alpha_1^* + \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \zeta y_{12} - 2C_{22} \chi \alpha_{12} = \\
 & = \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)
 \end{aligned}$$

Equation en α_{11}

$$\begin{aligned}
 & - 2K_x d^2 \alpha_1^* + \left(-\frac{K_x d^2}{\alpha} + \frac{4C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} \right) y_{11} + K_x \frac{d^2}{\alpha} y_{12} + \\
 & + [2K_x d^2 - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_{11} - \frac{2C_\varphi e_o}{r_o} (\varphi_{111}^{*'} - \varphi_{112}^{*'}) \\
 & = 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + \frac{4e_o^2 V C_\varphi}{r_o^2 R_c}
 \end{aligned}$$

Equation en α_{12}

$$\begin{aligned}
 & -K_x d^2 \alpha_1^* + \left(\frac{K_x d^2}{\alpha} + \frac{4C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} \right) y_{12} - \frac{K_x d^2}{\alpha} y_{11} + \\
 & + [2K_x d^2 - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_{12} - \frac{2C_\varphi e_o}{r_o} (\varphi_{121}^{*'} - \varphi_{122}^{*'}) \\
 & = - 2K_x d^2 \frac{\alpha}{R_c} + \frac{4e_o^2 V C_\varphi}{r_o^2 R_c}
 \end{aligned}$$

Equation en φ_{111}^*

$$\left(C_\varphi + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \varphi_{111}^{*'} - C_\varphi \varphi_{112}^{*'} - \frac{2C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} y_{11} = - \frac{2V e_o C_\varphi}{r_o R_c}$$

Equation en φ_{112}^*

$$\left(C_\varphi + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \varphi_{112}^{*'} - C_\varphi \varphi_{111}^{*'} + \frac{2C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} y_{11} = + \frac{2V e_o C_\varphi}{r_o R_c}$$

Equation en φ_{121}^*

$$\left(C_\varphi + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \varphi_{121}^{*'} - C_\varphi \varphi_{122}^{*'} - \frac{2C_\varphi V \gamma_e}{r_o^2} y_{12} = - \frac{2V e_o C_\varphi}{r_o R_c}$$

./.

*

Equation en Φ_{122}

$$\begin{aligned} & \left(C_{\varphi} + \frac{C_{11} r_o^2}{V} \right) \Phi_{122}^{*'} - C_{\varphi} \Phi_{121}^{*'} + \frac{2C_{\varphi} V \gamma_e}{r_o^2} y_{12} = \\ & = \frac{+ 2Ve_o C_{\varphi}}{r_o R_c} \end{aligned}$$

Le système ci-dessus est donné sous forme matricielle à l'annexe 14

Remarque :

Les découplages entre les déplacements longitudinaux des essieux et les glissements résiduels des deux roues (du même essieu) disparaissent quand on néglige le spin.

4.2.3 - VEHICULE FERROVIAIRE MUNI DES BOGIES A ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

Le système simulant le comportement semi-statique d'un bogie muni d'essieux à roues indépendantes s'obtient en faisant $C_{\varphi} = 0$ dans la matrice donnée par l'annexe 14.

Les glissements réduits $\Phi_{111}^{*'}, \Phi_{112}^{*'}, \Phi_{121}^{*'}, \Phi_{122}^{*'}$ sont nuls, les termes d'inertie étant négligés.

Dans ces conditions le comportement semi-statique du bogie est donné par le système (5 x 5) (annexe 15).

ANNEXES

ANNEXE 1

Forces agissant au niveau du contact rail-roue
Calculs des forces de pseudoglisement
Calcul des efforts de guidage d'un bogie en courbe

1 - INTRODUCTION

Les forces de pseudoglissement et la géométrie de contact rail-roue sont à l'origine du guidage naturel d'un véhicule ferroviaire.

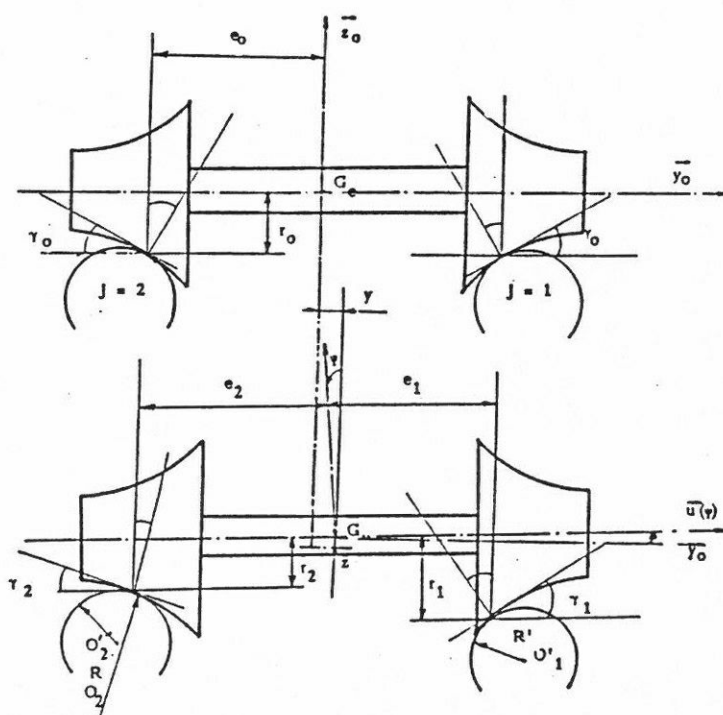
Cette propriété importante caractérise l'avantage que possède le système guidé rail-roue, sur les autres moyens de transport qui nécessitent pour leur guidage soit une intervention humaine, soit des techniques évoluées d'asservissement pour leur guidage forcé.

2 - FORCES AGISSANT SUR LE GUIDAGE D'UN VEHICULE FERROVIAIRE

2.1 - Force de pesanteur

Cette force de pesanteur est engendrée par la variation de hauteur du centre de gravité d'un essieu, suite à un déplacement transversal "y" de ce dernier dans la voie (fig. 1).

Cette force qui tend à ramener l'essieu dans sa position d'équilibre est une conséquence de la géométrie de contact rail-roue.



Essieu en position centrée dans la voie

Fig. 1

Essieu en position quelconque

En utilisant les résultats de l'étude géométrique du contact rail-roue on a :

$$Sp = (m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4})g \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} y$$

$(m + \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4})g$: Force verticale exercée par l'essieu sur la voie (charge statique = $2Q_o = 2N$)

R : Rayon de courbure des profils des roues

γ_e : Conicité équivalente

γ_o : Pente du profil conique d'origine (1/40e, 1/20e)

Si on désigne par $2Q_o$ l'effort vertical exercé par l'essieu sur la voie on a :

$$Sp = 2Q_o \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} y$$

y : déplacement transversal de l'essieu dans la voie.

Pour un profil conique $\gamma_e \approx \gamma_o$ et R très grand, d'où Sp très faible.

Pour un profil usé caractérisé par une conicité équivalente $\gamma_e = 0,20$ ($R = 0,34$ m et $\gamma_o = 0,025$) on a une force de rappel de pesanteur beaucoup plus élevée.

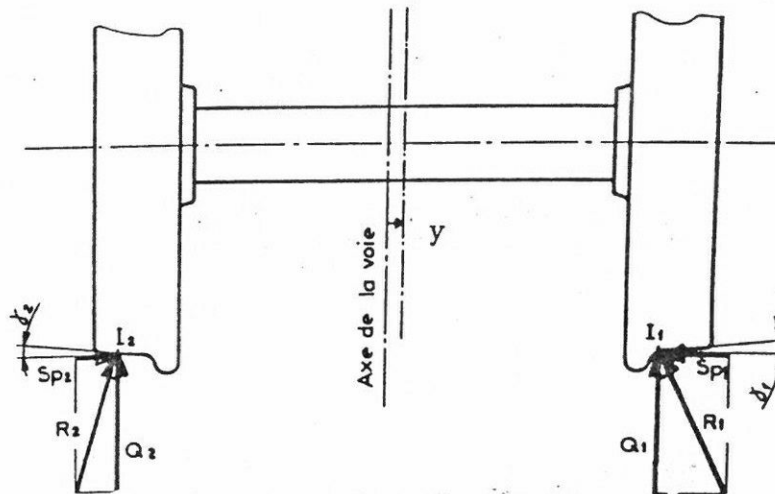
Cette composante latérale de la force de pesanteur est perpendiculaire à la voie ; elle joue un rôle important sur le positionnement d'un essieu dans la voie.

En tenant compte de l'effet de spin, cette composante de pesanteur a pour expression :

$$Sp = (2Q_o - \frac{2C_{23}\chi}{r_o}) \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} y$$

C_{23} : Coefficient de pseudoglisement relatif au spin

Remarque



Considérons la fig. 2.

Fig. 2

En projetant les composantes normales R_1 et R_2 des actions rail-roue sur deux directions horizontale et verticale passant par les points de contact I_1 et I_2 on a :

$$S_{p1} \approx Q_1 \operatorname{tg} \gamma_1 \approx Q_1 \gamma_1$$

$$S_{p2} \approx Q_2 \operatorname{tg} \gamma_2 \approx Q_2 \gamma_2$$

Q_1 et Q_2 : Charges verticales au points I_1 et I_2 .

γ_1 et γ_2 : Angles que font les plans tangents aux points de contact I_1 et I_2 avec l'horizontale.

D'après l'étude géométrique du contact rail-roue on a :

$$\gamma_1 = \gamma_0 + \frac{y}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right)$$

$$\gamma_2 = -\gamma_0 + \frac{y}{R - R'} \left(\frac{e_0 + R \gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \right)$$

Les parenthèses étant voisines de 1, on a :

$$\gamma_1 \approx \gamma_0 + \frac{y}{R - R'} \approx \gamma_0 + \frac{\gamma_e}{R \gamma_0} y$$

$$\gamma_2 \approx -\gamma_0 + \frac{y}{R - R'} \approx -\gamma_0 + \frac{\gamma_e}{R \gamma_0} y$$

./.

$$\text{d'où } S_{p1} \approx Q_1 \left(\gamma_o + \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} y \right) \quad S_{p2} \approx Q_2 \left(-\gamma_o + \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} y \right)$$

$$\text{et } S_{p1} + S_{p2} \approx (Q_1 + Q_2) \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} y$$

si $Q_1 \approx Q_2 = Q_o$ on a :

$$S_p = S_{p1} + S_{p2} \approx 2Q_o \frac{\gamma_e y}{R \gamma_o}$$

Le déplacement transversal y étant donné, cette composante transversale de pesanteur varie linéairement en fonction de $\frac{\gamma_e}{R \gamma_o}$.

Cette quantité caractérise le profil de roue au voisinage du point de contact, défini par " y ". Cette force de pesanteur dépend de la position du point de contact.

La puissance développée par cette force est égale à :

$$P_{s_p} = S_p \cdot \vec{y}_o \cdot \vec{V}_{x_o} = 0$$

V : vitesse d'avancement du véhicule

\vec{x}_o : porté par la voie

\vec{y}_o : direction orthogonale

La fig. 3 donne les variations de la composante de pesanteur, et de la puissance dissipée par cette force en fonction de $\frac{\gamma_e}{R \gamma_o}$ (fig. 3)

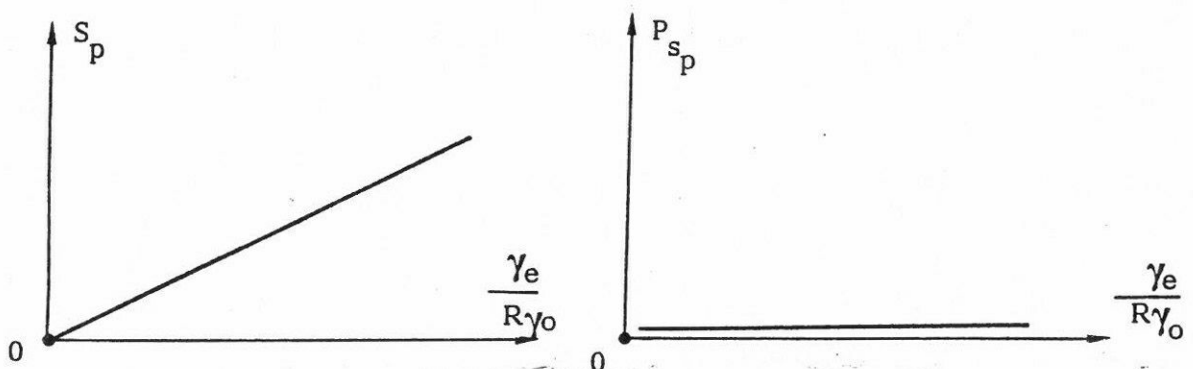


Fig. 3

Cette force n'est pas responsable de l'usure des roues

./.

2.2 - Forces de pseudoglisserment

Dans ce qui suit on donne quelques renseignements concernant les forces de pseudoglisserment prenant naissance au contact rail-roue. Ces forces résultent d'une déformation élastique de la matière au niveau de l'ellipse de contact.

2.2.1 Force de pseudoglisserment longitudinale

Sous l'action du couple moteur exercé sur l'axe d'un essieu, le point de contact roue-rail I prend une vitesse de glissement \vec{g}_x portée par \vec{x}_0 (fig. 4).

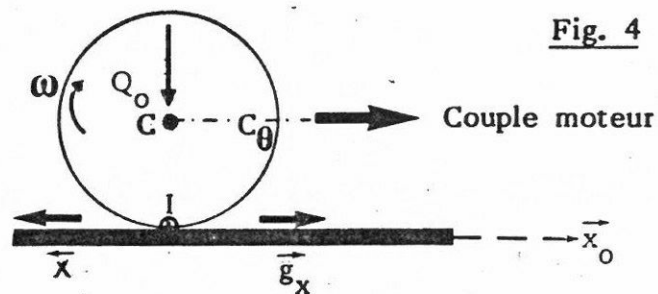


Fig. 4

Cette vitesse de glissement engendre par réaction une force de pseudoglisserment longitudinale. Cette force est donnée par les résultats des travaux de KALKER.

$$\vec{X} = - C_{11} \vec{v}_x \quad (\text{fig. 5})$$

avec \vec{v}_x : glissement réduit longitudinal égal à $\frac{\vec{g}_x}{V}$

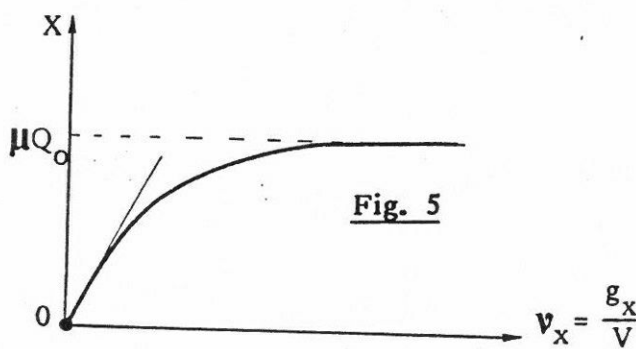


Fig. 5

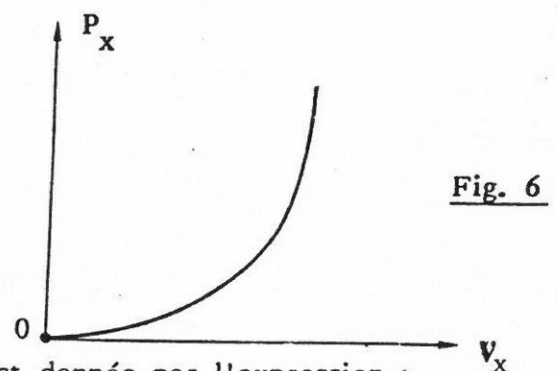


Fig. 6

La puissance dissipée par cette force est donnée par l'expression :

$$P_x = (- C_{11} \vec{v}_x)(\vec{v}_x V) = - C_{11} V \vec{v}_x^2 \quad (\text{fig. 6})$$

Cette puissance est à l'origine d'une dissipation d'énergie importante entraînant au niveau de la zone de contact rail-roue une usure et un bruit de roulement important.

2.2.2 - Force de pseudoglisement transversale

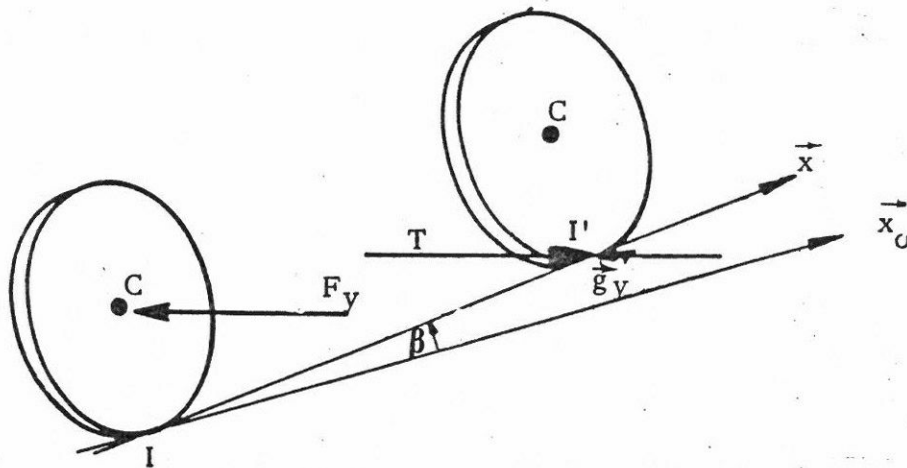


Fig. 7

Une roue soumise à une force transversale F_y , appliquée en son centre, a tendance à se déplacer en crabe, c'est à dire en prenant une direction \vec{x} , qui fait un angle β avec \vec{x}_0 (direction initiale) (fig. 7).

Cet angle β , appelé angle de cisailment dans le ferroviaire et angle de dérive en automobile est tout simplement l'angle que fait le vecteur vitesse $\vec{V}(I)$, porté par la tangente à la trajectoire du point I, avec le plan de la roue non déformée servant d'origine.

Il en résulte une vitesse de glissement \vec{g}_y qui engendre, par réaction, une force transversale de pseudoglisement, dont l'expression est donnée par la théorie de KALKER.

$$\vec{T} = -C_{22} \vec{v}_y \quad \text{avec} \quad \vec{v}_y = \frac{\vec{g}_y}{V} \quad (\text{fig. 8})$$

v_y : glissement réduit transversal.

Elle est perpendiculaire à la roue.

Cette force dépend de l'angle de lacet de l'essieu dans la voie.

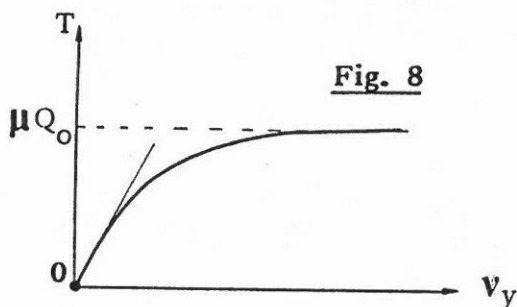


Fig. 8

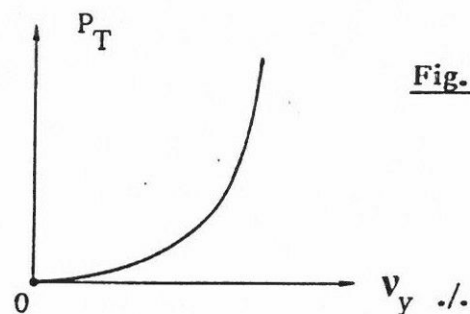
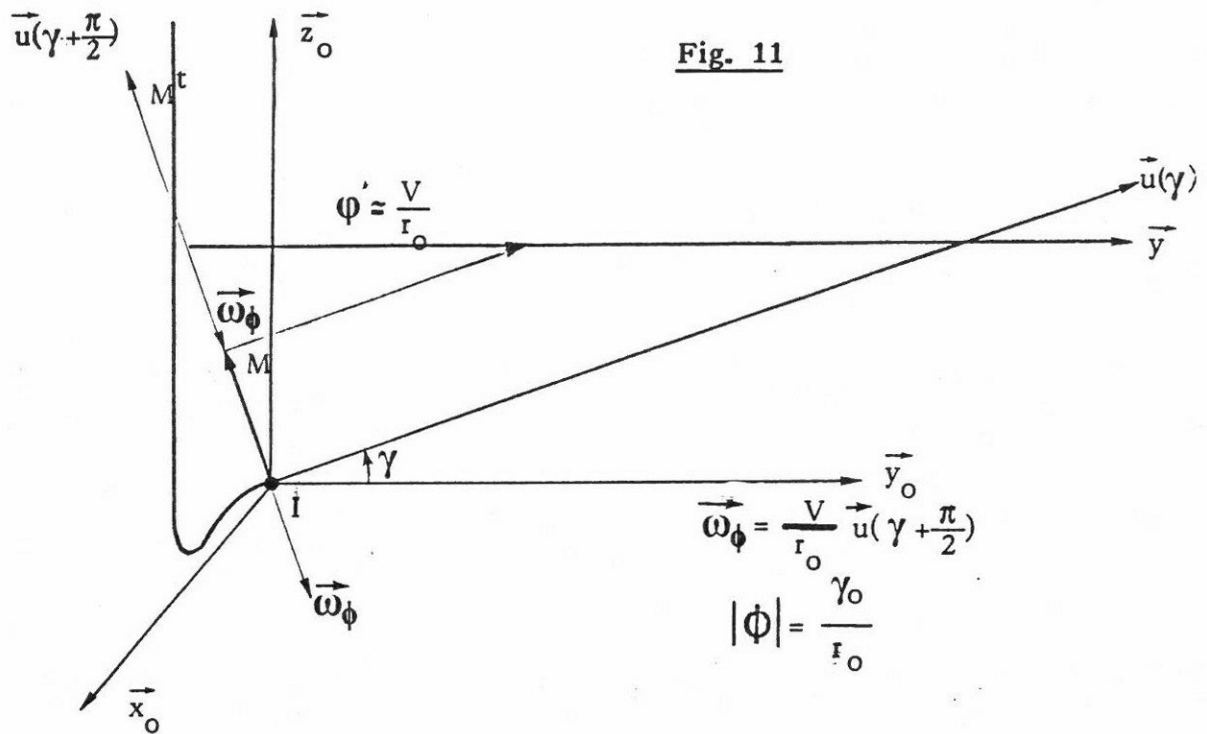


Fig. 9



Le taux de rotation $\vec{\omega}_s^o$ (fig. 11) peu différent de $\phi' \vec{y}_o$, engendre au droit de la surface de contact roue-rail une vitesse angulaire de rotation $\vec{\omega}_\phi$ qui, par réaction, donne naissance à un moment M^t porté par la normale $\vec{u}(\gamma + \pi/2)$ au plan tangent, au point de contact I.

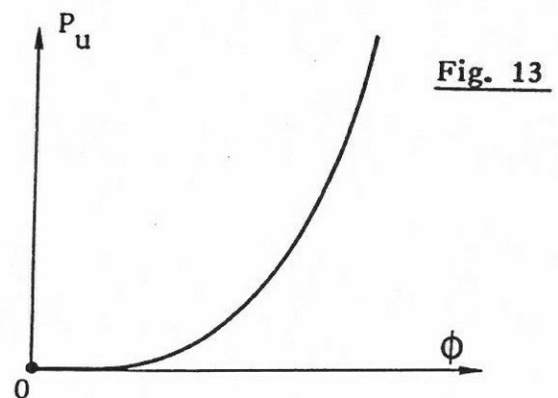
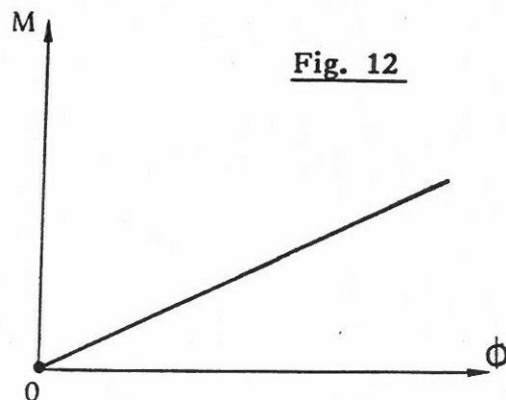
Le moment scalaire

$$M' = + C_{33} \frac{\gamma_o}{r_o} \approx C_{33} \phi \quad (\text{fig. 12})$$

La puissance dissipée au contact par ce moment est donnée par

$$\text{l'expression : } P_u = (C_{33} \frac{\gamma_o}{r_o}) V \frac{\gamma_o}{r_o} \approx C_{33} V \phi^2 \quad (\text{fig. 13})$$

Cette puissance dissipée au contact engendre une usure roue-rail et un bruit de roulement.



3 - CALCUL DES FORCES DE PSEUDOGLISSEMENT

3.1 - Les expressions des forces de pseudoglisserment utilisées dans les modèles mathématiques par les spécialistes de dynamique ferroviaire résultent d'un travail très important de recherche effectué par KALKER à l'Université de DELFT (Pays-Bas).

Ces résultats sont résumés par les courbes données par les fig. 14, 15 et 16.

X : Force de pseudoglisserment longitudinal

T : Force de pseudoglisserment transversal

La constante C_{23} est relative à l'effet de spin.

Les forces de pseudoglisserment varient d'une manière non linéaire en fonction des glissements réduits

Une étude réalisée par JOHNSON et VERMEULEN a montré que les composantes longitudinale et transversale des forces de pseudoglisserment (spin négligé) peuvent se mettre sous les formes polynomiales ci-après :

$$X_j = - C_{11} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{11}}{\mu N} |v_x| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{11}}{\mu N} v_x \right)^2 \right] v_x$$

$$T_j = - C_{22} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{22}}{\mu N} |v_y| + \frac{1}{27} \left(\frac{C_{22}}{\mu N} v_y \right)^2 \right] v_y$$

$$M_j = C_{23} v_y$$

$$v_x < \frac{3\mu N}{C_{11}} \quad v_y < \frac{3\mu N}{C_{22}}$$

C_{11} , C_{22} : coefficients de pseudoglisserment calculés à partir des théories de HERTZ et KALKER

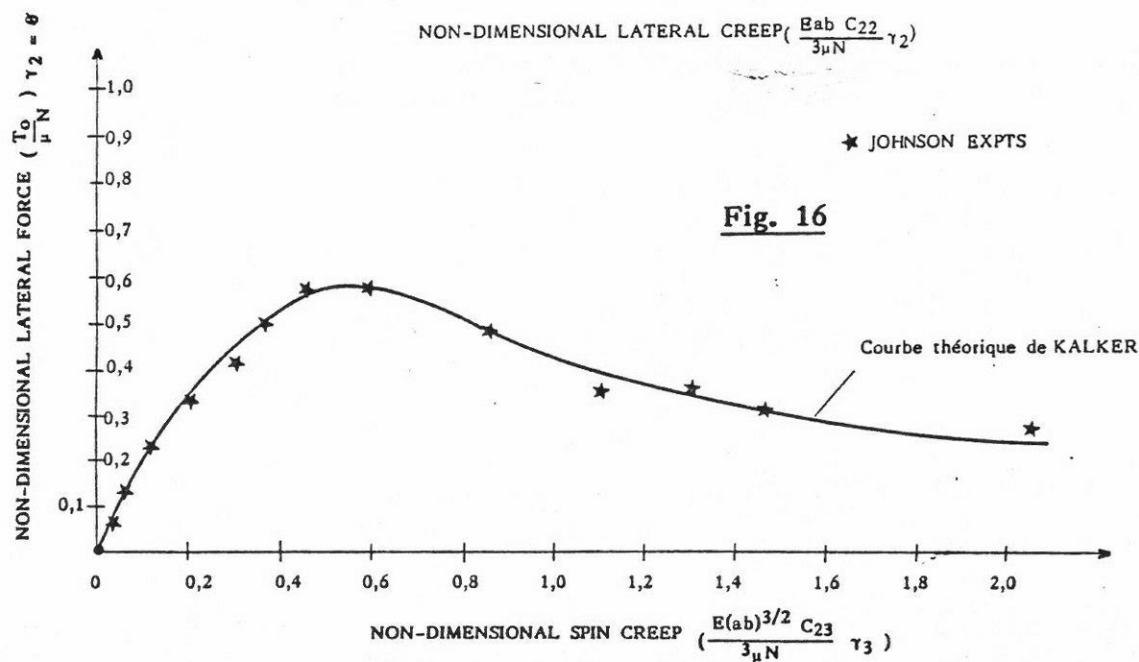
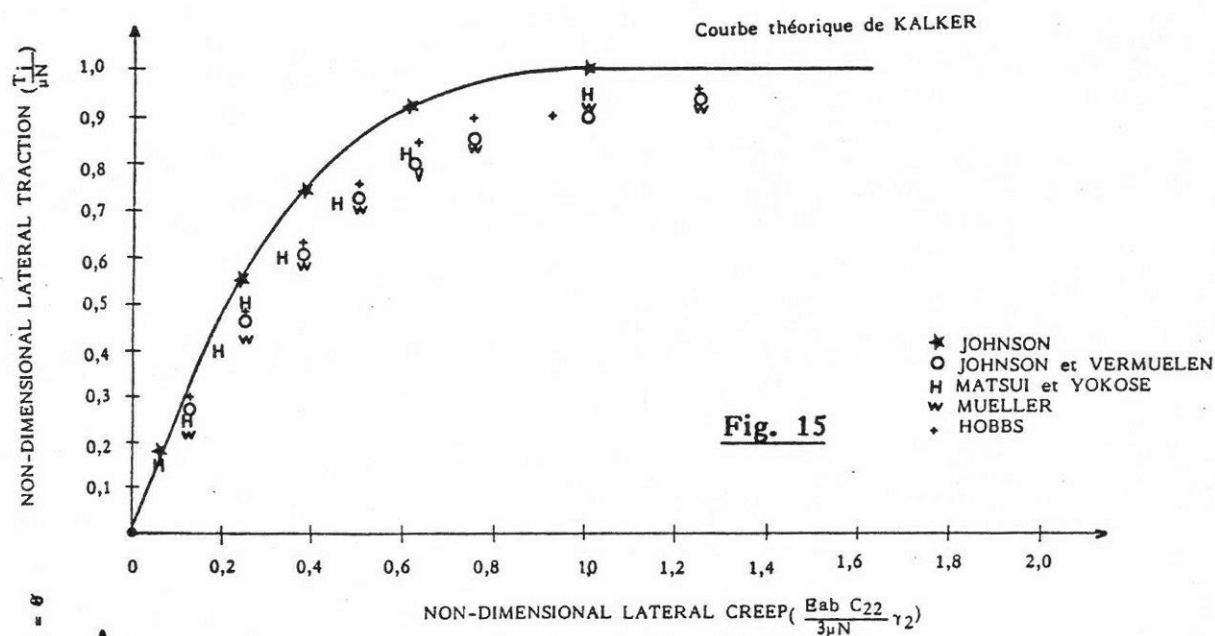
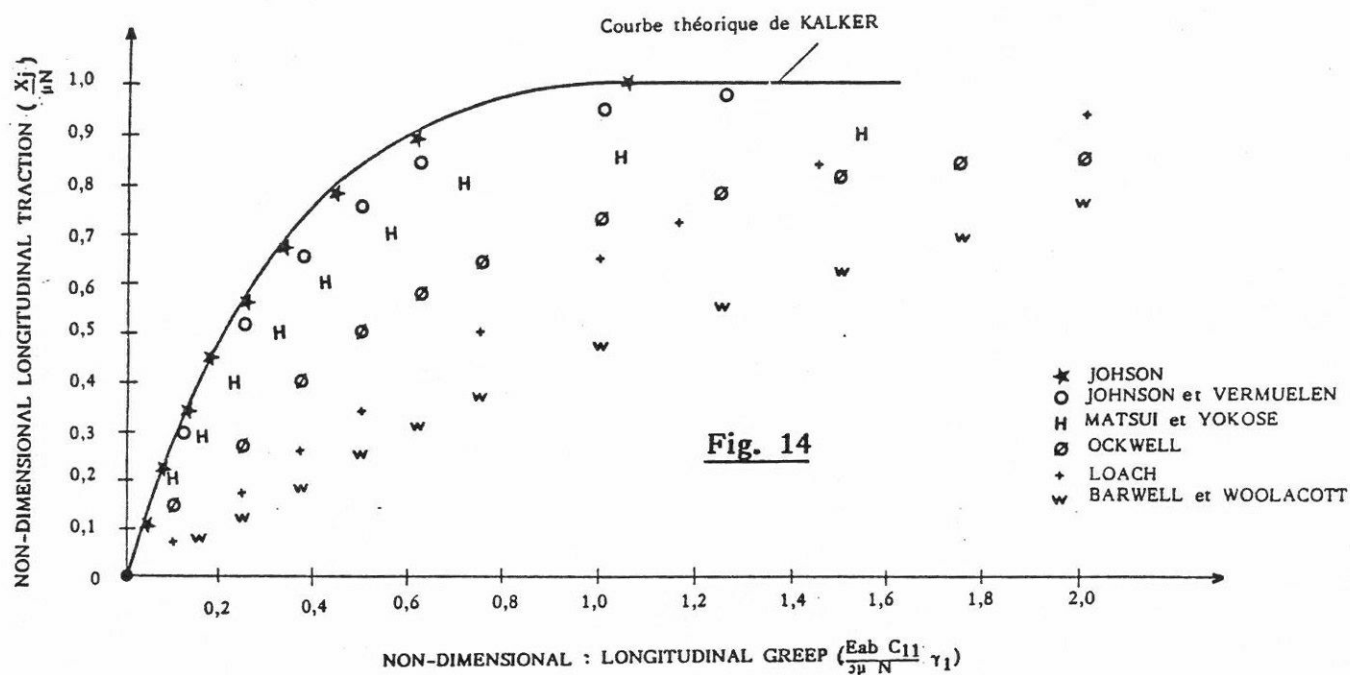
μ : coefficient de frottement roue-rail

N : charge normale par roue ($N = Q_0$)

v_x , v_y : glissement réduits longitudinal et transversal

j : indice relatif à la roue (j = 1 pour la roue gauche dans le sens de l'avancement).

Dans l'étude du comportement semi-statique d'un bogie en courbe de faible rayonn où les glissements réduits sont importants, il est indispensable d'utiliser les courbes réelles à caractéristiques non linéaires.



3.2 - Théorie linéaire de KALKER

Dans le cas d'une circulation en alignement où les glissements réduits sont faibles, on utilise la théorie linéaire de KALKER qui traduit une loi de proportionnalité entre les forces de pseudoglissement et les glissements réduits.

Les résultats de la théorie linéaire de KALKER sont résumés par les formules ci-après :

$$\begin{aligned}
 X_{i1} &= -C_{11} \left[\frac{x'_i}{V} - \frac{e_o}{V} \alpha'_i - \frac{\gamma_e}{r_o} y_i \right] \\
 X_{i2} &= -C_{11} \left[\frac{x'_i}{V} + \frac{e_o}{V} \alpha'_i + \frac{\gamma_e}{r_o} y_i \right] \\
 T_{i1} &= -C_{22} \left[\chi \frac{y'_i}{V} - \alpha_i \right] - C_{23} \left[\frac{\alpha'_i}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_i}{R \gamma_o r_o} \right] \\
 T_{i2} &= -C_{22} \left[\chi \frac{y'_i}{V} - \alpha_i \right] - C_{23} \left[\frac{\alpha'_i}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_i}{R \gamma_o r_o} \right] \\
 M_{i1} &= C_{23} \left[\chi \frac{y'_i}{V} - \alpha_i \right] - C_{33} \left[\frac{\alpha'_i}{V} - \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_i}{R \gamma_o r_o} \right] \\
 M_{i2} &= C_{23} \left[\chi \frac{y'_i}{V} - \alpha_i \right] - C_{33} \left[\frac{\alpha'_i}{V} + \frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{\gamma_e y_i}{R \gamma_o r_o} \right]
 \end{aligned}$$

3.3 - Calcul des efforts exercés par un bogie en courbe de faible rayon

A partir des formules indiquées ci-dessus et en utilisant les résultats de l'étude géométrique du contact rail-roue, il est possible de simuler le comportement semi-statique d'un bogie en courbe de faible rayon et de déterminer les efforts de guidage au droit des deux essieux.

Cette approche ne tient pas compte de la non linéarité de la géométrie de contact roue-rail.

./.

Une étude non linéaire est en cours par M. JOLY.

Dans le cas du comportement semi-statique, les forces qui interviennent dans l'équilibre du bogie dans la voie sont :

- les forces de pseudoglisement
- les forces de pesanteur
- les forces élastiques au niveau des liaisons essieux châssis de bogie
- les forces centrifuges non compensées agissant sur les différents solides
- les efforts de guidage au niveau des essieux.

Au moyen d'un appareillage décrit dans la thèse de M. JOLY on peut relever avec une très grande précision sous forme d'informations discrètes les profils des roues et des rails. A partir d'un programme sur ordinateur, il est possible de reconstituer les profils analogiques et de déterminer, pour chaque valeur du déplacement transversal de l'essieu dans la voie :

- les points de contact rail-roue I_1 et I_2
- les rayons de roulement r_1 et r_2 correspondants
- les angles que font les plans tangents aux points de contact (γ_1 et γ_2).

La fig. 17 donne les variations de $r_1 - r_2 = \Delta r$ en fonction de y (y déplacement transversal de l'essieu dans la voie).

Il est possible de déterminer, en chaque point la conicité équivalente

$$\gamma_e = \frac{r_1 - r_2}{2y} = \frac{\Delta r}{2y}$$

A partir de la connaissance des angles γ_1 et γ_2 , on peut calculer les forces de pesanteur $Q_0 \text{tg} \gamma_1$ et $Q_0 \text{tg} \gamma_2$ soit $N (\gamma_1 + \gamma_2)$.

Dans le cas du comportement semi-statique en courbe de faible rayon les glissements réduits sont égaux à :

$$\mp \frac{\gamma_e y}{r_0} \mp \frac{e_0}{R_c} \text{ pour le glissement longitudinal}$$

./.

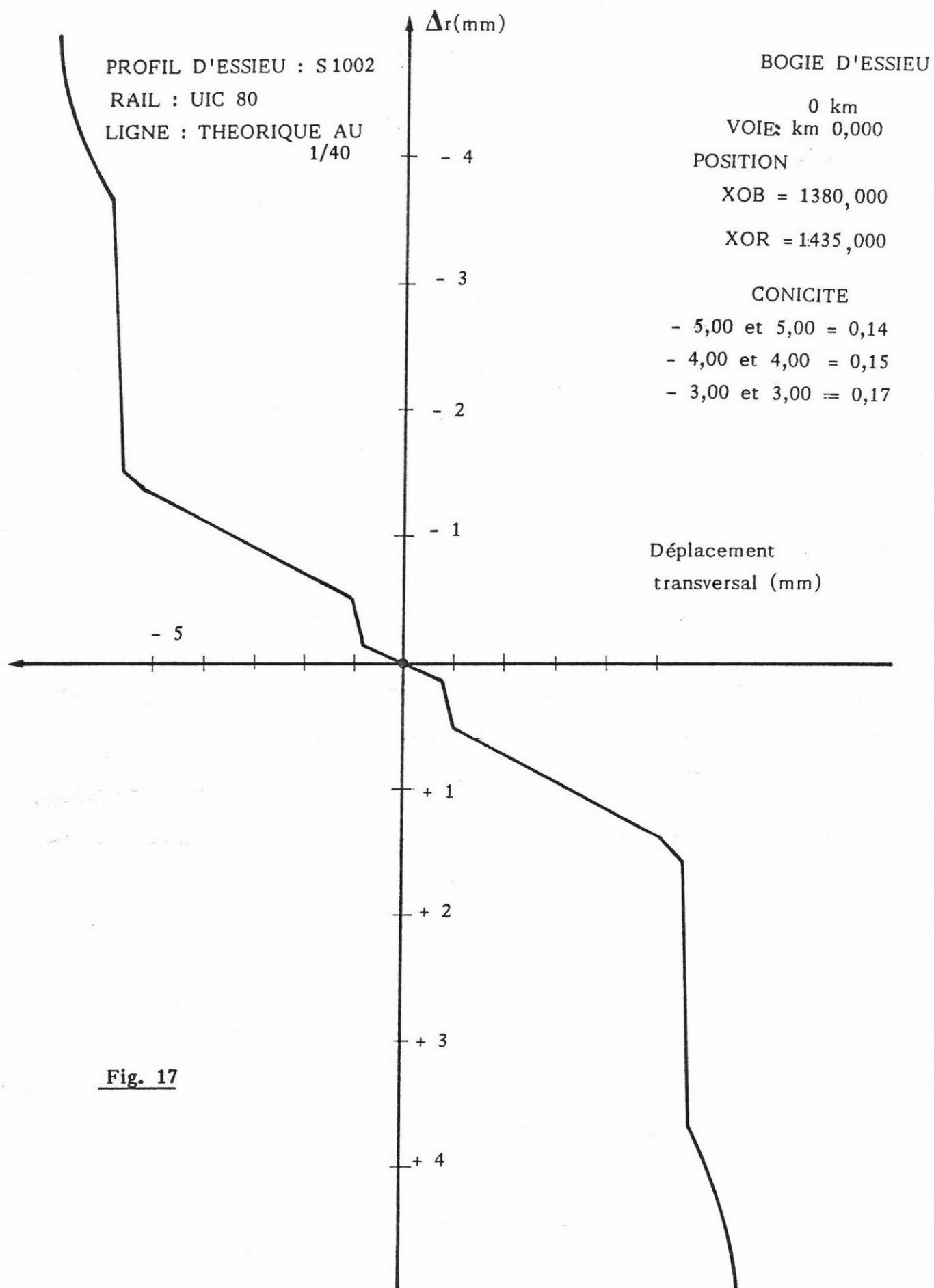


Fig. 17

α : Pour le glissement transversal

r_0 : rayon de roulement quand l'essieu est centré dans la voie

α : angle de lacet.

A partir du formalisme de KALKER corrigé, il est possible de déterminer en chaque point les forces de pseudoglisement longitudinal et transversal .

Les forces élastiques, au niveau des liaisons essieux-châssis de bogie et les forces centrifuges non compensées se calculent facilement à partir des caractéristiques géométriques de la courbe, des rigidités de guidage K_x et K_y et de la vitesse de circulation.

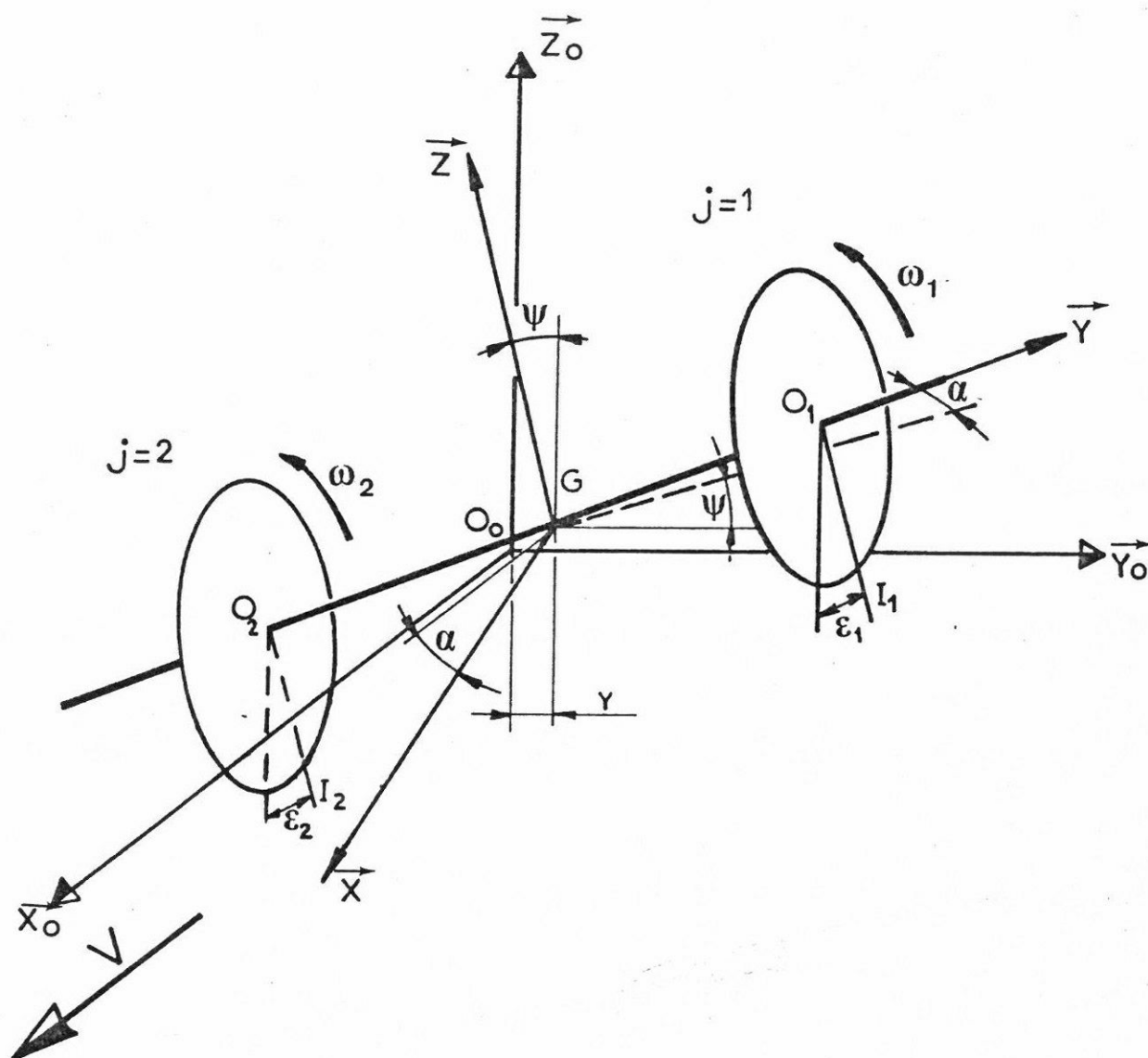
Un programme de calcul non linéaire itératif, permettant de déterminer les efforts de guidage roue-rail, à partir des forces intervenant dans l'équilibre du bogie dans la voie est en cours d'élaboration par M. R. JOLY.

A N N E X E 2

Calcul des vitesses de rotation
des roues

CIRCULATION EN ALIGNEMENT

Considérons le repère représenté ci-dessous :



Ce système (S) est constitué d'un axe ($O_1 O_2 = 2 e_0$) et de deux roues profilées identiques (S_1 et S_2) pouvant tourner librement autour de leur axe commun $O_1 O_2$.

Le trièdre de référence $O_0 \vec{x}_0 \vec{y}_0 \vec{z}_0$ est orthonormé direct, lié à la voie ; il peut être considéré comme galiléen ; l'axe $\vec{O}_0 \vec{z}_0$ est vertical ascendant. $G \vec{x} \vec{Y} \vec{Z}$ définit le trièdre mobile (orthonormé direct).

G : Centre d'inertie de l'essieu (et milieu de $O_1 O_2$) ; l'axe $G \vec{Y}$ est porté par $O_1 O_2$ (sens de O_2 vers O_1).

./.

On désigne par ω_1 et ω_2 les rotations propres des deux roues autour de leurs axes dans le repère \vec{Gxyz} ; les vecteurs rotations sont portés par \vec{Gy} .

Les angles α et ψ définissent la position du repère \vec{Gxyz} par rapport au repère fixe.

On suppose que les roues sont animées d'un mouvement de rotation pur (glissement nul) ; les points de contact roue-rail sont désignés par I_1 et I_2 .

On désigne par $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ les vecteurs unitaires des référentiels galiléen et mobile.

En considérant les points 0_1 et 0_2 comme des points liés à l'axe on peut écrire :

$$\begin{aligned}\vec{V}^o(0_1) &= \vec{V}^o(G) + \vec{\omega}_s^o \wedge \vec{G0_1} \\ \vec{V}^o(0_2) &= \vec{V}^o(G) + \vec{\omega}_s^o \wedge \vec{G0_2}\end{aligned}\quad (1)$$

avec $\vec{\omega}_s^o$: vecteur de rotation du trièdre mobile par rapport au trièdre fixe.

$$\vec{\omega}_s^o = \alpha' \vec{z}_0 + \psi' \vec{x} \quad (2)$$

Les vitesses des points I_1 et I_2 par rapport au repère fixe ont pour expressions :

$$\begin{aligned}\vec{V}^o(I_1) &= \vec{V}^o(0_1) + \vec{\omega}_{s_1}^o \wedge \vec{0_1 I_1} \\ \vec{V}^o(I_2) &= \vec{V}^o(0_2) + \vec{\omega}_{s_2}^o \wedge \vec{0_2 I_2}\end{aligned}\quad (3)$$

Si on a roulement sans glissement on a :

$$\vec{V}^o(I_1) = \vec{V}^o(I_2) = \emptyset$$

En remplaçant dans les relations (3) $\vec{V}^o(0_1)$ et $\vec{V}^o(0_2)$ par leurs expressions tirées de (1) on obtient :

$$\vec{V}^o(G) + \vec{\omega}_s^o \wedge \vec{G0_1} + \vec{\omega}_{s_1}^o \wedge \vec{0_1 I_1} = \emptyset \quad (4)$$

$$\vec{V}^o(G) + \vec{\omega}_s^o \wedge \vec{G0_2} + \vec{\omega}_{s_2}^o \wedge \vec{0_2 I_2} = \emptyset \quad (5)$$

./.

(1) L'indice (o) représente un repère solide de la voie.

En ajoutant et en retranchant les relations (4) et (5) on obtient :

$$2 \vec{V}^o(G) + \vec{\omega}_{s_1}^o \wedge \vec{0_1 I_1} + \vec{\omega}_{s_2}^o \wedge \vec{0_2 I_2} = \vec{0}$$

$$\text{ou} \\ \vec{V}^o(G) = -\frac{1}{2} \left\{ \vec{\omega}_{s_1}^o \wedge \vec{0_1 I_1} + \vec{\omega}_{s_2}^o \wedge \vec{0_2 I_2} \right\} \quad (6)$$

$$\vec{\omega}_s^o \wedge (\vec{G0_1} - \vec{G0_2}) + \vec{\omega}_{s_1}^o \wedge \vec{0_1 I_1} - \vec{\omega}_{s_2}^o \wedge \vec{0_2 I_2} = \vec{0} \quad (7)$$

De plus, on peut écrire que :

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{s_1}^o &= \vec{\omega}_s^o + \omega_1 \vec{y} \\ \vec{\omega}_{s_2}^o &= \vec{\omega}_s^o + \omega_2 \vec{y} \end{aligned} \quad (8)$$

D'après l'étude géométrique du contact rail-roue on a :

$$\vec{0_1 I_1} = -r_1 \varepsilon_1 \vec{x}_o + (r_1 \varepsilon_1 \alpha + r_1 \psi) \vec{y}_o - r_1 \vec{z}_o$$

$$\vec{0_2 I_2} = -r_2 \varepsilon_2 \vec{x}_o + (-r_2 \varepsilon_2 \alpha + r_2 \psi) \vec{y}_o - r_2 \vec{z}_o$$

$$\vec{G0_2} = e_o \alpha \vec{x}_o - (e_o + \frac{\gamma_e}{\gamma_o} y) \vec{y}_o - e_o \vec{z}_o$$

$$\vec{G0_1} = -e_o \alpha \vec{x}_o + (e_o - \frac{\gamma_e}{\gamma_o} y) \vec{y}_o + e_o \vec{z}_o$$

En remplaçant $\vec{\omega}_{s_1}^o$, $\vec{\omega}_{s_2}^o$, $\vec{0_1 I_1}$, $\vec{0_2 I_2}$, $\vec{G0_1}$, $\vec{G0_2}$ par leurs expressions dans les relations 7, on a en utilisant les matrices de passage linéarisées :

$$r_1 \omega_1 - r_2 \omega_2 = -2e_o \alpha' \quad (9)$$

$$r_1 \psi' - r_1 \alpha \omega_1 - r_2 \psi' + r_2 \alpha \omega_2 = 0 \quad (10)$$

$$r_1 \varepsilon_1 \omega_1 - r_2 \varepsilon_2 \omega_2 = 2e_o \psi' \quad (11)$$

D'autre part, la vitesse du centre d'inertie de l'essieu est :

$$\vec{V}^o(G) = (V + x') \vec{x}_o + y' \vec{y}_o + z' \vec{z}_o$$

A partir de (6) on a :

$$2(V + x') = r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2 \quad (12)$$

$$2y' = -r_1 \psi' + r_1 \alpha \omega_1 - r_2 \psi' + r_2 \alpha \omega_2 \quad (13)$$

$$2z' = -r_1 \varepsilon_1 \omega_1 - r_2 \varepsilon_2 \omega_2 \quad (14)$$

De (9) et (12) on tire :

$$r_1 \omega_1 = V + x' - e_o \alpha' \quad (15)$$

$$r_2 \omega_2 = V + x' + e_o \alpha' \quad (16)$$

De (10) et (13) on tire :

$$y' = -r_1 \psi' + r_1 \alpha \omega_1 = -r_2 \psi' + r_2 \alpha \omega_2 \quad (17)$$

De (11) et (14) on tire :

$$z' = e_o \psi' - r_1 \varepsilon_1 \omega_1 = -e_o \psi' - r_2 \varepsilon_2 \omega_2 \quad (18)$$

Des équations 15 et 16 on tire :

$$\omega_1 = \frac{V}{r_1} + \frac{x'}{r_1} - \frac{e_o \alpha'}{r_1} \quad (19)$$

$$\omega_2 = \frac{V}{r_2} + \frac{x'}{r_2} + \frac{e_o \alpha'}{r_2} \quad (20)$$

Un éventuel glissement sera noté ϕ_1^* pour la roue S_1 et ϕ_2^* pour la roue S_2 .

Dans ces conditions, les taux de rotation des deux roues auront pour expressions :

$$\omega_1 = \frac{V}{r_1} + \frac{x'}{r_1} - \frac{e_o \alpha'}{r_1} + \frac{r_o \phi_1^*}{r_1} \quad (21)$$

$$\omega_2 = \frac{V}{r_2} + \frac{x'}{r_2} + \frac{e_o \alpha'}{r_2} + \frac{r_o \phi_2^*}{r_2} \quad (22)$$

et les vitesses de glissement longitudinal au droit des deux roues seront égales à :

$$\vec{g}_1 \vec{x}_0 = V + x' - e_o \alpha' - r_1 \omega_1 + r_o \varphi_1^{*'}$$

$$\vec{g}_2 \vec{x}_0 = V + x' + e_o \alpha' - r_2 \omega_2 + r_o \varphi_2^{*'}$$

et les forces de pseudoglissement correspondantes auront pour expressions

$$- C_{11} \left(- \frac{r_o \varphi_1^{*'}}{V} \right)$$

$$- C_{11} \left(- \frac{r_o \varphi_2^{*'}}{V} \right)$$

En posant $V = r_o \omega_o$

r_o : rayon des roues de l'essieu centré dans la voie.

ω_o : vitesse de rotation des roues de l'essieu centré dans la voie,

$$\text{En considérant que } \frac{1}{1 \pm \frac{\gamma_e y}{r_o}} = 1 \mp \frac{\gamma_e y}{r_o}$$

et en négligeant des quantités du second ordre, on tire des équations 21 et 22 les expressions des taux de rotation des deux roues :

$$\omega_1 = \omega_o + \frac{x'}{r_o} - \frac{e_o \alpha'}{r_o} - \frac{\gamma_e V y}{r_o^2} + \varphi_1^{*'} \quad (23)$$

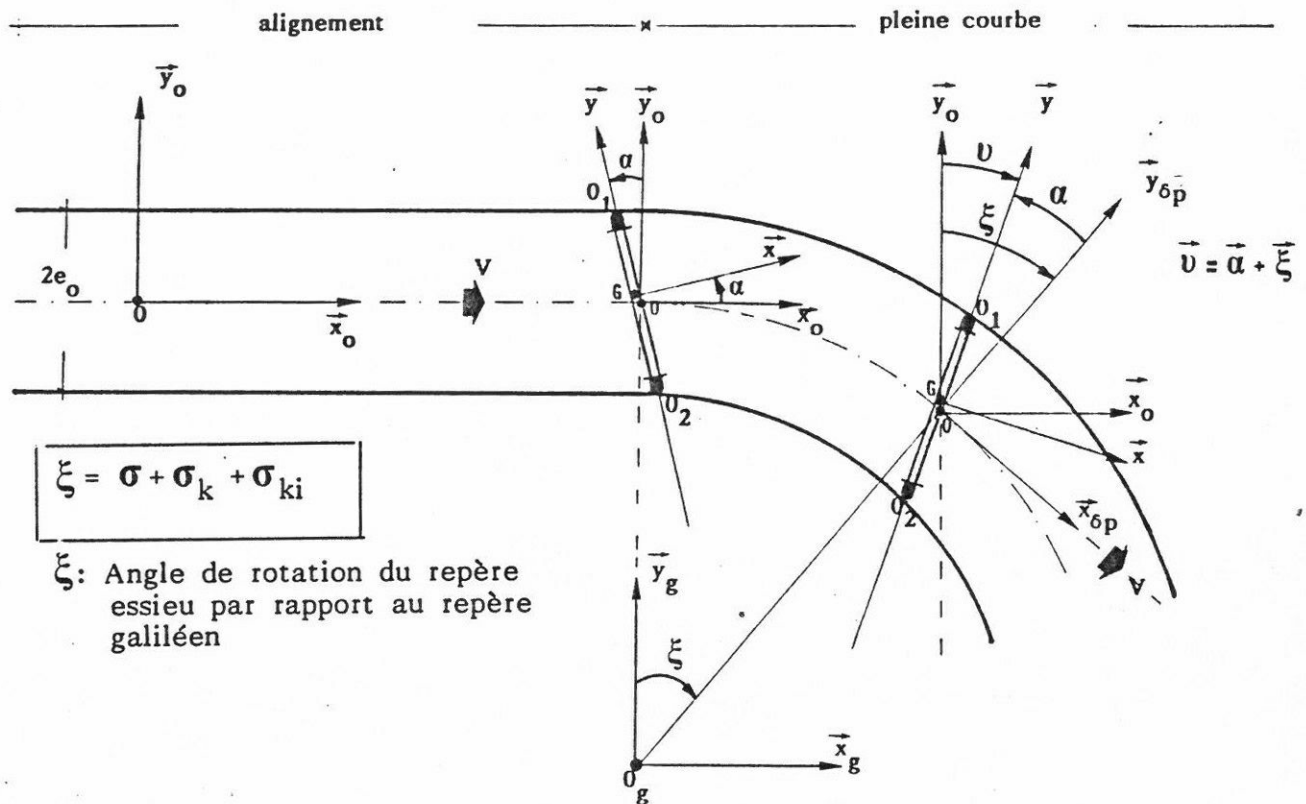
$$\omega_2 = \omega_o + \frac{x'}{r_o} + \frac{e_o \alpha'}{r_o} + \frac{V \gamma_e y}{r_o^2} + \varphi_2^{*'} \quad (24)$$

$$\frac{x'}{r_o} \mp \frac{e_o \alpha'}{r_o} \mp \frac{V \gamma_e y}{r_o^2} \quad \text{étant alors l'incrément en rotation lors d'un roulement sans glissement longitudinal en alignement}$$

A N N E X E 3

Calcul des vitesses de rotation
des roues

CIRCULATION EN COURBE



Le système (S) est constitué d'un axe ($0_1 0_2 = 2e_0$) et de deux roues profilées identiques (S_1 et S_2) pouvant tourner librement autour de leur axe commun $0_1 0_2$.

Le repère galiléen de référence $0_g \vec{x}_g \vec{y}_g \vec{z}_g$ lié à la voie en alignement est orthonormé et direct ($0_g \vec{x}_g$ orienté suivant la voie). Le repère

$G_0 \vec{x}_{\delta p} \vec{y}_{\delta p} \vec{z}_{\delta p}$ lié à l'essieu ($\vec{x}_0 = \vec{x}_{\delta p}$) n'est plus galiléen. Il a tourné d'un angle ξ autour de \vec{z}_g et d'un angle δp autour de \vec{x}_g (δp : angle de dévers) $G \vec{x} \vec{y} \vec{z}$ définit le repère mobile lié à l'essieu.

G : Centre d'inertie de l'essieu (et milieu de $0_1 0_2$)

l'axe $G\vec{y}$ est porté par $0_1 0_2$ (sens de 0_2 vers 0_1)

On désigne par ω_1 et ω_2 les rotations propres des deux roues autour de leurs axes dans le repère \vec{Gxyz} ; les vecteurs rotations sont portés par \vec{Gy} .

Les angles α et ψ définissent la position du repère \vec{Gxyz} par rapport au repère $G_{O_{\delta p}} \vec{x}_{\delta p} \vec{y}_{\delta p} \vec{z}_{\delta p}$

On suppose que les roues sont animées d'un mouvement de rotation pur (glissement nul) ; les points de contact roue-rail sont désignés par I_1 et I_2 .

On désigne par $\vec{x}_{\delta p}$, $\vec{y}_{\delta p}$, $\vec{z}_{\delta p}$, \vec{x} , \vec{y} , \vec{z} les vecteurs unitaires des référentiels

En considérant les points O_1 et O_2 comme des points liés à l'axe on peut écrire :

$$\begin{aligned}\vec{V}^g(O_1) &= \vec{V}^g(G) + \vec{\omega}_s^g \wedge \vec{GO}_1 \\ \vec{V}^g(O_2) &= \vec{V}^g(G) + \vec{\omega}_s^g \wedge \vec{GO}_2\end{aligned}\quad (1)$$

avec $\vec{\omega}_s^g$: vecteur de rotation du trièdre mobile par rapport au trièdre fixe.

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_s^g &= \psi' \vec{x}_{\delta p} + (\alpha' + \xi') \vec{z}_g \\ &= \psi' \vec{x}_{\delta p} + (\alpha' + \xi') \vec{z}_{\delta p}\end{aligned}\quad (2) \text{ avec } \vec{z}_g = \vec{z}_o = \delta p \vec{y}_{\delta p} + \vec{z}_{\delta p}$$

Les vitesses des points I_1 et I_2 par rapport au repère fixe ont pour expressions :

$$\begin{aligned}\vec{V}^g(I_1) &= \vec{V}^g(O_1) + \vec{\omega}_{s_1}^g \wedge \vec{O_1 I_1} \\ \vec{V}^g(I_2) &= \vec{V}^g(O_2) + \vec{\omega}_{s_2}^g \wedge \vec{O_2 I_2}\end{aligned}\quad (3)$$

Si on a roulement sans glissement on a :

$$\vec{V}^g(I_1) = \vec{V}^g(I_2) = \emptyset$$

En remplaçant dans les relations (3) $\vec{V}^g(O_1)$ et $\vec{V}^g(O_2)$ par leurs expressions tirées de (1) on obtient :

$$\vec{V}^g(G) + \vec{\omega}_s^g \wedge \vec{GO}_1 + \vec{\omega}_{s_1}^g \wedge \vec{O_1 I_1} = \emptyset \quad (4)$$

$$\vec{V}^g(G) + \vec{\omega}_s^g \wedge \vec{GO}_2 + \vec{\omega}_{s_2}^g \wedge \vec{O_2 I_2} = \emptyset \quad (5)$$

En ajoutant et en retranchant les relations (4) et (5) on obtient :

$$2 \vec{V}^g(G) + \vec{\omega}_{s_1}^g \wedge \vec{0_1 I_1} + \vec{\omega}_{s_2}^g \wedge \vec{0_2 I_2} = \vec{0}$$

$$\text{ou} \\ \vec{V}^g(G) = -\frac{1}{2} \left\{ \vec{\omega}_{s_1}^g \wedge \vec{0_1 I_1} + \vec{\omega}_{s_2}^g \wedge \vec{0_2 I_2} \right\} \quad (6)$$

$$\vec{\omega}_s^g \wedge (G0_1 - G0_2) + \vec{\omega}_{s_1}^g \wedge \vec{0_1 I_1} - \vec{\omega}_{s_2}^g \wedge \vec{0_2 I_2} = \vec{0} \quad (7)$$

De plus, on peut écrire que :

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{s_1}^g &= \vec{\omega}_s^g + \omega_1 \vec{y}_{\delta p} + \omega_1 \psi \vec{z}_{\delta p} - \alpha \omega_1 \vec{x}_{\delta p} \\ \vec{\omega}_{s_2}^g &= \vec{\omega}_s^g + \omega_2 \vec{y}_{\delta p} - \alpha \omega_2 \vec{x}_{\delta p} + \omega_2 \psi \vec{z}_{\delta p} \end{aligned} \quad (8)$$

D'après l'étude géométrique du contact rail-roue on a :

$$\begin{aligned} \vec{0_1 I_1} &= -r_1 \varepsilon_1 \vec{x}_{\delta p} + (r_1 \varepsilon_1 \alpha + r_1 \psi) \vec{y}_{\delta p} - r_1 \vec{z}_{\delta p} \\ \vec{0_2 I_2} &= -r_2 \varepsilon_2 \vec{x}_{\delta p} + (-r_2 \varepsilon_2 \alpha + r_2 \psi) \vec{y}_{\delta p} - r_2 \vec{z}_{\delta p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G0_2 &= e_o \alpha \vec{x}_{\delta p} - \left(e_o + \frac{\gamma_e}{\gamma_o} y\right) \vec{y}_{\delta p} - e_o \vec{z}_{\delta p} \\ G0_1 &= -e_o \alpha \vec{x}_{\delta p} + \left(e_o - \frac{\gamma_e}{\gamma_o} y\right) \vec{y}_{\delta p} + e_o \vec{z}_{\delta p} \end{aligned}$$

En remplaçant $\vec{\omega}_{s_1}$, $\vec{\omega}_{s_2}$, $\vec{0_1 I_1}$, $\vec{0_2 I_2}$, $G0_1$, $G0_2$ par leurs expressions dans les relations 7, on a en utilisant les matrices de passage linéarisées :

$$r_1 \omega_1 - r_2 \omega_2 = -2e_o \alpha' - 2e_o \xi' \quad (9)$$

$$r_1 \psi' - r_1 \alpha \omega_1 - r_2 \psi' + r_2 \alpha \omega_2 = 0 \quad (10)$$

$$r_1 \varepsilon_1 \omega_1 - r_2 \varepsilon_2 \omega_2 = -2e_o \psi' \quad (11)$$

D'autre part, la vitesse du centre d'inertie de l'essieu est :

$$\vec{V}^g(G) = (V + x') \vec{x}_{\delta p} + y' \vec{y}_{\delta p} + z' \vec{z}_{\delta p}$$

A partir de (6) on a :

$$2(V + x') = r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2 \quad (12)$$

$$2y' = -r_1 \psi' + r_1 \alpha \omega_1 - r_2 \psi' + r_2 \alpha \omega_2 \quad (13)$$

$$2z' = -r_1 \varepsilon_1 \omega_1 - r_2 \varepsilon_2 \omega_2 \quad (14)$$

De (9) et (12) on tire :

$$r_1 \omega_1 = V + x' - e_o \alpha' - e_o \xi' \quad (15)$$

$$r_2 \omega_2 = V + x' + e_o \alpha' + e_o \xi' \quad (16)$$

De (10) et (13) on tire :

$$y' = -r_1 \psi' + r_1 \alpha \omega_1 = -r_2 \psi' + r_2 \alpha \omega_2 \quad (17)$$

De (11) et (14) on tire :

$$z' = e_o \psi' - r_1 \varepsilon_1 \omega_1 = -e_o \psi' - r_2 \varepsilon_2 \omega_2 \quad (18)$$

Des équations 15 et 16 on tire :

$$\omega_1 = \frac{V}{r_1} + \frac{x'}{r_1} - \frac{e_o \alpha'}{r_1} - \frac{e_o \xi'}{r_1} \quad (19)$$

$$\omega_2 = \frac{V}{r_2} + \frac{x'}{r_2} + \frac{e_o \alpha'}{r_2} + \frac{e_o \xi'}{r_2} \quad (20)$$

Un éventuel glissement sera noté φ_1^* pour la roue S_1 et φ_2^* pour la roue S_2 .

Dans ces conditions les relations 15, 16 et 19, 20 deviennent :

$$r_1 \omega_1 = V + x' - e_o \alpha' - e_o \xi' + r_o \varphi_1^* \quad (21)$$

$$r_2 \omega_2 = V + x' + e_o \alpha' + e_o \xi' + r_o \varphi_2^* \quad (22)$$

$$\omega_1 = \frac{V}{r_1} + \frac{x'}{r_1} - \frac{e_o \alpha'}{r_1} + \frac{r_o \varphi_1^{*'}}{r_1} - \frac{e_o \xi'}{r_1} \quad (23)$$

$$\omega_2 = \frac{V}{r_2} + \frac{x'}{r_2} + \frac{e_o \alpha'}{r_2} + \frac{r_o \varphi_2^{*'}}{r_2} + \frac{e_o \xi'}{r_2} \quad (24)$$

$$\text{avec } \xi' = -\frac{V}{R_c}$$

En posant $V = r_o \omega_o$

r_o : rayon des roues de l'essieu centré dans la voie.

ω_o : vitesse de rotation des roues de l'essieu centré dans la voie,

$$\text{En considérant que } \frac{1}{1 \pm \frac{\gamma_e y}{r_o}} \approx 1 \mp \frac{\gamma_e y}{r_o}$$

et en négligeant des quantités du second ordre, on tire des équations 23 et 24 les expressions des taux de rotation des deux roues :

$$\omega_1 = \omega_o + \frac{x'}{r_o} - \frac{e_o \alpha'}{r_o} - \frac{\gamma_e V y}{r_o^2} + \varphi_1^{*'} - \frac{e_o \xi'}{r_o} \quad (25)$$

$$\omega_2 = \omega_o + \frac{x'}{r_o} + \frac{e_o \alpha'}{r_o} + \frac{V \gamma_e y}{r_o^2} + \varphi_2^{*'} + \frac{e_o \xi'}{r_o} \quad (26)$$

$$\frac{x'}{r_o} \mp \frac{e_o \alpha'}{r_o} \mp \frac{\gamma_e y V}{r_o^2} \mp \frac{e_o \xi'}{r_o}$$

étant alors l'incrément en rotation lors d'un roulement sans glissement longitudinal en courbe de faible rayon.

A N N E X E 4

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

Modélisation du comportement dynamique

d'un véhicule ferroviaire

ESSIEUX CONVENTIONNELS ($K_s = 0$, $K_b = 0$)

Véhicule complet

Forces de pseudoglisement linéaires

SYSTEME 17 X 17

\bar{Y}	$\bar{\Theta}$	\bar{a}	Y_1	Y_2	Θ_1	Θ_2	a_1	a_2	Y_{11}	Y_{12}	Y_{11}	Y_{22}	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}
$\cdot \bar{M} p^1$ $\cdot 2 \bar{C}, p$ $\cdot 4 \bar{k},$	$\cdot \bar{M} \bar{h}_0, p^1$ $\cdot 2 \bar{C}, \bar{h}_1, p$ $\cdot 4 \bar{k}, \bar{h}_1,$	$\bar{M} \bar{a}_0, p^1$	$\cdot \bar{C}, p$ $\cdot 2 \bar{k},$	$\cdot \bar{C}, p$ $\cdot 2 \bar{k},$	$\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot 2 \bar{k}, H$	$\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot 2 \bar{k}, H$										
$\cdot \bar{M} \bar{h}_0, p^2$ $\cdot 2 \bar{C}, \bar{h}_1, p$ $\cdot 4 \bar{k}, \bar{h}_1,$	$\cdot M(\bar{Q}_1^2 + \bar{h}_0^2) p^2$ $\cdot (4 \bar{C}, \bar{d}^2 + 2 \bar{C}, \bar{h}_1^2) p$ $\cdot (4 \bar{k}, \bar{d}^2 + 4 \bar{k}, \bar{h}_1^2 - M g \bar{h}_0)$	$\cdot (\bar{M} \bar{a}_0, \bar{h}_0, E) p^1$	$\cdot \bar{C}, \bar{h}_1, p$ $\cdot 2 \bar{k}, \bar{h}_1,$	$\cdot \bar{C}, \bar{h}_1, p$ $\cdot 2 \bar{k}, \bar{h}_1,$	$\cdot (2 \bar{C}, \bar{d}^2 + \bar{C}, H, \bar{h}_1) p$ $\cdot (2 \bar{k}, \bar{d}^2 + 2 \bar{k}, H, \bar{h}_1)$	$\cdot (2 \bar{C}, \bar{d}^2 + \bar{C}, H, \bar{h}_1) p$ $\cdot (2 \bar{k}, \bar{d}^2 + 2 \bar{k}, H, \bar{h}_1)$										
$\bar{M} \bar{a}_0, p^1$	$\cdot (\bar{M} \bar{a}_0, \bar{h}_0, E) p^2$	$\bar{M}(\bar{Q}_1^2 + \bar{a}_0^2) p^2 + (2 \bar{C}, \bar{d}^2 + 2 \bar{C}, \bar{A}^2) p$ $4 \bar{k}, \bar{d}^2 + 4 \bar{k}, \bar{A}^2$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} p - 2 \bar{k}, \bar{A}$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} p + 2 \bar{k}, \bar{A}$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} H, p + 2 \bar{k}, \bar{A} H$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} H, p - 2 \bar{k}, \bar{A} H$	$\cdot \bar{C}, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 \bar{k}, \bar{d}^2$	$\cdot \bar{C}, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 \bar{k}, \bar{d}^2$								
$\cdot \bar{C}, p$ $\cdot 2 \bar{k},$	$\cdot \bar{C}, \bar{h}_1, p$ $\cdot 2 \bar{k}, \bar{h}_1,$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} p - 2 \bar{k}, \bar{A}$	$\cdot M p^2$ $\cdot (\bar{C}, + 4 C,) p$ $\cdot (2 \bar{k}, + 4 k,)$		$\cdot M h_0, p^2$ $\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot (2 \bar{k}, H + 4 k, h_1)$				$\cdot 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma)$	$\cdot 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma)$						
$\cdot \bar{C}, p$ $\cdot 2 \bar{k},$	$\cdot \bar{C}, \bar{h}_1, p$ $\cdot 2 \bar{k}, \bar{h}_1,$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} p + 2 \bar{k}, \bar{A}$	$\cdot M p^2$ $\cdot (\bar{C}, + 4 C,) p$ $\cdot (2 \bar{k}, + 4 k,)$		$\cdot M h_0, p^2$ $\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot (2 \bar{k}, H + 4 k, h_1)$						$\cdot 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma)$	$\cdot 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma)$				
$\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot 2 \bar{k}, H$	$\cdot (2 \bar{C}, \bar{d}^2 + \bar{C}, H, \bar{h}_1) p$ $\cdot (2 \bar{k}, \bar{d}^2 + 2 \bar{k}, H, \bar{h}_1)$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} H, p + 2 \bar{k}, \bar{A} H$	$\cdot M h_0, p^2$ $\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot (2 \bar{k}, H + 4 k, h_1)$		$\cdot M(\bar{Q}_1^2 + \bar{h}_0^2) p^2 + (\bar{C}, H^2 + 2 \bar{C}, \bar{d}^2 + 4 C, \bar{d}^2) p + (2 \bar{k}, H^2 + 2 \bar{k}, \bar{d}^2 + 4 k, h_1^2 + 4 k, \bar{d}^2 - M g h_0)$				$\cdot 2 C, \bar{d}^2 \Gamma p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2 \Gamma$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma) h_1$	$\cdot 2 C, \bar{d}^2 \Gamma p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2 \Gamma$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma) h_1$						
$\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot 2 \bar{k}, H$	$\cdot (2 \bar{C}, \bar{d}^2 + \bar{C}, H, \bar{h}_1) p$ $\cdot (2 \bar{k}, \bar{d}^2 + 2 \bar{k}, H, \bar{h}_1)$	$\cdot \bar{C}, \bar{A} H, p - 2 \bar{k}, \bar{A} H$		$\cdot M h_0, p^2$ $\cdot \bar{C}, H, p$ $\cdot (2 \bar{k}, H + 4 k, h_1)$	$\cdot M(\bar{Q}_1^2 + \bar{h}_0^2) p^2 + (\bar{C}, H^2 + 2 \bar{C}, \bar{d}^2 + 4 C, \bar{d}^2) p + (2 \bar{k}, H^2 + 2 \bar{k}, \bar{d}^2 + 4 k, h_1^2 + 4 k, \bar{d}^2 - M g h_0)$						$\cdot 2 C, \bar{d}^2 \Gamma p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2 \Gamma$ $\cdot 2 k, h_1 (1 - \Gamma)$	$\cdot 2 C, \bar{d}^2 \Gamma p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2 \Gamma$ $\cdot 2 k, h_1 (1 - \Gamma)$				
		$\cdot \bar{C}, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$					$\cdot M \bar{Q}_1^2 p^2 + (4 C, \bar{d}^2 + 4 C, \bar{a}^2) p + 4 k, \bar{d}^2 + 4 k, \bar{a}^2 + 2 \bar{k}, \bar{d}^2$		$\cdot 2 C, \bar{a} [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, \bar{a} (1 - \Gamma)$	$\cdot 2 C, \bar{a} [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, \bar{a} (1 - \Gamma)$			$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$	$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$		
		$\cdot \bar{C}, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 \bar{k}, \bar{d}^2$						$\cdot M \bar{Q}_1^2 p^2 + (4 C, \bar{d}^2 + 4 C, \bar{a}^2) p + 4 k, \bar{d}^2 + 4 k, \bar{a}^2 + 2 \bar{k}, \bar{d}^2$			$\cdot 2 C, \bar{a} [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, \bar{a} (1 - \Gamma)$	$\cdot 2 C, \bar{a} [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, \bar{a} (1 - \Gamma)$			$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$	$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$
			$\cdot 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma)$		$\cdot 2 C, \bar{d}^2 \Gamma p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2 \Gamma$ $\cdot 2 k, h_1 (1 - \Gamma)$		$\cdot 2 C, \bar{a} [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, \bar{a} (1 - \Gamma)$		$\cdot (m \cdot m) p^2 + 2 C, \bar{d}^2 \Gamma^2 + 2 C, \bar{a} \cdot \frac{\bar{Y}_0}{\bar{v}} + 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p + [(ch) g \zeta - 2 \chi c_{22} \frac{\bar{Y}_0}{\bar{v}} + 2 k, (1 - \Gamma)^2 + 2 k, \bar{d}^2 \Gamma^2]$		$\cdot (-2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} + m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot (2 c_{11} \frac{\bar{e}_0 \bar{Y}_0}{\bar{r}_0} - 2 c_{33} \frac{\bar{Y}_0}{\bar{r}_0})$					
			$\cdot 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma)$		$\cdot 2 C, \bar{d}^2 \Gamma p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2 \Gamma$ $\cdot 2 k, h_1 (1 - \Gamma)$		$\cdot 2 C, \bar{a} [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, \bar{a} (1 - \Gamma)$		$\cdot (m \cdot m) p^2 + 2 C, \bar{d}^2 \Gamma^2 + 2 C, \bar{a} \cdot \frac{\bar{Y}_0}{\bar{v}} + 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p + [(ch) g \zeta - 2 \chi c_{22} \frac{\bar{Y}_0}{\bar{v}} + 2 k, (1 - \Gamma)^2 + 2 k, \bar{d}^2 \Gamma^2]$		$\cdot (-2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} + m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot (2 c_{11} \frac{\bar{e}_0 \bar{Y}_0}{\bar{r}_0} - 2 c_{33} \frac{\bar{Y}_0}{\bar{r}_0})$					
			$\cdot 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, (1 - \Gamma)$		$\cdot 2 C, \bar{d}^2 \Gamma p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2 \Gamma$ $\cdot 2 k, h_1 (1 - \Gamma)$		$\cdot 2 C, \bar{a} [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $\cdot 2 k, \bar{a} (1 - \Gamma)$		$\cdot (m \cdot m) p^2 + 2 C, \bar{d}^2 \Gamma^2 + 2 C, \bar{a} \cdot \frac{\bar{Y}_0}{\bar{v}} + 2 C, [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p + [(ch) g \zeta - 2 \chi c_{22} \frac{\bar{Y}_0}{\bar{v}} + 2 k, (1 - \Gamma)^2 + 2 k, \bar{d}^2 \Gamma^2]$		$\cdot (-2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} + m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot (2 c_{11} \frac{\bar{e}_0 \bar{Y}_0}{\bar{r}_0} - 2 c_{33} \frac{\bar{Y}_0}{\bar{r}_0})$					
							$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$		$\cdot (2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} - m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot 2 \chi c_{22}$		$\cdot (m p^2 + \bar{m} \bar{d}^2) p^2 + (2 C, \bar{d}^2 + 2 c_{11} \frac{\bar{e}_0^2}{\bar{v}} + 2 \frac{C_{22}}{\bar{v}}) p + [2 k, \bar{d}^2 + 2 c_{22} - (ch) g \gamma_0 \bar{e}_0]$					
							$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$		$\cdot (2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} - m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot 2 \chi c_{22}$		$\cdot (m p^2 + \bar{m} \bar{d}^2) p^2 + (2 C, \bar{d}^2 + 2 c_{11} \frac{\bar{e}_0^2}{\bar{v}} + 2 \frac{C_{22}}{\bar{v}}) p + [2 k, \bar{d}^2 + 2 c_{22} - (ch) g \gamma_0 \bar{e}_0]$					
								$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$		$\cdot (2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} - m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot 2 \chi c_{22}$		$\cdot (m p^2 + \bar{m} \bar{d}^2) p^2 + (2 C, \bar{d}^2 + 2 c_{11} \frac{\bar{e}_0^2}{\bar{v}} + 2 \frac{C_{22}}{\bar{v}}) p + [2 k, \bar{d}^2 + 2 c_{22} - (ch) g \gamma_0 \bar{e}_0]$				
							$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$				$\cdot (2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} - m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot 2 \chi c_{22}$		$\cdot (m p^2 + \bar{m} \bar{d}^2) p^2 + (2 C, \bar{d}^2 + 2 c_{11} \frac{\bar{e}_0^2}{\bar{v}} + 2 \frac{C_{22}}{\bar{v}}) p + [2 k, \bar{d}^2 + 2 c_{22} - (ch) g \gamma_0 \bar{e}_0]$			
							$\cdot 2 C, \bar{d}^2 p$ $\cdot 2 k, \bar{d}^2$				$\cdot (2 \chi \frac{C_{22}}{\bar{v}} - m p^2 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{e}_0 \cdot \bar{r}_0 \bar{Y}_0} \cdot \frac{\bar{v}}{\bar{r}_0}) p$ $\cdot 2 \chi c_{22}$		$\cdot (m p^2 + \bar{m} \bar{d}^2) p^2 + (2 C, \bar{d}^2 + 2 c_{11} \frac{\bar{e}_0^2}{\bar{v}} + 2 \frac{C_{22}}{\bar{v}}) p + [2 k, \bar{d}^2 + 2 c_{22} - (ch) g \gamma_0 \bar{e}_0]$			

A N N E X E 5

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

Modélisation du comportement dynamique
d'un véhicule ferroviaireESSIEUX CONVENTIONNELS ($K_s = 0$, $K_b = 0$)ESSIEUX AUTO-ORIENTES ($K_s \neq 0$, $K_b \neq 0$)Véhicule complet - bogie avant
Forces de pseudoglisement linéairesSYSTEME 9X9

Y_1	Θ	Y_1	Θ_1	α_1	Y_{11}	Y_{12}	α_{11}	α_{12}
$+\frac{\bar{M}}{2}p^2$ $+\bar{c}_y p$ $+2\bar{k}_y$	$-\frac{\bar{M}}{2}\bar{h}_0 p^2$ $-\bar{c}_y \bar{h}_2 p$ $-2\bar{k}_y \bar{h}_1$	$-\bar{c}_y p$ $-2\bar{k}_y$	$+\bar{c}_y H_1 p$ $+2\bar{k}_y H$					
$-\frac{\bar{M}}{2}\bar{h}_0 p^2$ $-\bar{c}_y \bar{h}_2 p$ $-2\bar{k}_y \bar{h}_1$	$+\frac{\bar{M}}{2}(\bar{d}_x^2 + \bar{h}_0^2)p^2 +$ $(2\bar{c}_y \bar{d}^2 + \bar{c}_y \bar{h}_2^2)p +$ $(2\bar{k}_y \bar{d}^2 + 2\bar{k}_y \bar{h}_1^2 -$ $-\frac{\bar{M}}{2}g\bar{h}_0)$	$+\bar{c}_y \bar{h}_2 p$ $+2\bar{k}_y \bar{h}_1$	$-(2\bar{c}_y \bar{d}^2 +$ $\bar{c}_y H_1 \bar{h}_2)p$ $-(2\bar{k}_y \bar{d}^2 +$ $2\bar{k}_y H \bar{h}_1)$					
$-\bar{c}_y p$ $-2\bar{k}_y$	$+\bar{c}_y \bar{h}_2 p$ $+2\bar{k}_y \bar{h}_1$	$+mp^2$ $+(\bar{c}_y + 4c_y)p$ $+(2\bar{k}_y + 4k_y)$	$-mh_0 p^2$ $-\bar{c}_y H_1 p$ $-(2\bar{k}_y H + 4k_y h_1)$		$-2c_y[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $-2k_y(1-\Gamma)$	$-2c_y[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $-2k_y(1-\Gamma)$		
$+\bar{c}_y H_1 p$ $+2\bar{k}_y H$	$-(2\bar{c}_y \bar{d}^2 +$ $\bar{c}_y H_1 \bar{h}_2)p$ $-(2\bar{k}_y \bar{d}^2 +$ $2\bar{k}_y H \bar{h}_1)$	$-mh_0 p^2$ $-\bar{c}_y H_1 p$ $-(2\bar{k}_y H + 4k_y h_1)$	$+M(\bar{d}_x^2 + \bar{h}_0^2)p^2 +$ $(\bar{c}_y H_1^2 + 2\bar{c}_y \bar{d}^2 +$ $4c_y d^2)p + (2\bar{k}_y H^2 +$ $2\bar{k}_y \bar{d}^2 + 4k_y h_1^2 +$ $4k_y d^2 - mg h_0)$		$-2c_y d^2 \Gamma p$ $-2k_y d^2 \Gamma$ $+2k_y h_1(1-\Gamma)$	$-2c_y d^2 \Gamma p$ $-2k_y d^2 \Gamma$ $+2k_y h_1(1-\Gamma)$		
				$+M\bar{d}_x^2 p^2 +$ $(4c_y d^2 + 4c_y a^2)p +$ $(4k_y d^2 + 4k_y a^2 +$ $2\bar{k}_y \bar{d}^2 + 2\bar{k}_y \bar{b}_0^2)$	$-2c_y a[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $-2k_y a(1-\Gamma)$	$+2c_y a[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $+2k_y a(1-\Gamma)$	$-2c_y d^2 p$ $-2k_y d^2$	$-2c_y d^2 p$ $-2k_y d^2$
		$-2c_y[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $-2k_y(1-\Gamma)$	$-2c_y d^2 \Gamma p$ $-2k_y d^2 \Gamma$ $+2k_y(1-\Gamma)h_1$	$-2c_y a[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $-2k_y a(1-\Gamma)$	$(m+\hat{m})p^2 + 2c_y d^2 \Gamma^2$ $+2c_{22}\frac{\chi^2}{V} + 2c_y[1-(h_1$ $+1)\Gamma]^2 p + [(ch)g\zeta -$ $2\chi c_{23}\frac{\gamma_e}{R_2} + 2k_y(1-\Gamma)^2$ $+2k_y d^2 \Gamma^2] + k_s$	$-k_s$	$(2\chi\frac{C_{23}}{V} -$ $mp_y^2 \frac{\gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \cdot \frac{v}{r_0})p$ $-2\chi c_{22} - a k_s$	$-a k_s$
		$-2c_y[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $-2k_y(1-\Gamma)$	$-2c_y d^2 \Gamma p$ $-2k_y d^2 \Gamma$ $+2k_y h_1(1-\Gamma)$	$+2c_y a[1-(h_1+1)\Gamma]p$ $+2k_y a(1-\Gamma)$	$-k_s$	$(m+\hat{m})p^2 + 2c_y d^2 \Gamma^2$ $+2c_{22}\frac{\chi^2}{V} + 2c_y[1-(h_1$ $+1)\Gamma]^2 p + [(ch)g\zeta -$ $2\chi c_{23}\frac{\gamma_e}{R_2} + 2k_y(1-\Gamma)^2$ $+2k_y d^2 \Gamma^2] + k_s$	$+a k_s$	$(2\chi\frac{C_{23}}{V} -$ $mp_y^2 \frac{\gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \cdot \frac{v}{r_0})p$ $-2\chi c_{22} + a k_s$
				$-2c_y d^2 p$ $-2k_y d^2$	$(-2\chi\frac{C_{23}}{V} +$ $mp_y^2 \frac{\gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \cdot \frac{v}{r_0})p$ $+ (2c_{11}\frac{e_0 \gamma_e}{r_0} - 2c_{33}\frac{\gamma_e}{R_2})$ $- a k_s$	$+a k_s$	$(mp_y^2 + \hat{m}d^2)p^2 +$ $(2c_y d^2 + 2c_{11}\frac{e_0^2}{V} +$ $2\frac{C_{33}}{V})p + [2k_y d^2 +$ $2c_{23} - (ch)g\gamma_0 \varepsilon_0]$ $+ a^2 k_s + k_b$	$+a^2 k_s$ $-k_b$
				$-2c_y d^2 p$ $-2k_y d^2$	$-a k_s$	$(-2\chi\frac{C_{23}}{V} +$ $mp_y^2 \frac{\gamma_0}{e_0 - r_0 \gamma_0} \cdot \frac{v}{r_0})p$ $+ (2c_{11}\frac{e_0 \gamma_e}{r_0} - 2c_{33}\frac{\gamma_e}{R_2})$ $+ a k_s$	$+a^2 k_s$ $-k_b$	$(mp_y^2 + \hat{m}d^2)p^2 +$ $(2c_y d^2 + 2c_{11}\frac{e_0^2}{V} +$ $2\frac{C_{33}}{V})p + [2k_y d^2 +$ $2c_{23} - (ch)g\gamma_0 \varepsilon_0]$ $+ a^2 k_s + k_b$

×

=

\bar{Y}_1	
$\bar{\Theta}$	
Y_1	
Θ_1	
α_1	
Y_{11}	
Y_{12}	
α_{11}	
α_{12}	

A N N E X E 6

Equivalence entre un système mécanique, composé de deux essieux reliés élastiquement par deux ressorts, et un bogie de conception classique (essieux reliés élastiquement à un châssis de bogie).

A partir du système différentiel (9 x 9) (annexe 5) on peut montrer l'équivalence existant entre ces deux technologies. Pour cela, on suppose que le châssis de bogie a une masse négligeable ; Il n'intervient que pour la fixation des ressorts, en fournissant uniquement les contraintes de liaison entre les essieux (fig. 1).

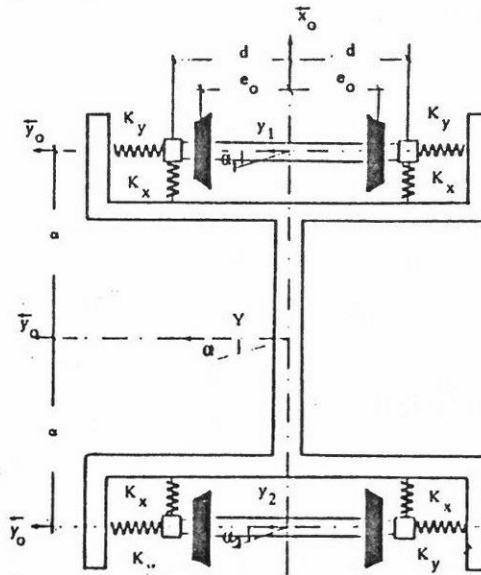


Fig. 1 : Bogie à essieux conventionnels

On obtient les relations ci-après :

Equation en Y (1)

$$4K_y Y - 2K_y y_1 - 2K_y y_2 = 0$$

Equation en α (2)

$$(4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x) \alpha - 2\alpha K_y y_1 + 2\alpha K_y y_2 + 2d^2 K_x \alpha_1 - 2d^2 K_x \alpha_2 = 0$$

Equation en y_1

$$(m + \hat{m}) y_1'' + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} y_1' + \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2C_{23} \frac{\chi \gamma_e}{R \gamma_o r_o} + 2K_y \right] y_1 - 2K_y Y - 2\alpha K_y \alpha - \left(m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \cdot \frac{V}{r_o} \right) \alpha_1' - 2\chi C_{22} \alpha_1 = 0$$

Equation en y_2

$$(m + \hat{m}) y_2'' + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} y_2' + \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2C_{23} \frac{\chi \gamma_e}{R \gamma_o r_o} + 2K_y \right] y_2 - 2K_y Y + 2\alpha K_y \alpha - 2\chi C_{22} \alpha_2 - \left(m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \cdot \frac{V}{r_o} \right) \alpha_2' = 0$$

./.

Equation en α_1

$$\begin{aligned}
& (m \rho_z^2 + \hat{m} d^2) \alpha_1'' + (2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + 2 \frac{C_{33}}{V}) \alpha_1' + [2d^2 K_x + 2C_{23} - \\
& - (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m}) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_1 - 2d^2 K_x \alpha + (m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \frac{V}{r_o}) y_1' + \\
& (2C_{11} \frac{e_o \gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o}) y_1 = 0
\end{aligned}$$

Equation en α_2

$$\begin{aligned}
& (m \rho_z^2 + \hat{m} d^2) \alpha_2'' + (2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + 2 \frac{C_{33}}{V}) \alpha_2' + [2d^2 K_x + 2C_{23} - \\
& - (\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m}) g \gamma_o \varepsilon_o] \alpha_2 - 2d^2 K_x \alpha + (m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \frac{V}{r_o}) y_2' - \\
& - (2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} - 2C_{11} \frac{e_o \gamma_e}{r_o}) y_2 = 0
\end{aligned}$$

De l'équation (1) on tire :

$$Y = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (3)$$

Et de l'équation (2) on peut déduire :

$$\alpha = \frac{2\alpha K_y y_1 - 2\alpha K_y y_2 + 2 d^2 K_x \alpha_1 + 2d^2 K_x \alpha_2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \quad (4)$$

En introduisant (3) et (4) dans les équations précédentes on a :

Equation en y_1 (5)

$$\begin{aligned}
& (m + \hat{m}) y_1'' + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} y_1' + [(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m}) g \zeta - \\
& - 2C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} + K_y - \frac{4\alpha^2 K_y^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x}] y_1 + (-K_y + \\
& \frac{4\alpha^2 K_y^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x}) y_2 - (2\chi C_{22} + \frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x}) \alpha_1 \\
& - (m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \frac{V}{r_o}) \alpha_1' - (\frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x}) \alpha_2 = 0
\end{aligned}$$

./.

Equation en y_2

(6)

$$\begin{aligned}
 (m + \hat{m}) y_2'' + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V} y_2' + \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \zeta - 2C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} + K_y - \right. \\
 \left. - \frac{4\alpha^2 K_y^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right] y_2 + \left(\frac{4\alpha^2 K_y^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} - K_y \right) y_1 - \\
 - \left(m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \frac{V}{r_o} \right) a_2' + \left(-2\chi C_{22} + \frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right) a_2 + \left(-\frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right) a_1 = 0
 \end{aligned}$$

Equation en a_1

(7)

$$\begin{aligned}
 (m \rho_z^2 + \hat{m} d^2) a_1'' + \left(2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + 2 \frac{C_{33}}{V} \right) a_1' + \left[2K_x d^2 + 2C_{23} - \right. \\
 \left. - \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \gamma_o \varepsilon_o - \frac{4(d^2 K_x)^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right] a_1 + \left(m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \frac{V}{r_o} \right) y_1' \\
 + \left(2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} - \frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right) y_1 - \left[\frac{4(d^2 K_x)^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right] a_2 \\
 + \left(\frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right) y_2 = 0
 \end{aligned}$$

Equation en a_2

(8)

$$\begin{aligned}
 (m \rho_z^2 + \hat{m} d^2) a_2'' + \left(2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + \frac{2C_{33}}{V} \right) a_2' + \left[2K_x d^2 + 2C_{23} - \right. \\
 \left. \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \gamma_o \varepsilon_o - \frac{4(d^2 K_x)^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right] a_2 + \left(m \rho_y^2 \frac{\gamma_o}{e_o - r_o \gamma_o} \frac{V}{r_o} \right) y_2' \\
 + \left(2C_{11} e_o \frac{\gamma_e}{r_o} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} - \frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right) y_2 + \left(\frac{4\alpha d^2 K_x K_y}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right) y_1 - \\
 - \left[\frac{4(d^2 K_x)^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x} \right] a_1 = 0
 \end{aligned}$$

Considérons le système ci-dessous (fig. 2). Il est constitué de deux essieux reliés directement par deux ressorts K_s , K_b ,

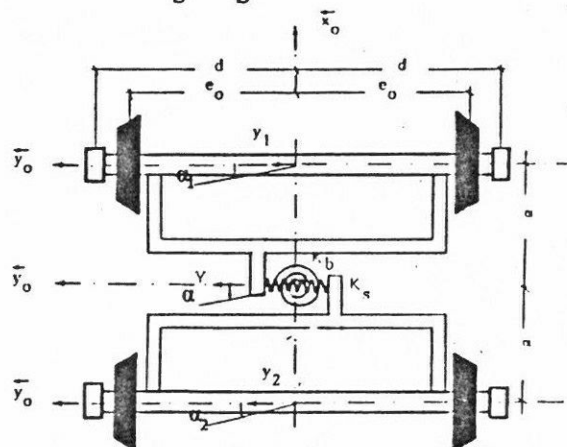


Fig. 2

K_s : raideur de translation entre essieux (N/m)

K_b : raideur angulaire entre essieux (N.m)

./.

L'allongement relatif entre les deux points A et B des deux essieux est :

$$[(y_1 - \alpha a_1) - (y_2 + \alpha a_2)] \bar{y}_0$$

La fonction de forces correspondant aux deux ressorts : K_s et K_b est :

$$\frac{1}{2} [K_s (y_1 - y_2 - \alpha a_1 - \alpha a_2)^2 + K_b (a_1 - a_2)^2]$$

On peut déduire les relations donnant l'équilibre des deux essieux :

Equation en y_1 (9)

$$K_s y_1 - K_s y_2 - \alpha K_s a_1 - \alpha K_s a_2 = 0$$

Equation en y_2 (10)

$$K_s y_2 - K_s y_1 + \alpha K_s a_2 + \alpha K_s a_1 = 0$$

Equation en a_1 (11)

$$- \alpha K_s y_1 + \alpha K_s y_2 + (\alpha^2 K_s + K_b) a_1 + (\alpha^2 K_s - K_b) a_2 = 0$$

Equation en a_2 (12)

$$- \alpha K_s y_1 + \alpha K_s y_2 + (\alpha^2 K_s - K_b) a_1 + (\alpha^2 K_s + K_b) a_2 = 0$$

Par identification des résultats obtenus pour le bogie classique et le système mécanique composé de deux essieux reliés directement par deux ressorts K_s et K_b on déduit les relations ci-après :

$$K_s = K_y - \frac{4\alpha^2 K_y^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x}$$

$$\text{et : } \alpha^2 K_s + K_b = 2d^2 K_x - \frac{4(d^2 K_x)^2}{4\alpha^2 K_y + 4d^2 K_x}$$

$$\text{d'où on tire : } \begin{cases} K_s = K_y \frac{d^2 K_x}{\alpha^2 K_y + d^2 K_x} & (13) \\ K_b = d^2 K_x & (14) \end{cases}$$

Remarques :

Sur les bogies classiques $d \approx 1\text{m}$ d'où $K_b \approx K_x$, si $2\alpha = 3\text{m}$ et $K_x/K_y \approx 5$ (cas du T.G.V.)

$$K_s \approx \frac{K_y}{1 + 0,45} \approx \frac{K_y}{1,45}$$

On voit d'après ces résultats que K_b va jouer le même rôle que $K_x d^2$. Il aura, en conséquence, une grande influence sur la stabilité transversale du véhicule et sur l'inscription des essieux en courbe de faible rayon.

A N N E X E 7

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

Modélisation du comportement dynamique
d'un véhicule ferroviaire

ESSIEUX A PSEUDOGLISSSEMENT CONTROLE ($C_\phi \neq 0$)
ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES ($C_\phi = 0$)

Véhicule complet - bogie avant
Forces de pseudoglisement linéaires

SYSTEME 11X11

\bar{Y}_1	$\bar{\Theta}$	Y_1	Θ_1	a_1	Y_{11}	Y_{12}	a_{11}	a_{12}	$\bar{\Phi}_{11}$	$\bar{\Phi}_{12}$				
$+\frac{\bar{M}}{2} p^2$ $+\bar{c}_v p$ $+2\bar{k}_v$	$-\frac{\bar{M}}{2} \bar{h}_o p^2$ $-\bar{c}_v \bar{h}_2 p$ $-2\bar{k}_v \bar{h}_1$	$-\bar{c}_v p$ $-2\bar{k}_v$	$+\bar{c}_v H_1 p$ $+2\bar{k}_v H$								\bar{Y}_1		\emptyset	
$-\frac{\bar{M}}{2} \bar{h}_o p^2$ $-\bar{c}_v \bar{h}_2 p$ $-2\bar{k}_v \bar{h}_1$	$+\frac{\bar{M}}{2} (\bar{\Theta}_x^2 + \bar{h}_o^2) p^2 +$ $(2\bar{c}_v \bar{d}^2 + \bar{c}_v \bar{h}_2^2) p +$ $(2\bar{k}_v \bar{d}^2 + 2\bar{k}_v \bar{h}_1^2 -$ $-\frac{\bar{M}}{2} g \bar{h}_o$	$+\bar{c}_v \bar{h}_2 p$ $+2\bar{k}_v \bar{h}_1$	$-(2\bar{c}_v \bar{d}^2 +$ $\bar{c}_v H_1 \bar{h}_2) p$ $-(2\bar{k}_v \bar{d}^2 +$ $2\bar{k}_v H \bar{h}_1)$								$\bar{\Theta}$		\emptyset	
$-\bar{c}_v p$ $-2\bar{k}_v$	$+\bar{c}_v \bar{h}_2 p$ $+2\bar{k}_v \bar{h}_1$	$+m p^2$ $+(\bar{c}_v + 4c_v) p$ $+(2\bar{k}_v + 4k_v)$	$-m h_o p^2$ $-\bar{c}_v H_1 p$ $-(2\bar{k}_v H + 4k_v h_1)$		$-2c_v [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $-2k_v (1 - \Gamma)$	$-2c_v [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $-2k_v (1 - \Gamma)$					Y_1		\emptyset	
$+\bar{c}_v H_1 p$ $+2\bar{k}_v H$	$-(2\bar{c}_v \bar{d}^2 +$ $\bar{c}_v H_1 \bar{h}_2) p$ $-(2\bar{k}_v \bar{d}^2 +$ $2\bar{k}_v H \bar{h}_1)$	$-m h_o p^2$ $-\bar{c}_v H_1 p$ $-(2\bar{k}_v H + 4k_v h_1)$	$+m (\bar{\Theta}_x^2 + h_o^2) p^2 +$ $(\bar{c}_v H_1^2 + 2\bar{c}_v \bar{d}^2 +$ $4c_v d^2) p + (2\bar{k}_v H^2 +$ $2\bar{k}_v \bar{d}^2 + 4k_v h_1^2 +$ $4k_v d^2 - m g h_o$		$-2c_v d^2 \Gamma p$ $-2k_v d^2 \Gamma$ $+2k_v (1 - \Gamma) h_1$	$-2c_v d^2 \Gamma p$ $-2k_v d^2 \Gamma$ $+2k_v (1 - \Gamma) h_1$					Θ_1		\emptyset	
				$+m \bar{\Theta}_x^2 p^2 +$ $(4c_v d^2 + 4c_v a^2) p +$ $(4k_v d^2 + 4k_v a^2 +$ $2\bar{k}_v \bar{d}^2$	$-2c_v a [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $-2k_v a (1 - \Gamma)$	$+2c_v a [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $+2k_v a (1 - \Gamma)$	$-2c_v d^2 p$ $-2k_v d^2$	$-2c_v d^2 p$ $-2k_v d^2$			a_1		\emptyset	
		$-2c_v [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $-2k_v (1 - \Gamma)$	$-2c_v d^2 \Gamma p$ $-2k_v d^2 \Gamma$ $+2k_v h_1 (1 - \Gamma)$	$-2c_v a [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $-2k_v a (1 - \Gamma)$	$(m + m p_v^2 \Gamma^2) p^2 +$ $2c_{22} \chi^2 / V + 2c_v [1 -$ $-(h_1 + 1) \Gamma]^2 p + [2k_v$ $\cdot (1 - \Gamma)^2 + 2k_v d^2 \Gamma^2 +$ $2c_{23} \chi \frac{\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{\gamma R})$ $+(ch) g \xi]$		$[(-m, p_v^2 \frac{V \Gamma}{r_o} +$ $2c_{23} \frac{\chi}{V} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o})] p$ $-2 \chi c_{22}$		$-c_{23} \chi \frac{\gamma_o}{V} p$	\times	Y_{11}	$=$	\emptyset	
		$-2c_v [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $-2k_v (1 - \Gamma)$	$-2c_v d^2 \Gamma p$ $-2k_v d^2 \Gamma$ $+2k_v h_1 (1 - \Gamma)$	$+2c_v a [1 - (h_1 + 1) \Gamma] p$ $+2k_v a (1 - \Gamma)$	$(m + m p_v^2 \Gamma^2) p^2 +$ $2c_{22} \chi^2 / V + 2c_v [1 -$ $-(h_1 + 1) \Gamma]^2 p + [2k_v$ $\cdot (1 - \Gamma)^2 + 2k_v d^2 \Gamma^2 +$ $2c_{23} \chi \frac{\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{\gamma R})$ $+(ch) g \xi]$		$[(-m, p_v^2 \frac{V \Gamma}{r_o} +$ $2c_{23} \frac{\chi}{V} (1 + \frac{e_o \gamma_o}{r_o})] p$ $-2 \chi c_{22}$		$-c_{23} \chi \frac{\gamma_o}{V} p$		Y_{12}		\emptyset	
				$-2c_v d^2 p$ $-2k_v d^2$	$(m, p_v^2 \Gamma \frac{V}{r_o} -$ $-2 \chi \frac{c_{23}}{V}) p +$ $[\frac{2c_{33} \gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{\gamma R}) +$ $4C_{\psi} V \gamma_o e_o / r_o^3]$		$(m p_v^2 + \frac{m, p_v^2 e_o^2}{r_o^2}) p^2 +$ $[\frac{4C_{\psi} e_o^2}{r_o^2} + \frac{2c_{33}}{V} (1 +$ $\frac{e_o \gamma_o}{r_o}) + 2c_v d^2] p + [2c_{23}$ $+ 2k_v d^2 - (ch) g \gamma_o \xi]$		$(-\frac{m, p_v^2 e_o}{2r_o}) p^2$ $-(\frac{2C_{\psi} e_o}{r_o} +$ $\frac{c_{33} \gamma_o}{V}) p$		a_{11}		\emptyset	
				$-2c_v d^2 p$ $-2k_v d^2$	$(m, p_v^2 \Gamma \frac{V}{r_o} -$ $-2 \chi \frac{c_{23}}{V}) p +$ $[\frac{2c_{33} \gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{\gamma R}) +$ $4C_{\psi} V \gamma_o e_o / r_o^3]$		$(m p_v^2 + \frac{m, p_v^2 e_o^2}{r_o^2}) p^2 +$ $[\frac{4C_{\psi} e_o^2}{r_o^2} + \frac{2c_{33}}{V} (1 +$ $\frac{e_o \gamma_o}{r_o}) + 2c_v d^2] p + [2c_{23}$ $+ 2k_v d^2 - (ch) g \gamma_o \xi]$		$(-\frac{m, p_v^2 e_o}{2r_o}) p^2$ $-(\frac{2C_{\psi} e_o}{r_o} +$ $\frac{c_{33} \gamma_o}{V}) p$		a_{12}		\emptyset	
					$\frac{\chi}{V} p + [\frac{2 \gamma_o}{r_o} (-\frac{2C_{\psi} V}{r_o}$ $+ \frac{c_{33}}{R} - \frac{c_{33} \gamma_o^2}{r_o})]$		$-m, p_v^2 \frac{e_o}{r_o} p^2 -$ $[\frac{4C_{\psi} e_o}{r_o} + 2c_{33} \frac{\gamma_o}{V} (1 +$ $\frac{e_o \gamma_o}{r_o})] p - 2c_{23} \gamma_o$		$\frac{m, p_v^2 p^2}{2} +$ $(2C_{\psi} + \frac{c_{11} r_o^2}{V}$ $+ \frac{c_{33} \gamma_o^2}{V}) p$		$\bar{\Phi}_{11}$		\emptyset	
					$\frac{\chi}{V} p + [\frac{2 \gamma_o}{r_o} (-\frac{2C_{\psi} V}{r_o}$ $+ \frac{c_{33}}{R} - \frac{c_{33} \gamma_o^2}{r_o})]$		$-m, p_v^2 \frac{e_o}{r_o} p^2 -$ $[\frac{4C_{\psi} e_o}{r_o} + 2c_{33} \frac{\gamma_o}{V} (1 +$ $\frac{e_o \gamma_o}{r_o})] p - 2c_{23} \gamma_o$		$\frac{m, p_v^2 p^2}{2} +$ $(2C_{\psi} + \frac{c_{11} r_o^2}{V}$ $+ \frac{c_{33} \gamma_o^2}{V}) p$		$\bar{\Phi}_{12}$		\emptyset	

ANNEXE 8

CIRCULATION EN COURBE

Modélisation du comportement semi-statique
d'un véhicule ferroviaire

ESSIEUX CONVENTIONNELS ($K_s = 0$, $K_b = 0$)

ESSIEUX AUTO-ORIENTES ($K_s \neq 0$, $K_b \neq 0$)

Bogie avant

Forces de pseudoglisement linéaires

Spin $\neq 0$

SYSTEME LINEAIRE 5X5

α_1^*	y_{11}^*	y_{12}^*	α_{11}	α_{12}
$+2\bar{k}_x \bar{d}^2$ $+4k_x d^2$ $+4k_y a^2$	$+\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $+2k_x \frac{d^2}{a}$	$-\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $-2k_x \frac{d^2}{a}$	$-2k_x d^2$	$-2k_x d^2$
$-2k_y a$	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta$ $-2c_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R_z}$ $+k_s$	$-k_s$	$-2c_{22} \chi$ $-a k_s$	$-a k_s$
$+2k_y a$	$-k_s$	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta$ $-2c_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R_z}$ $+k_s$	$+a k_s$	$-2c_{22} \chi$ $+a k_s$
$-2k_x d^2$	$-k_x \frac{d^2}{a} +$ $2c_{11} \gamma_e \frac{e_o}{r_o} - 2c_{33} \frac{\gamma_e}{R_z}$ $-a k_s$	$+k_x \frac{d^2}{a}$ $+a k_s$	$2k_x d^2 + 2c_{23}$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_e \zeta$ $+a^2 k_s + k_b$	$+a^2 k_s$ $-k_b$
$-2k_x d^2$	$-k_x \frac{d^2}{a}$ $-a k_s$	$+k_x \frac{d^2}{a} +$ $2c_{11} \gamma_e \frac{e_o}{r_o} - 2c_{33} \frac{\gamma_e}{R_z}$ $+a k_s$	$+a^2 k_s$ $-k_b$	$2k_x d^2 + 2c_{23}$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_e \zeta$ $+a^2 k_s + k_b$

 \times

α_1^*
y_{11}^*
y_{12}^*
α_{11}
α_{12}

 $=$

$+2\bar{k}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{a}}{R_c}$
$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) (\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p)$ $+2c_{23} \chi \frac{1}{R_c} + 2c_{23} \chi \frac{\gamma_e y_o}{R_z}$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g \zeta y_o$
$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) (\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p)$ $+2c_{23} \chi \frac{1}{R_c} + 2c_{23} \chi \frac{\gamma_e y_o}{R_z}$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g \zeta y_o$
$+2k_x d^2 \frac{a}{R_c}$ $+2c_{33} \frac{1}{R_c} + 2c_{33} \frac{\gamma_e y_o}{R_z} + 2k_b \frac{a}{R_c}$
$-2k_x d^2 \frac{a}{R_c}$ $+2c_{33} \frac{1}{R_c} + 2c_{33} \frac{\gamma_e y_o}{R_z} - 2k_b \frac{a}{R_c}$

A N N E X E 9

CIRCULATION EN COURBE

Modélisation du comportement semi-statique
d'un véhicule ferroviaire

ESSIEUX CONVENTIONNELS ($K_s = 0$, $K_b = 0$)

ESSIEUX AUTO-ORIENTES ($K_s \neq 0$, $K_b \neq 0$)

Bogie avant

Forces de pseudoglisement non linéaires,
 $spin = 0$

SYSTEME 5X5

\dot{a}_1	\dot{y}_{11}	\dot{y}_{12}	a_{11}	a_{12}		\dot{a}_1	\dot{y}_{11}	\dot{y}_{12}	a_{11}	a_{12}
$+2\bar{k}_x \bar{d}^2$ $+4k_x d^2$ $+4k_y a^2$	$+\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $+2k_x \frac{d^2}{a}$	$-\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $-2k_x \frac{d^2}{a}$	$-2k_x d^2$	$-2k_x d^2$	×	\dot{a}_1	\dot{y}_{11}	\dot{y}_{12}	a_{11}	a_{12}
$-2k_y a$	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta$ $+k_s$	$-k_s$	$-ak_s - 2c_{22}\lambda \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{11} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{11}\right)^2\right]$	$-ak_s$		\dot{y}_{11}	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta$ $+k_s$	$-k_s$	$-ak_s - 2c_{22}\lambda \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{11} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{11}\right)^2\right]$	$-ak_s$
$+2k_y a$	$-k_s$	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta$ $+k_s$	$+ak_s$	$+ak_s - 2c_{22}\lambda \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{12} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{12}\right)^2\right]$		\dot{y}_{12}	$-k_s$	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta$ $+k_s$	$+ak_s$	$+ak_s - 2c_{22}\lambda \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{12} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{12}\right)^2\right]$
$-2k_x d^2$	$-\frac{k_x d^2}{a} - ak_s$ $+2c_{11}\gamma_e \frac{e_o}{r_o} \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}\gamma_e}{\mu N r_o} y_{11} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11}\gamma_e y_{11}}{\mu N r_o}\right)^2\right]$	$+\frac{k_x d^2}{a}$ $+ak_s$	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_e \xi_b$ $+a^2 k_s + k_b$	$+a^2 k_s$ $-k_b$		a_{11}	$-\frac{k_x d^2}{a} - ak_s$ $+2c_{11}\gamma_e \frac{e_o}{r_o} \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}\gamma_e}{\mu N r_o} y_{11} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11}\gamma_e y_{11}}{\mu N r_o}\right)^2\right]$	$+\frac{k_x d^2}{a}$ $+ak_s$	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_e \xi_b$ $+a^2 k_s + k_b$	$+a^2 k_s$ $-k_b$
$-2k_x d^2$	$-\frac{k_x d^2}{a}$ $-ak_s$	$+\frac{k_x d^2}{a} + ak_s$ $+2c_{11}\gamma_e \frac{e_o}{r_o} \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}\gamma_e}{\mu N r_o} y_{12} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11}\gamma_e y_{12}}{\mu N r_o}\right)^2\right]$	$+a^2 k_s$ $-k_b$	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_e \xi_b$ $+a^2 k_s + k_b$		a_{12}	$-\frac{k_x d^2}{a}$ $-ak_s$	$+\frac{k_x d^2}{a} + ak_s$ $+2c_{11}\gamma_e \frac{e_o}{r_o} \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}\gamma_e}{\mu N r_o} y_{12} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11}\gamma_e y_{12}}{\mu N r_o}\right)^2\right]$	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_e \xi_b$ $+a^2 k_s + k_b$	$+a^2 k_s$ $-k_b$

$+2\bar{k}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c}$

$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p\right)$
 $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g \zeta y_o$

$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p\right)$
 $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g \zeta y_o$

$+2k_x d^2 \frac{a}{R_c} + 2k_b \frac{a}{R_c}$

$-2k_x d^2 \frac{a}{R_c} - 2k_b \frac{a}{R_c}$

$\bar{Y}_1 = \frac{\bar{M}}{4\bar{k}_y} \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p\right)$

$Y_1 = \frac{(M+\frac{\bar{M}}{2})}{4k_y} \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p\right)$

A N N E X E 10

CIRCULATION EN COURBE DE FAIBLE RAYON

CAS DE LA MARCHÉ EN ROUE LIBRE

Calcul de l'effort de guidage au niveau de l'essieu directeur

ESSIEUX CONVENTIONNELS ($K_s = 0$, $K_b = 0$)ESSIEUX AUTO-ORIENTES ($K_s \neq 0$, $K_b \neq 0$)

Bogie avant

Forces de pseudoglisement non linéaires

spin = 0

SYSTEME 5X5

α_1	F_{11}	y_{12}	a_{11}	a_{12}
$+2\bar{k}_x \bar{d}^2$ $+4k_x d^2$ $+4k_y a^2$	\emptyset	$-\bar{k}_x \frac{\bar{d}^2}{a}$ $-2k_x \frac{d^2}{a}$	$-2k_x d^2$	$-2k_x d^2$
$-2k_y a$	1	$-k_s$	$-\alpha k_s - 2c_{22} \chi$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{11} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{11}\right)^2\right]$	$-\alpha k_s$
$+2k_y a$	\emptyset	$+k_s$ $+(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta$	$+\alpha k_s$	$+\alpha k_s - 2c_{22} \chi$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{12} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{12}\right)^2\right]$
$-2k_x d^2$	\emptyset	$k_x \frac{d^2}{a}$ $+\alpha k_s$	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_0 \xi_a$ $+\alpha^2 k_s + k_b$	$+\alpha^2 k_s$ $-k_b$
$-2k_x d^2$	\emptyset	$+k_x \frac{d^2}{a} + \alpha k_s$ $+2c_{11} \gamma_0 \frac{e_0}{r_0} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11} \gamma_0}{\mu N r_0} y_{12} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11} \gamma_0}{\mu N r_0} y_{12}\right)^2\right]$	$+\alpha^2 k_s$ $-k_b$	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_0 \xi_b$ $+\alpha^2 k_s + k_b$

 \times

α_1	F_{11}	y_{12}	a_{11}	a_{12}
------------	----------	----------	----------	----------

 $=$

$+2\bar{k}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c} - (2k_x \frac{d^2}{a} + \frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}) \psi_4$	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p\right) - (m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g \zeta y_0$ $- \left[k_s + (m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta\right] \psi_4$	$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) \left(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p\right) - (m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g \zeta y_0$ $+ k_s \psi_4$	$+2k_x d^2 \frac{a}{R_c} + 2k_b \frac{a}{R_c} + (k_x \frac{d^2}{a} + \alpha k_s) \psi_4$ $- 2c_{11} \gamma_0 \frac{e_0}{r_0} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11} \gamma_0}{\mu N r_0} y_{11} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11} \gamma_0}{\mu N r_0} y_{11}\right)^2\right] \psi_4$	$-2k_x d^2 \frac{a}{R_c} - 2k_b \frac{a}{R_c} + (k_x \frac{d^2}{a} + \alpha k_s) \psi_4$
---	---	--	--	--

A N N E X E 11

CIRCULATION EN COURBE DE FAIBLE RAYON

CAS DE LA MARCHÉ EN CRABE

Calcul des efforts de guidage au niveau des deux essieux

ESSIEUX CONVENTIONNELS ($K_s = 0$, $K_b = 0$)ESSIEUX AUTO-ORIENTES ($K_s \neq 0$, $K_b \neq 0$)

Bogie avant

Forces de pseudoglisement non linéaires

 $spin = 0$ SYSTEME 5X5

α_1	F_{11}	F_{12}	α_{11}	α_{12}
$+2\bar{k}_x \bar{d}^2$ $+4k_x d^2$ $+4k_y a^2$	\emptyset	\emptyset	$-2k_x d^2$	$-2k_x d^2$
$-2k_y a$	1	\emptyset	$-\alpha k_s - 2c_{22} \chi \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{11} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{11}\right)^2\right]$	$-\alpha k_s$
$+2k_y a$	\emptyset	1	$+\alpha k_s$	$+\alpha k_s - 2c_{22} \chi \cdot$ $\left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{12} + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{22}}{\mu N} a_{12}\right)^2\right]$
$-2k_x d^2$	\emptyset	\emptyset	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_0\xi_b$ $+\alpha^2 k_s + k_b$	$+\alpha^2 k_s$ $-k_b$
$-2k_x d^2$	\emptyset	\emptyset	$+\alpha^2 k_s$ $-k_b$	$2k_x d^2$ $-(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\gamma_0\xi_b$ $+\alpha^2 k_s + k_b$

 \times

α_1
F_{11}
F_{12}
α_{11}
α_{12}

 $=$

$+2\bar{k}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c} - (2k_x \frac{d^2}{a} + \frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}) \psi_4$ $+ (\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a} + 2k_x \frac{d^2}{a}) \psi_5$
$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) (\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p) - (m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g\zeta y_0$ $- [k_s + (m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta] \psi_4 + k_s \psi_5$
$(m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) (\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p) - (m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4}) g\zeta y_0$ $+ k_s \psi_4 - [k_s + (m+\hat{m}+\frac{M}{2}+\frac{\bar{M}}{4})g\zeta] \psi_5$
$+2k_x d^2 \frac{a}{R_c} + 2k_b \frac{a}{R_c} + (k_x \frac{d^2}{a} + \alpha k_s) \psi_4 - (k_x \frac{d^2}{a} + \alpha k_s) \psi_5$ $- 2c_{11} \gamma_0 \frac{e_0}{r_0} \cdot \left\{ \left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11} \gamma_0}{\mu N r_0} y_{11}^* + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11} \gamma_0 y_{11}^*}{\mu N r_0} \right)^2 \right] \right\} \psi_4$
$-2k_x d^2 \frac{a}{R_c} - 2k_b \frac{a}{R_c} + (k_x \frac{d^2}{a} + \alpha k_s) \psi_4 - (k_x \frac{d^2}{a} + \alpha k_s) \psi_5$ $- 2c_{11} \gamma_0 \frac{e_0}{r_0} \cdot \left\{ \left[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11} \gamma_0}{\mu N r_0} y_{12}^* + \frac{1}{27} \left(\frac{c_{11} \gamma_0 y_{12}^*}{\mu N r_0} \right)^2 \right] \right\} \psi_5$

A N N E X E 1 2

Calcul des efforts de guidage d'un bogie dans la voie

METHODE DE HEUMANN

- METHODE DE HEUMANN

La méthode de Heumann permet d'estimer les efforts de guidage (au sens HEUMANN) qui prennent naissance au moment du contact d'un boudin de roue avec le flanc du rail.

Cette méthode envisage les trois positions possibles d'un véhicule ferroviaire dans une courbe :

- la marche en roue libre
- la marche en crabe
- la marche en corde.

1- HYPOTHESES RELATIVES A CETTE METHODE

Les hypothèses faites pour la mise en oeuvre de la méthode sont les suivantes :

- le guidage du véhicule par l'intermédiaire du boudin est remplacé par un guidage par rouleaux à pression,
- les roues ne présentent aucune conicité. Elles sont supposées cylindriques et ayant le même diamètre
- la force de guidage F_{11} agit dans le plan du point de contact de la roue et perpendiculairement à l'axe longitudinal du véhicule,
- le coefficient μ de frottement de rotation est supposé constant,
- les charges normales N supportées par les roues sont supposées de même grandeur,
- la voie est rigide ainsi que le bogie (essieux rigidement liés au chassis de bogie : K_x et K_y très grands)
- la courbe décrit un arc de cercle établi mathématiquement avec précision,
- l'inscription en courbe de chacun des bogies s'effectue indépendamment de l'autre.

2- MOUVEMENT ET POSITION DU VEHICULE

Considérons un bogie dans une courbe (fig. -1). L'essieu monté ne prend pas une position exactement radiale dans la voie.

En réalité, il fait un angle déterminé d'attaque α par rapport à la tangente à la courbe au point de contact.

La fig. -1 représente un véhicule ou un bogie à deux essieux en marche en crabe, c'est-à-dire que le boudin de l'essieu avant est en contact avec le flanc du rail extérieur tandis que celui de l'essieu arrière est en contact avec le flanc du rail intérieur à la courbe.

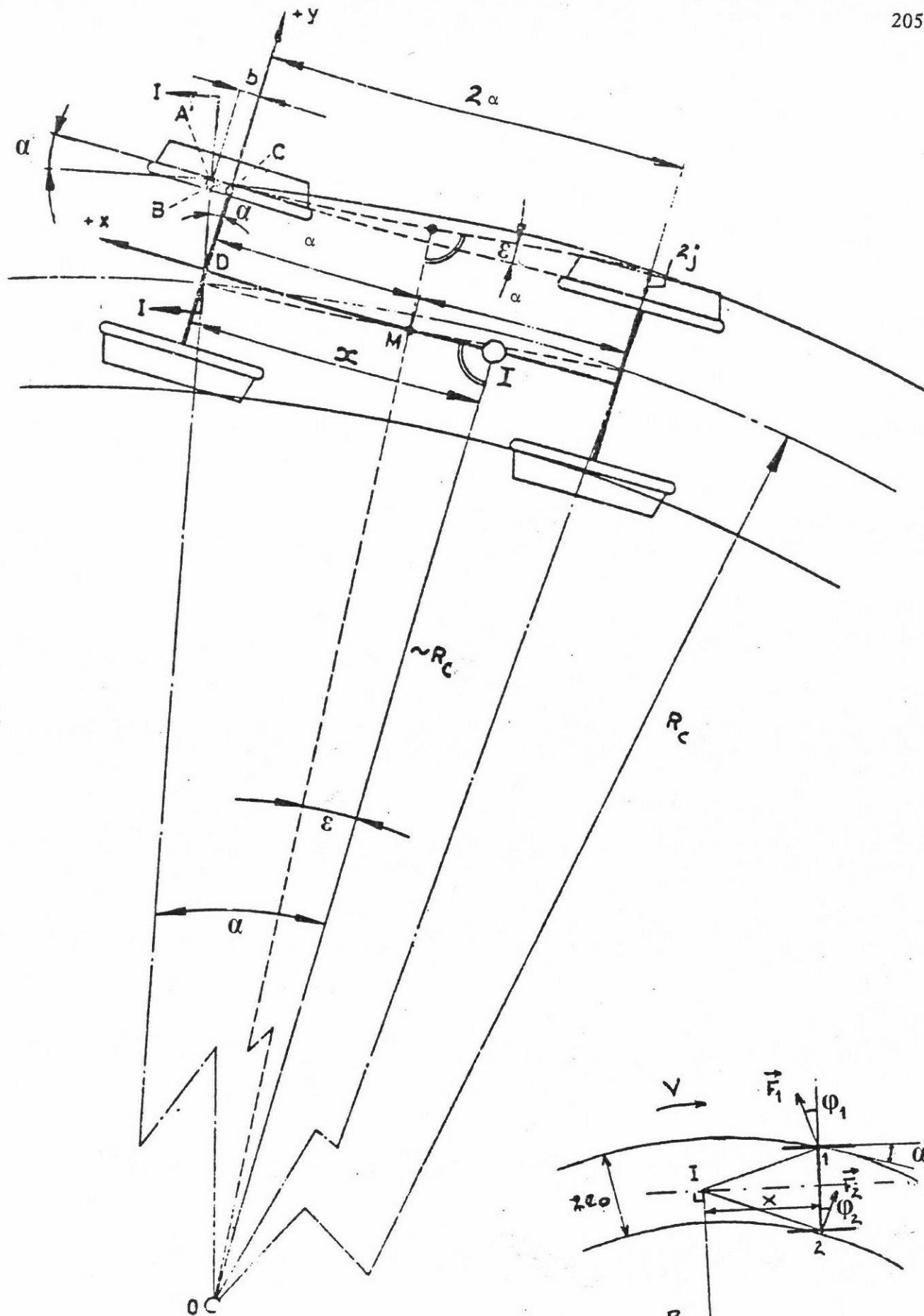


FIG. -1

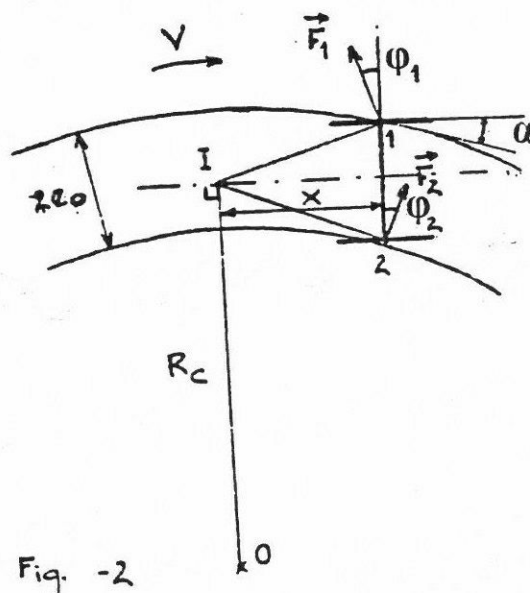


Fig. -2

Le jeu total dans la voie est noté $2j$. Il est la différence entre l'écartement de la voie et la distance entre faces actives des boudins. L'écartement de la voie étant mesuré à 10 mm au-dessous du niveau de la surface de roulement.

L'angle d'attaque α est maximum dans cette position. Une position moyenne de l'essieu arrière dans laquelle n'intervient aucun contact de ses boudins avec l'un des rails est ce qu'on appelle la marche en roue libre. Dans cette position l'angle d'attaque se réduit; il est minimum dans la position de marche en corde, c'est-à-dire lorsque l'essieu arrière vient également s'appliquer sur le rail extérieur de la courbe.

La perpendiculaire abaissée du centre de la courbe O sur l'axe longitudinal du bogie donne le point I. La distance de l'essieu avant au point I est appelée le bras directeur x.

Le bras directeur x est fonction de la position du véhicule dans la voie.

Dans le cas de la marche en corde, I partage en deux la corde $2a$ représentant l'empattement du bogie; dans le cas de la marche en crabe, x est maximum.

En général, on a :

$$x = R_c \alpha$$

I est souvent appelé centre de Heumann ou centre instantané de rotation. Montrons que dans le cas d'un bogie à "n" essieux, ce point I est le même pour tous les essieux.

Considérons un essieu quelconque sur le bogie et définissons la base utilisée :

- \vec{x} : sens de la marche (tangente au rail au point de contact)
- \vec{y} : axe de rotation propre d'un essieu (axe d'un essieu orienté vers l'extérieur de la courbe)
- \vec{z} : normale au plan xy

Soit " r_0 " le rayon d'une roue et " ω " sa vitesse de rotation. La vitesse linéaire de l'essieu est $V = \omega r_0$.

R_c le rayon de la courbe, α est l'angle d'attaque de l'essieu. La vitesse radiale au point de contact est $\omega r_0 \sin \alpha \approx \omega r_0 \alpha$ pour les 2 roues (roues sans conicité)

La vitesse longitudinale de la roue A (voir fig. -2) est:

$$V(R_c + e_0)/R_c = \omega r_0 (1 + e_0/R_c)$$

Celle de B est $V(R_c - e_0)/R_c = \omega r_0 (1 - e_0/R_c)$. Ces 2 vitesses sont différentes de la vitesse au contact V ; d'où le glissement.

La vitesse de glissement longitudinale de A est :

$$\omega r_0 (1 + e_0/R_c) - \omega r_0 = \omega r_0 e_0/R_c$$

et pour B : $\omega_0(1 - e/R_c) - \omega_0 = - \omega_0 e/R_c$

Les composantes radiales $\omega_0 \alpha$ étant de même signe en A et B, il en résulte que les forces de frottement F_1 et F_2 sont "symétriques".

$$F_1 = F_2 = \mu N_1 = \mu N_2 = \mu N$$

Leurs normales aux points 1 et 2 se coupent sur l'axe longitudinal du bogie en un point I situé à X de l'essieu tel que :

$$X = e / \operatorname{tg} \varphi_1 \quad \text{avec} \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = e / (R_c \alpha)$$

$$X = R_c \alpha$$

Ceci montre que I est le pied de la perpendiculaire issue de O sur l'axe longitudinal de l'essieu.

Montrons que ce point est unique par bogie.

Pour l'essieu "n" on a $X_n = R_c \alpha_n$ et pour l'essieu "n-1", on a :

$$X_{n-1} = R_c \alpha_{n-1}$$

Considérons (fig. -3) l'essieu "n-1"; il roule sur une circonférence C1 pendant que l'essieu "n" roule sur une circonférence C2.

C1 et C2 sont concentriques et très voisines. Les angles d'attaque sont respectivement α_n et α_{n-1} .

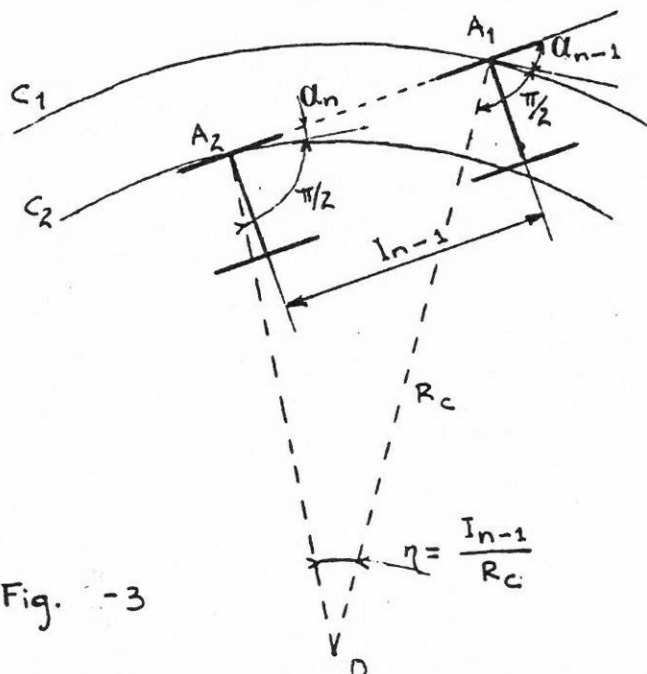


Fig. -3

Dans le triangle OA_1A_2 et compte tenu des approximations légitimes eu égard à la grandeur du rayon R_c par rapport à "l'empattement" l_{n-1} on peut écrire :

$$\frac{\pi}{2} + \alpha_n + \frac{I_{n-1}}{R_c} = \frac{\pi}{2} + \alpha_{n-1}$$

ou

$$\alpha_{n-1} = \alpha_n + \frac{I_{n-1}}{R_c}$$

$$\text{D'où finalement } X_{n-1} = R_c \left(\alpha_n + \frac{I_{n-1}}{R_c} \right) = R_c \alpha_n + I_{n-1}$$

$$\boxed{X_{n-1} = X_n + I_{n-1}}$$

On en conclut avec une bonne approximation que I_n est confondu avec I_{n-1} .

Ce centre unique dit d'Heumann joue le rôle d'un pivot et, dans l'inscription en courbe, tout se passe comme si le bogie tournait autour de ce point.

Déterminons le bras directeur dans deux positions caractéristiques du bogie en courbe de faible rayon. (voir fig. -1)

- Marche en corde

$$x = \alpha$$

- Marche en crabe

L'angle ε entre la position de marche en corde et la position de marche en crabe est donné par :

$$\sin \varepsilon \simeq \varepsilon = 2j/2\alpha$$

d'où

$$x = \alpha + 2jR_c/2\alpha$$

$$\text{et dans ce cas : } \sin \alpha \simeq \alpha = x/R = \alpha/R_c + 2j/2\alpha$$

3 - CALCUL DES EFFORTS DE GUIDAGE DE HEUMANN

Pour effectuer ce calcul, on suppose que la roue attaquante est remplacée par une roue cylindrique dont le coefficient de frottement est identique à celui des autres roues (μ).

Son boudin étant assimilé à un galet fictif d'axe vertical fournissant un effort de guidage F_{11} . (voir fig. -4)

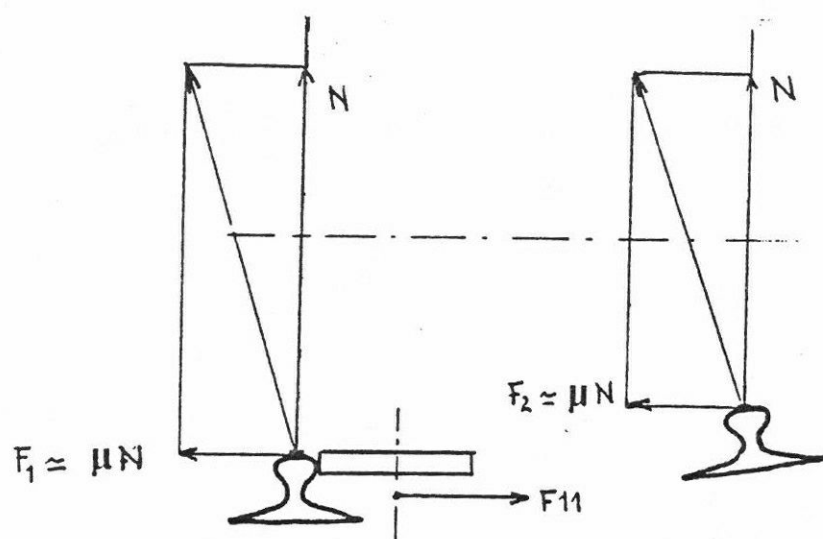


Fig. -4

Pour calculer l'effort de guidage F_{11} , on suppose (fig. -5) que le bogie est en marche en roue libre à l'arrière; de ce fait, I est à une distance " x " de l'essieu avant.

La fig. -5 montre de façon schématique cette position ainsi que toutes les forces et les données géométriques.

En outre, F représente la résultante des forces extérieures; par exemple la force centrifuge non compensée etc.

Ecrivons les équations d'équilibre du bogie :

$$\text{-Forces} \quad : \quad F_{11} + \sum_i F_i = 0 \quad (1)$$

$$\text{-Moments en } I \quad : \quad F_{11}x + \sum_i m_i(F_i) = 0 \quad (2)$$

Montrons que x étant variable, ce système n'a de solution que lorsque l'effort F_{11} est minimum.

Nous avons successivement en dérivant (2) par rapport à x :

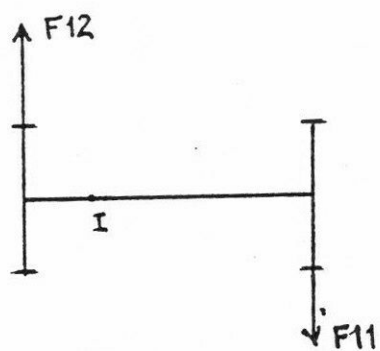
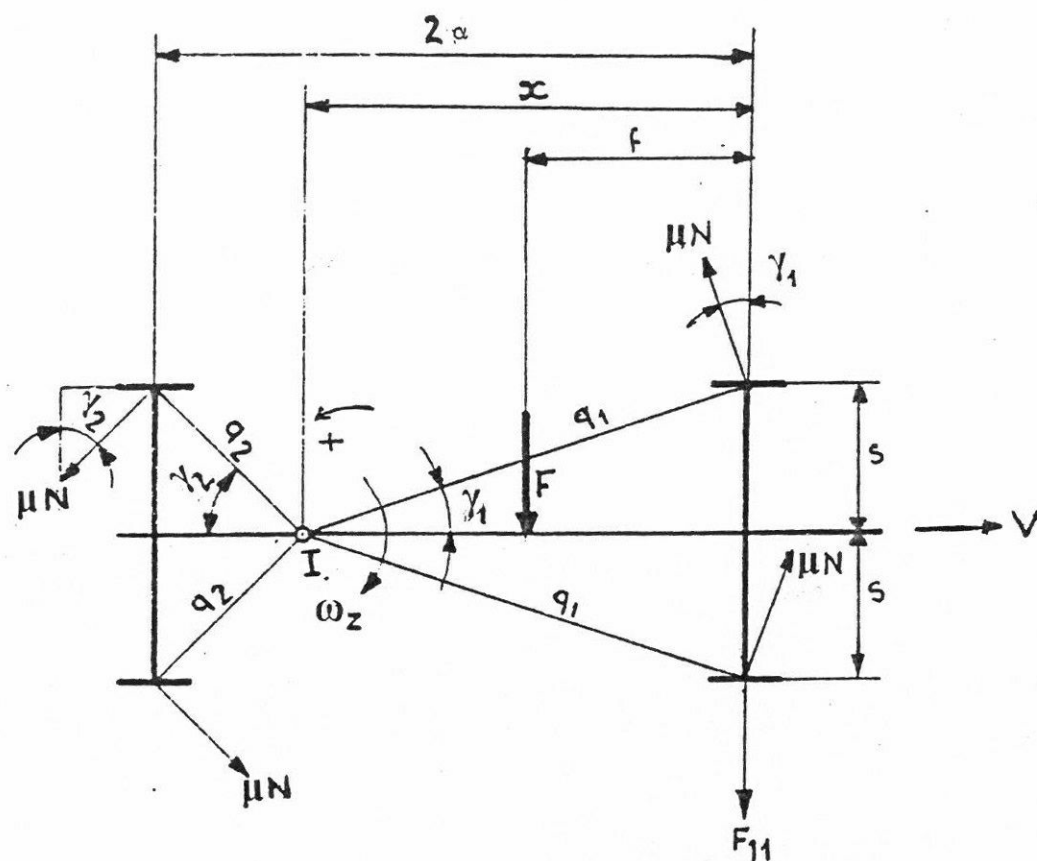
$$F_{11} + x \frac{\partial F_{11}}{\partial x} + \sum_i F_i = 0$$

$$\text{or d'après (1)} \quad F_{11} + \sum_i F_i = 0$$

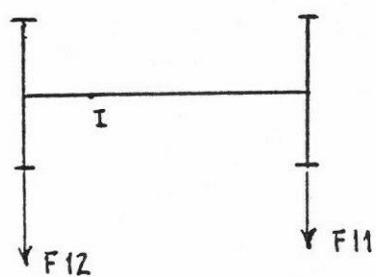
d'où

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial F_{11}}{\partial x} = 0 \quad (3) \quad (\text{donc } F_{11} \text{ minimum}) \\ F_{11} = - \frac{\sum_i m_i(F_i)}{x} \end{array} \right.$$

Réécrivons l'équation (2)



Marche
en crabe

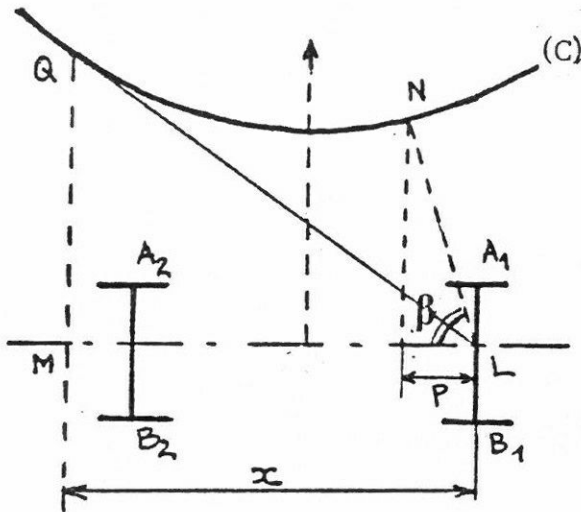


Marché
en corde

Fig. -5

Les relations (2) et (3) sont à la base de la méthode graphique de HEUMANN.

Si l'on trace la variation du moment des forces F_i par rapport à I en fonction de x , on obtient une courbe symétrique par rapport à l'axe transversal du bogie (c).



On a $\tan \beta = \sum m_i(F_i) / \alpha$ au point courant N de cette courbe.

Donc on obtient le minimum de F_{11} lorsque la droite LN est tangente à la courbe, ce qui détermine x et $F_{11} = MQ/x$.

Connaissant x , on en déduit l'angle d'attaque α en fonction du rayon R_c de la courbe car $\alpha = x/R_c$.

La méthode de Heumann permet donc de placer exactement le bogie dans la courbe et de calculer l'effort de guidage.

Examinons maintenant les cas de marche en crabe et en corde.

Rappelons tout d'abord que dans ces cas, le bogie prend des positions géométriquement définies que nous avons déterminé à la fin du paragraphe précédent.

- marche en corde : $x = \alpha$
- marche en crabe : $x = \alpha + 2JR_c/2\alpha$

D'une manière générale, lorsque le véhicule prend une de ces deux positions, il y a apparition d'une seconde force de contact F_{12} au niveau de l'essieu arrière et les équations d'équilibre deviennent :

$$\text{- Forces : } F_{11} \pm F_{12} + \sum_i F_i = 0$$

$$\text{- Moments en I : } F_{11}x \pm F_{12}(2\alpha - x) + \sum_i m_i(F_i) = 0$$

Mais dans ces deux cas, $x = p$ est géométriquement défini et il ne subsiste que deux inconnues à déterminer (p connu).

- a) Marche en crabe

$$\begin{cases} F_{11} = \frac{\sum_i m_I(F_i)}{2\alpha} + \frac{\sum_i F_i}{2} \left(1 - \frac{2jR_c}{2\alpha^2} \right) \\ F_{12} = \frac{\sum_i m_I(F_i)}{2\alpha} - \frac{\sum_i F_i}{2} \left(1 + \frac{2jR_c}{2\alpha^2} \right) \end{cases}$$

- b) Marche en corde

$$\begin{cases} F_{11} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_i F_i + \frac{\sum_i m_I(F_i)}{\alpha} \right\} \\ F_{12} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_i F_i - \frac{\sum_i m_I(F_i)}{\alpha} \right\} \end{cases}$$

4 MISE EN OEUVRE DE LA METHODE

Il suffit d'expliciter les quantités $\sum_i F_i$ et $\sum_i m_I(F_i)$ en fonction des forces qui agissent sur le bogie.

Exemple

1) Revenons au cas schématisé fig. -5 ; les équations s'écrivent :

$$\begin{cases} F_{11}x - 2\mu N \left\{ \sqrt{x^2 + s^2} + \sqrt{(2\alpha - x)^2 + s^2} \right\} + F(x-f) = 0 \\ F_{11} + F - 2\mu N \left\{ \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}} - \frac{2\alpha - x}{\sqrt{(2\alpha - x)^2 + s^2}} \right\} = 0 \end{cases}$$

2) Marche en crabe

$$\begin{cases} F_{11}x + F_{12}(2\alpha - x) = 2\mu N \left\{ \sqrt{x^2 + s^2} + \sqrt{(2\alpha - x)^2 + s^2} \right\} - F(x-f) \\ F_{11} - F_{12} + F = 2\mu N \left\{ \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}} - \frac{2\alpha - x}{\sqrt{(2\alpha - x)^2 + s^2}} \right\} \end{cases}$$

2) Marche en corde

$$\begin{cases} F_{11} x - F_{12} (2\alpha - x) = 2\mu N \left\{ \sqrt{x^2 + s^2} + \sqrt{(2\alpha - x)^2 + s^2} \right\} - F(x-f) \\ F_{11} + F_{12} + F = 2\mu N \left\{ \frac{x}{\sqrt{x^2 + s^2}} - \frac{2\alpha - x}{\sqrt{(2\alpha - x)^2 + s^2}} \right\} \end{cases}$$

Jusqu'à présent, le système d'équations auquel conduit la méthode de HEUMANN a presque toujours été résolu graphiquement à cause de la présence de fonctions transcendantes.

Les moyens informatiques dont nous disposons actuellement permettent de résoudre aisément ce système en partant du fait démontré que l'effort F_{11} réel est l'effort minimum.

De l'équation des moments, l'on détermine le minimum de la fonction :

$$F_{11}(x) = - \frac{\sum_i m_i(F_i)}{x}$$

C'est ce que nous réalisons avec le programme écrit en BASIC APPLESOFT que nous examinerons plus loin.

Proposons nous d'explicitier la quantité $\sum_i m_i(F_i)$ pour tous les cas courants rencontrés sur les véhicules modernes.

4 - 1 Expression de $\sum_i m_i(F_i)$

Sur un bogie en courbe, les forces suivantes peuvent s'exercer :

- les quatre forces de frottement de module " μN " (fig. -5),
- la force centrifuge non compensée qui a pour point d'application le pivot du bogie,
- le couple de rappel élastique du bogie au niveau du pivot.

a) Forces de frottement

$$M_{I(FF)} = 2 \mu N \left\{ \sqrt{x^2 + s^2} + \sqrt{(2\alpha - x)^2 + s^2} \right\}$$

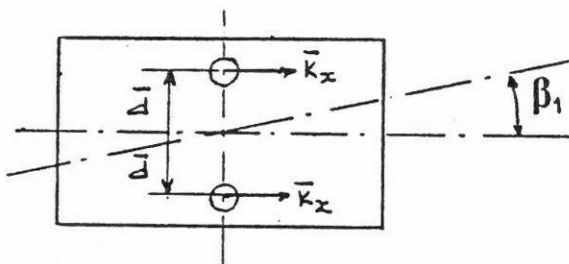
b) Force centrifuge non compensée

Fig. -5 , faisons $f = \alpha$:

$$M_{I(FC)} = - F (x - \alpha)$$

c) Rappel élastique

$$M_{I(FE)} = C(\beta_1)$$



$$C(\beta_1) = 2\bar{K}_x \bar{d}^2 \beta_1$$

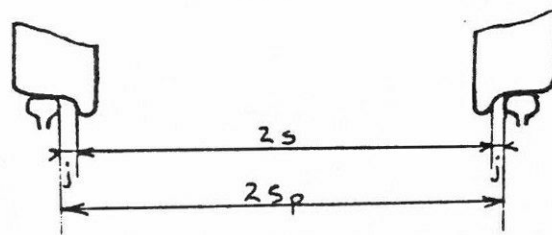
Calculons l'angle entre le chassis de bogie et la caisse β_1 en négligeant le jeu caisse-bogie.

Désignons par :

- \bar{u} : l'angle bogie-axe de la voie,
- β_2 : l'angle caisse-axe de la voie.

Notons tout d'abord que depuis le Dr. VOGEL (Organ 1926), l'on représente souvent par anamorphose le véhicule dans la courbe.

L'anamorphose est une "contraction transversale" avec des échelles différentes pour les hauteurs et les longueurs.



On choisit la contraction transversale de façon à rendre nulle la cote $2s$ distance entre faces actives des boudins.

Par suite, la cote $2Sp$ d'écartement des rails se réduit à $2j$, jeu

total entre boudins et rails.

Le véhicule est alors représenté par une ligne droite et l'arc de cercle de la voie par une paire de paraboles ou d'ellipses concentriques séparées par l'intervalle $2j$.

En effet :

$$x^2 + y^2 = R_c^2 \quad (\text{équation d'un cercle})$$

le changement de variables : $(x, y) \longrightarrow (x, (R_c - y))$

$$(R_c - y)^2 + x^2 = R_c^2$$

$$R_c^2 - 2R_c y + y^2 + x^2 = R_c^2$$

$$\boxed{x^2 + y^2 = 2R_c y} \quad (\text{équation d'une ellipse})$$

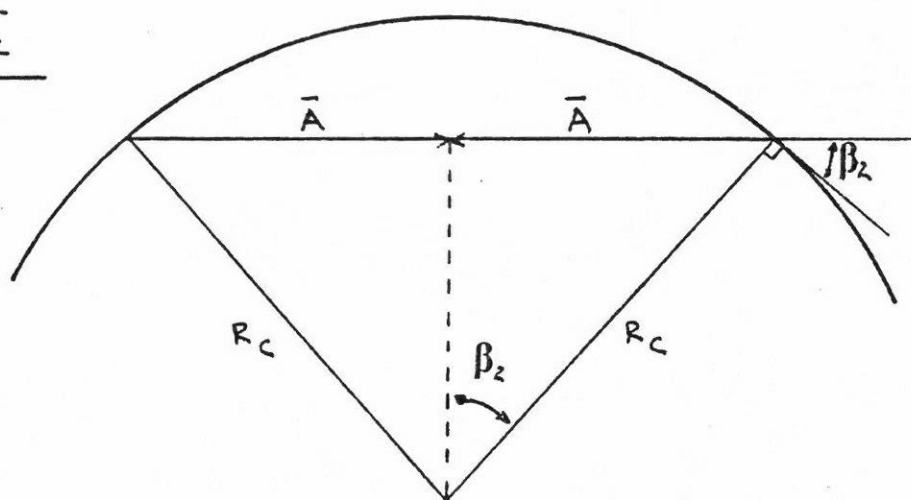
Lorsque y est petit, y^2 est négligeable, par suite :

$$x^2 = 2R_c y$$

$$\boxed{y = x^2 / 2R_c} \quad (\text{équation d'une parabole})$$

i) Angle caisse-voie

$$\boxed{\beta_2 = \frac{\bar{A}}{R_c}}$$



ii) Angle bogie-voie

Soit $2j$ le jeu total dans la voie .

Soit AB l'axe longitudinal du bogie; soit $2a$ l'empattement

En effet, \bar{u} dépend de R_c . Pour $R_c < R_{cl}$, \bar{u} est négatif et le bogie est en position crabe et totalement bridé dans la voie.

R_{cl} est la valeur pour laquelle \bar{u} est nul et l'essieu arrière en position radiale dans la voie.

$$R_{cl} = \alpha^2 / j$$

iii) Angle caisse-bogie

Finalement : $\beta_1 = \alpha + \bar{u}$

$$\beta_1 = \bar{A}/R_c + 2j/2\alpha - 2\alpha/2R_c$$

D'où l'expression du rappel élastique :

$$M_{I(FE)} = 2\bar{K}_x \bar{d}^2 (\bar{A}/R_c + 2j/2\alpha - 2\alpha/2R_c)$$

L'expression globale de $\sum_i M_I(F_i)$ est donc :

$$\sum_i M_I(F_i) = M_I(FF) + M_I(FC) + M_I(FE)$$

REMARQUES

- Parmi les forces extérieures, l'on peut aussi inclure lorsqu'on étudie le cas d'un véhicule rigide à deux essieux faisant partie d'un train, les réactions des véhicules encadrant.

Ces réactions agissent au niveau des attelages du véhicule étudié.

Il suffit d'écrire le moment par rapport à I des deux forces qui s'ajoutent ainsi.

Dans notre programme, nous n'envisagerons pas ce cas.

- La condition de non-bridage du bogie dans la voie permet de justifier les solutions technologiques adoptées pour faciliter l'inscription en courbe des bogies "CC" (bogie à trois essieux moteurs en général) .

En effet, \bar{u} dépend de $2j$. L'un des moyens utilisés pour permettre une meilleure inscription en courbe d'un bogie à trois essieux (sans qu'il soit complètement bridé dans la voie) con-

siste à augmenter le jeu dans la voie "vu par l'essieu" intermédiaire. Ceci peut être obtenu de deux manières :

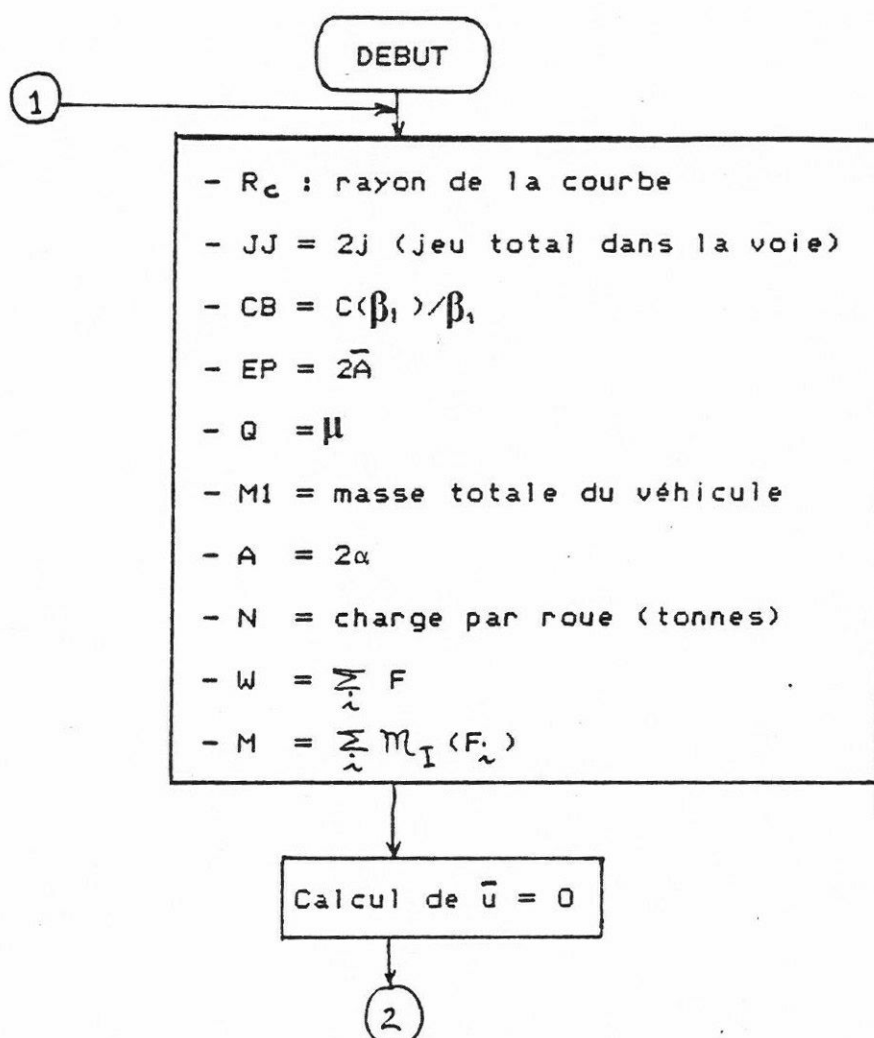
- * par amincissement des boudins,
- * par application d'un jeu latéral par rapport au châssis du bogie.

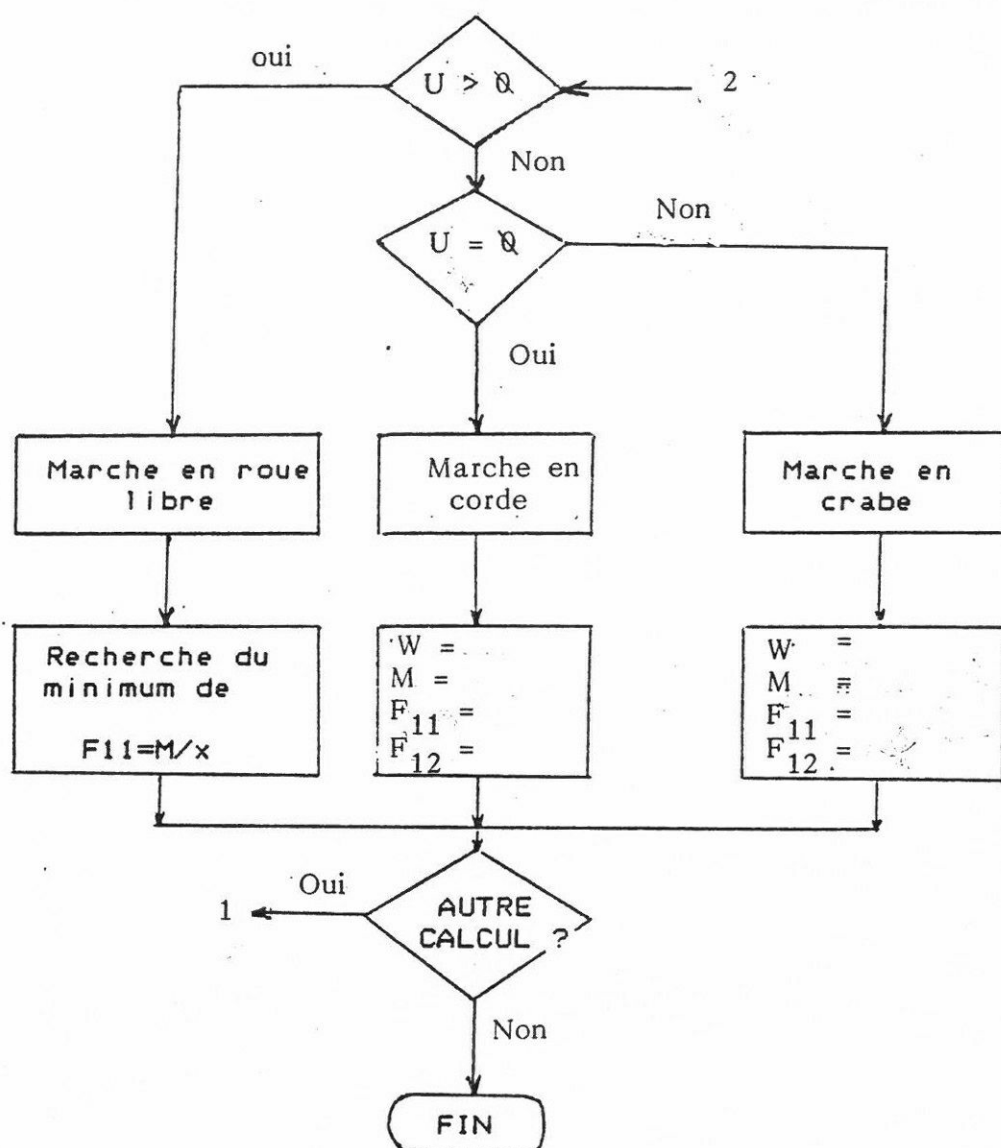
4 - 2 Programme

Expliquons maintenant le déroulement du programme de résolution mis au point pour exploiter numériquement la méthode de HEUMANN.

Le listing complet du programme se trouve aux pages 220, 221.

Organigramme





MÉTHODE DE HEUMANN

```

10 DIM A(3,4)
20 HOME
30 INVERSE : PRINT "CALCUL DES EFFORTS EN COURBE PAR LA METHODE DE HEUMAN
  N": NORMAL
40 PRINT : PRINT
50 INPUT "RAYON DE LA COURBE (m) = ?";R
60 INPUT "JEU TOTAL DANS LA VOIE (m) ?";JJ
70 INPUT "RIGIDITE ANGULAIRE CAISSE/BOGIE (daN.m/rad)?";CB
80 INPUT "ENTRAXE ENTRE PIVOTS (m) ?";EP
90 INPUT "COEFFICIENT DE FROTTEMENT ? ";Q
100 INPUT "MASSE TOTALE DU VEHICULE (tonnes) ?";M1
110 INPUT "EMPATTEMENT DU BOGIE (m) ?";A
120 INPUT "CHARGE PAR ROUE (tonnes) ?";N
130 INPUT "DISTANCE ENTRE FACES ACTIVES DES BOUDINS (m) ?";S:S = S / 2
140 INPUT "VITESSE DU VEHICULE (m/s) ?";V
150 INPUT "DEVERS (NOMBRE PUR) ?";D
160 DATA 9.81
170 READ G
180 O = JJ / A - A / (2 * R)
190 FC = M1 * (V * V / R - D * G) / (2 * G)
200 FE = CB * (EP / (2 * R) - O) / (1000 * A)
210 RESTORE
220 IF O <= 0 THEN 530
230 IF O =  $\frac{A}{R}$  THEN 630
240 DEF FN P1(X) = 2 * Q * N * (SQR (X * X + S * S) + SQR (S * S + (A -
  X * (A - X)) / X + (1 - A / (2 * X)) * (FC) + FE * A / X)
250 REM **RECHERCHE DU MINIMUM**
260 X = A / 2:XM = 0:Y = 1E10
270 FOR I = 1 TO 25
280 X = X + .1
290 V = FN P1(X)
300 IF Y < V THEN 320
310 Y = V:XM = X
320 NEXT I
330 A(1,2) = XM - .1
340 A(1,1) = A(1,2) * A(1,2):A(1,3) = 1
350 A(1,4) = FN P1(A(1,2))
360 A(2,1) = XM * XM
370 A(2,2) = XM:A(2,3) = 1
380 A(2,4) = Y
390 A(3,2) = XM + .1
400 A(3,1) = A(3,2) * A(3,2):A(3,3) = 1
410 A(3,4) = FN P1(A(3,2))
420 GOSUB 750
430 XN = - A(2,4) / (2 * A(1,4))
440 YN = FN P1(XN)
450 PRINT : PRINT
460 PRINT "EFFORT DE GUIDAGE = ";10 * YN;" KN "
470 PRINT
480 PRINT "BRAS DIRECTEUR = ";XN;" Metres"
490 PRINT : PRINT
500 INPUT "VOULEZ-VOUS EFFECTUER UN AUTRE CALCUL (OUI/NON) ?";W$
510 IF LEFT$(W$,1) = "O" THEN 20
520 END

```

Remarque : On fait varier x de α à 3α

α : position corde et on détecte le minimum

$$y = \frac{\sum m_i(F_i)}{x}$$


```

530 REM --CAS DE LA MARCHÉ EN CRABE--
540 PRINT : PRINT : PRINT
550 INVERSE : PRINT "LE BOGIE EST EN POSITION CRABE DANS LA VOIE": NORMAL

```

```

560 P = A / 2 + R * JJ / A
570 M = 2 * Q * N * ( SQR (P * P + S * S) + SQR (S * S + (A - P) * (A - P))) + (P - A / 2) * (FC) + FE * A
580 W = 2 * Q * N * (P / ( SQR (P * P + S * S)) + (P - A) / ( SQR (S * S + (A - P) * (A - P)))) + FC
590 P1 = M / A + W * (1 / 2 - R * JJ / (A * A))
600 P2 = M / A - W * (1 / 2 + R * JJ / (A * A))
610 IF O < > 0 THEN 680
620 REM --CAS DE LA MARCHÉ EN CORDE--
630 P = A / 2
640 M = 2 * Q * N * ( SQR (P * P + S * S) + SQR (S * S + (A - P) * (A - P))) + (P - A / 2) * (FC) + FE * A
650 W = 2 * Q * N * (P / ( SQR (P * P + S * S)) + (P - A) / ( SQR (S * S + (A - P) * (A - P)))) + FC
660 P1 = M / A + W / 2
670 P2 = - M / A + W / 2
680 PRINT : PRINT
690 PRINT "P1 = "; 10 * P1; " KN "
700 PRINT
710 PRINT "P2 = "; 10 * P2; " KN "
720 PRINT : PRINT
730 GOTO 500
740 REM RESOLUTION D'UN SYSTEME LINEAIRE
750 FOR J = 1 TO 3
760 FOR I = J TO 3
770 IF A(I,J) < > 0 THEN 810
780 NEXT I
790 PRINT "PAS DE SOLUTION UNIQUE"
800 END
810 FOR K = 1 TO 4
820 XX = A(J,K)
830 A(J,K) = A(I,K)
840 A(I,K) = XX
850 NEXT K
860 YY = 1 / A(J,J)
870 FOR K = 1 TO 4
880 A(J,K) = YY * A(J,K)
890 NEXT K
900 FOR I = 1 TO 3
910 IF I = J THEN 960
920 YY = - A(I,J)
930 FOR K = 1 TO 4
940 A(I,K) = A(I,K) + YY * A(J,K)
950 NEXT K
960 NEXT I
970 NEXT J
980 RETURN

```

A N N E X E 13

CIRCULATION EN COURBE

Modélisation du comportement semi-statique
d'un véhicule ferroviaire

ESSIEUX A PSEUDOGLISSSEMENT CONTROLE ($C_\varphi \neq 0$)
ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES ($C_\varphi = 0$)

Bogie avant

Forces de pseudoglisement linéaires

SPIN $\neq 0$

SYSTEME LINEAIRE 9X9

α_1	y_{11}	y_{12}	α_{11}	α_{12}	$\dot{\varphi}_{111}$	$\dot{\varphi}_{112}$	$\dot{\varphi}_{121}$	$\dot{\varphi}_{122}$
$+2k_x \bar{d}^2$ $+4k_x d^2$ $+4k_y a^2$	$+\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $+2k_x \frac{d^2}{a}$	$-\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $-2k_x \frac{d^2}{a}$	$-2k_x d^2$	$-2k_x d^2$				
$-2k_y a$	$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\zeta +$ $2c_{23}\lambda \frac{\gamma_o}{r_o} \cdot$ $(\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R\gamma_o})$		$-2c_{22}\lambda$		$-\frac{c_{23}\lambda\gamma_o}{V}$	$+\frac{c_{23}\lambda\gamma_o}{V}$		
$+2k_y a$		$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\zeta +$ $2c_{23}\lambda \frac{\gamma_o}{r_o} \cdot$ $(\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R\gamma_o})$		$-2c_{22}\lambda$			$-\frac{c_{23}\lambda\gamma_o}{V}$	$+\frac{c_{23}\lambda\gamma_o}{V}$
$-2k_x d^2$	$\frac{4C_{\varphi}V\gamma_o e_o}{r_o^3} +$ $\frac{2c_{33}\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R\gamma_o})$ $-\frac{k_x d^2}{a}$	$+k_x \frac{d^2}{a}$	$2k_x d^2 + 2c_{23} -$ $(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\epsilon_o \gamma_o$		$-\frac{2C_{\varphi}e_o}{r_o}$ $-\frac{c_{33}\gamma_o}{V}$	$+\frac{2C_{\varphi}e_o}{r_o}$ $+\frac{c_{33}\gamma_o}{V}$		
$-2k_x d^2$	$-k_x \frac{d^2}{a}$	$\frac{4C_{\varphi}V\gamma_o e_o}{r_o^3} +$ $\frac{2c_{33}\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o}{r_o} - \frac{1}{R\gamma_o})$ $+\frac{k_x d^2}{a}$		$2k_x d^2 + 2c_{23} -$ $(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\epsilon_o \gamma_o$			$-\frac{2C_{\varphi}e_o}{r_o}$ $-\frac{c_{33}\gamma_o}{V}$	$+\frac{2C_{\varphi}e_o}{r_o}$ $+\frac{c_{33}\gamma_o}{V}$
	$-\frac{2C_{\varphi}V\gamma_o}{r_o^2} -$ $\frac{c_{33}\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o^2}{r_o} - \frac{1}{R})$		$-c_{23}\gamma_o$		$+C_{\varphi} -$ $\frac{c_{33}\gamma_o^2}{V} +$ $\frac{c_{11}r_o^2}{V}$	$-C_{\varphi}$		
	$+\frac{2C_{\varphi}V\gamma_o}{r_o^2} +$ $\frac{c_{33}\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o^2}{r_o} - \frac{1}{R})$		$+c_{23}\gamma_o$		$-C_{\varphi}$	$+C_{\varphi} +$ $\frac{c_{33}\gamma_o^2}{V} +$ $\frac{c_{11}r_o^2}{V}$		
		$-\frac{2C_{\varphi}V\gamma_o}{r_o^2} -$ $\frac{c_{33}\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o^2}{r_o} - \frac{1}{R})$		$-c_{23}\gamma_o$			$+C_{\varphi} +$ $\frac{c_{33}\gamma_o^2}{V} +$ $\frac{c_{11}r_o^2}{V}$	$-C_{\varphi}$
		$+\frac{2C_{\varphi}V\gamma_o}{r_o^2} +$ $\frac{c_{33}\gamma_o}{r_o} (\frac{\gamma_o^2}{r_o} - \frac{1}{R})$		$+c_{23}\gamma_o$			$-C_{\varphi}$	$+C_{\varphi} +$ $\frac{c_{33}\gamma_o^2}{V} +$ $\frac{c_{11}r_o^2}{V}$

×

α_1	y_{11}	y_{12}	α_{11}	α_{12}	$\dot{\varphi}_{111}$	$\dot{\varphi}_{112}$	$\dot{\varphi}_{121}$	$\dot{\varphi}_{122}$
------------	----------	----------	---------------	---------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

=

$2\bar{k}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c}$	$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p)$ $+ 2c_{23}\lambda \frac{1}{R_c}$	$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p)$ $+ 2c_{23}\lambda \frac{1}{R_c}$	$+2k_x d^2 \frac{a}{R_c} + \frac{2c_{33}}{R_c} + \frac{4C_{\varphi}e_o^2 V}{r_o^2 R_c}$	$-2k_x d^2 \frac{a}{R_c} + \frac{2c_{33}}{R_c} + \frac{4C_{\varphi}e_o^2 V}{r_o^2 R_c}$	$-c_{33} \frac{\gamma_o^2}{r_o} - c_{33} \frac{\gamma_o}{R_c} - \frac{2C_{\varphi}e_o V}{r_o R_c}$	$-c_{33} \frac{\gamma_o^2}{r_o} + c_{33} \frac{\gamma_o}{R_c} + \frac{2C_{\varphi}e_o V}{r_o R_c}$	$-c_{33} \frac{\gamma_o^2}{r_o} - c_{33} \frac{\gamma_o}{R_c} - \frac{2C_{\varphi}e_o V}{r_o R_c}$	$-c_{33} \frac{\gamma_o^2}{r_o} + c_{33} \frac{\gamma_o}{R_c} + \frac{2C_{\varphi}e_o V}{r_o R_c}$
--	--	--	---	---	--	--	--	--

ANNEXE 14

CIRCULATION EN COURBE

Modélisation du comportement semi-statique
d'un véhicule ferroviaire

ESSIEUX A PSEUDOGLISSSEMENT CONTROLE ($C_\phi \neq 0$)

ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES ($C_\phi = 0$)

Bogie avant

Forces de pseudoglissemment non-linéaires
 $spin = 0$

SYSTEME 9X9

α_1^*	y_{11}	y_{12}	α_{11}	α_{12}	φ_{111}^*	φ_{112}^*	φ_{121}^*	φ_{122}^*
$+2\bar{k}_x \bar{d}^2$ $+4k_x d^2$ $+4k_y a^2$	$+\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $+2k_x \frac{d^2}{a}$	$-\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $-2k_x \frac{d^2}{a}$	$-2k_x d^2$	$-2k_x d^2$				
$-2k_y a$	$+(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\zeta$		$-2c_{22} \chi \cdot$ $[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{11} +$ $\frac{1}{27} (\frac{c_{22}}{\mu N} a_{11})^2]$					
$+2k_y a$		$+(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\zeta$		$-2c_{22} \chi \cdot$ $[1 - \frac{1}{3} \frac{c_{22}}{\mu N} a_{12} +$ $\frac{1}{27} (\frac{c_{22}}{\mu N} a_{12})^2]$				
$-2k_x d^2$	$\frac{4c_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3}$ $-k_x \frac{d^2}{a}$	$+k_x \frac{d^2}{a}$	$2k_x d^2 -$ $(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\gamma_e \gamma_o$		$-\frac{2c_\varphi e_o}{r_o}$	$+\frac{2c_\varphi e_o}{r_o}$		
$-2k_x d^2$	$-k_x \frac{d^2}{a}$	$\frac{4c_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3}$ $+k_x \frac{d^2}{a}$		$2k_x d^2$ $-(m \cdot \hat{m} + \frac{M}{2} + \frac{\bar{M}}{4})g\gamma_e \gamma_o$			$-\frac{2c_\varphi e_o}{r_o}$	$+\frac{2c_\varphi e_o}{r_o}$
	$-\frac{2c_\varphi V \gamma_e}{r_o^2}$				$+c_\varphi +$ $\frac{c_{11} r_o^2}{V} (1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}}{\mu N} \cdot$ $-\frac{\varphi_{111}^*}{V} r_o + \frac{1}{27} \cdot$ $[\frac{c_{11}}{\mu N} (-\frac{\varphi_{111}^*}{V} r_o)]^2)$	$-c_\varphi$		
	$+\frac{2c_\varphi V \gamma_e}{r_o^2}$				$-c_\varphi$	$+c_\varphi +$ $\frac{c_{11} r_o^2}{V} (1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}}{\mu N} \cdot$ $-\frac{\varphi_{112}^*}{V} r_o + \frac{1}{27} \cdot$ $[\frac{c_{11}}{\mu N} (-\frac{\varphi_{112}^*}{V} r_o)]^2)$		
		$-\frac{2c_\varphi V \gamma_e}{r_o^2}$					$+c_\varphi +$ $\frac{c_{11} r_o^2}{V} (1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}}{\mu N} \cdot$ $-\frac{\varphi_{121}^*}{V} r_o + \frac{1}{27} \cdot$ $[\frac{c_{11}}{\mu N} (-\frac{\varphi_{121}^*}{V} r_o)]^2)$	$-c_\varphi$
		$+\frac{2c_\varphi V \gamma_e}{r_o^2}$					$-c_\varphi$	$+c_\varphi +$ $\frac{c_{11} r_o^2}{V} (1 - \frac{1}{3} \frac{c_{11}}{\mu N} \cdot$ $-\frac{\varphi_{122}^*}{V} r_o + \frac{1}{27} \cdot$ $[\frac{c_{11}}{\mu N} (-\frac{\varphi_{122}^*}{V} r_o)]^2)$

×

 α_{12}

=

α_1^*	$+2\bar{k}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c}$
y_{11}	$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p)$
y_{12}	$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)(\frac{V^2}{R_c} - g\delta_p)$
α_{11}	$+2k_x d^2 \frac{a}{R_c}$ $+\frac{4c_\varphi e_o^2 V}{r_o^2 R_c}$
α_{12}	$-2k_x d^2 \frac{a}{R_c}$ $+\frac{4c_\varphi e_o^2 V}{r_o^2 R_c}$
φ_{111}^*	$-\frac{2c_\varphi e_o V}{r_o R_c}$
φ_{112}^*	$+\frac{2c_\varphi e_o V}{r_o R_c}$
φ_{121}^*	$-\frac{2c_\varphi e_o V}{r_o R_c}$
φ_{122}^*	$+\frac{2c_\varphi e_o V}{r_o R_c}$

A N N E X E 15

CIRCULATION EN COURBE

Modélisation du comportement semi-statique
d'un véhicule ferroviaire

ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

Bogie avant
Forces de pseudoglisement non-linéaires
 $spin = \emptyset$

SYSTEME 5 X 5

u_{12} u_{11} y_{12} y_{11} α_1^*

$+2\bar{k}_x \bar{d}^2$ $+4k_x d^2$ $+4k_y a^2$	$+\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$ $+2k_x \frac{d^2}{a}$	$-2k_x \frac{d^2}{a}$ $-\frac{\bar{k}_x \bar{d}^2}{a}$	$-2k_x d^2$ $-2k_x d^2$	$-2k_x d^2$
$-2k_y a$	$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\zeta$		$-2C_{22}\chi$ $[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{22}}{\mu N} a_{11} + \frac{1}{27} (\frac{C_{22}}{\mu N} a_{11})^2]$	
$+2k_y a$		$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\zeta$		$-2C_{22}\chi \cdot$ $[1 - \frac{1}{3} \frac{C_{22}}{\mu N} a_{12} + \frac{1}{27} (\frac{C_{22}}{\mu N} a_{12})^2]$
$-2k_x d^2$	$-\frac{k_x d^2}{a}$	$+\frac{d^2}{a}$ $+k_x \frac{d^2}{a}$	$2k_x d^2$ $-(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\epsilon_0 \gamma_0$	
$-2k_x d^2$	$-k_x \frac{d^2}{a}$	$+\frac{k_x d^2}{a}$		$2k_x d^2$ $-(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)g\epsilon_0 \gamma_0$

 \times $=$

$$+2\bar{k}_x \bar{d}^2 \frac{\bar{A}}{R_c}$$

$$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)(-\frac{V^2}{R_c} - g\delta_r)$$

$$(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m)(-\frac{V^2}{R_c} - g\delta_r)$$

$$+2k_x d^2 \frac{a}{R_c}$$

$$-2k_x d^2 \frac{a}{R_c}$$

 α_1^* y_{11} y_{12} u_{11} u_{12}

$$\omega_{111} = \frac{V}{r_0} - V \frac{\gamma_c}{r_0^2} y_{11}$$

$$\omega_{112} = \frac{V}{r_0} + V \frac{\gamma_c}{r_0^2} y_{11}$$

$$\omega_{121} = \frac{V}{r_0} - V \frac{\gamma_c}{r_0^2} y_{11}$$

$$\omega_{122} = \frac{V}{r_0} + V \frac{\gamma_c}{r_0^2} y_{11}$$

THESE

présentée à

L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTORAT DE L'ENPC

Spécialité : TRANSPORT

par

Christos PYRGIDIS



**COMPORTEMENT TRANSVERSAL
D'UN VEHICULE FERROVIAIRE
EN ALIGNEMENT ET EN COURBE
NOUVELLES TECHNOLOGIES DES BOGIES
ETUDE COMPARATIVE
TOME II**

soutenue le 15 Février 1990

Jury :	M. Bernard HALPHEN	Président
	M. Roland JOLY	Directeur de thèse
	M. Maurice ROSEAU	Rapporteur
	M. Dominique CHEVALLIER	Rapporteur
	M. Philippe ROUMEGUERE	Examineur

D Y N A M I Q U E

F E R R O V I A I R E

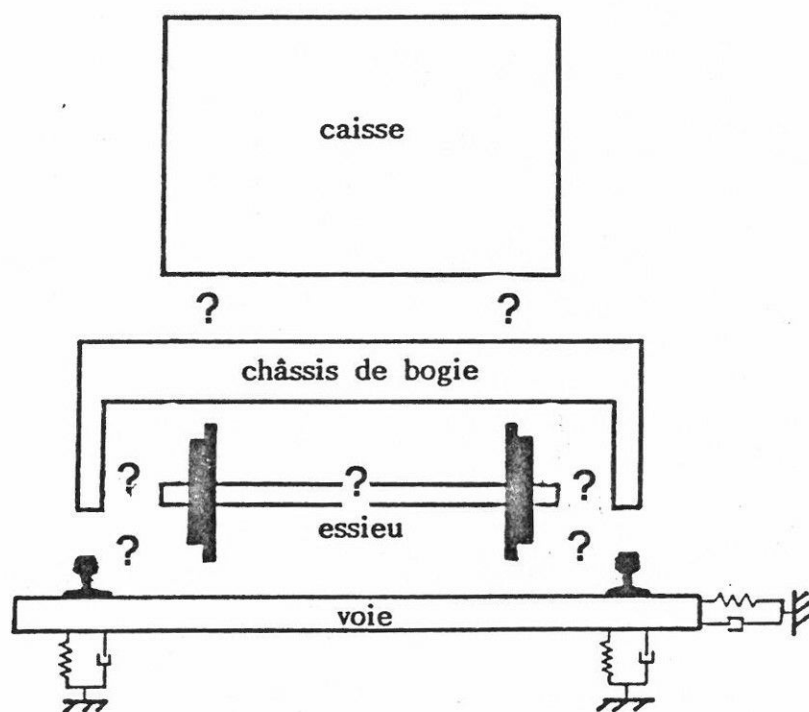


TABLE DES MATIERES

=====

	Pages
<u>DEUXIEME PARTIE</u>	
ETUDE DE LA DYNAMIQUE TRANSVERSALE D'UN VEHICULE FERROVIAIRE EN ALIGNEMENT ET EN COURBE	228
1 - Stabilité transversale en alignement	229
1.1 - Méthode utilisée	230
1.2 - Caractéristiques du véhicule pris comme référence	232
1.3 - Bogie conventionnel à essieux classiques	233
1.3.1 - Analyse des résultats	233
1.3.1.1 - Véhicule complet	233
1.3.1.2 - Essieu relié à un bâti rigide	246
1.4 - Bogie à liaisons directes entre essieux	249
1.4.1 - Analyse des résultats	249
1.5 - Bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé	258
1.5.1 - Analyse des résultats	258
1.6 - Bogie à essieux à roues indépendantes	277
2 - Circulation en courbe	278
2.1 - Méthode utilisée	279
2.2 - Caractéristiques du véhicule pris comme référence Paramètres de la voie	282
2.3 - Bogie conventionnel à essieux classiques	285
2.3.1 - Analyse des résultats	285
2.4 - Bogie à liaisons directes entre essieux	315
2.4.1 - Analyse des résultats	315
2.4.2 - Mécanisme du positionnement d'un bogie à essieux auto-orientés dans une courbe de faible rayon.	333

2.5 - Bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé.	346
2.5.1 - Analyse des résultats	346
2.5.1.1 - Courbes de grand rayon	346
2.5.1.2 - Courbes de faible rayon	369
2.6 - Bogies à roues indépendantes	376
2.6.1 - Analyse des résultats	376
2.6.1.1 - Courbes de grand rayon	376
2.6.1.2 - Courbes de faible rayon	398
3 - Réalisation et développements technologiques	407
3.1 - Bogies conventionnels	408
3.2 - Bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé	408
3.3 - Bogies à roues indépendantes	408
3.4 - Bogies à liaisons directes entre essieux (K_s , K_b) Bogies à essieux auto-orientés	409
4 - Conclusions	420
ANNEXES	449
1 - Stabilité transversale en alignement - Modélisation du comportement dynamique d'un essieu relié à un bâti ridge par des liaisons élastiques K_x , K_y - Essieu conventionnel - Système 2 x 2.	450
2 - Comportement dynamique d'un essieu à pseudoglisement contrôlé roulant sur une voie en alignement	452

REFERENCES

467

BIBLIOGRAPHIE

470

DEUXIEME PARTIE

ETUDE DU COMPORTEMENT
TRANSVERSAL D'UN
VEHICULE FERROVIAIRE
EN ALIGNEMENT ET EN COURBE

ANALYSE DES RESULTATS

I - STABILITE TRANSVERSALE
EN ALIGNEMENT

1.1 - METHODE UTILISEE

L'étude de la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire circulant à vitesse constante sur une voie en alignement de bonne qualité sera effectuée pour toutes les technologies de bogies étudiées dans ce mémoire.

Les systèmes différentiels simulant le comportement dynamique du véhicule sont donnés dans les annexes (5) et (7) de la 1ère partie:

(5) : $K_s = K_b = \emptyset$: bogie conventionnel à essieux classiques

$K_s \neq \emptyset, K_b \neq \emptyset$: bogie à liaisons directes entre essieux

(7) : $C_\varphi \neq \emptyset$: bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé

$C_\varphi = \emptyset$: bogie à roues indépendantes

Ces systèmes différentiels peuvent se mettre sous la forme matricielle ci-après :

$$[M] [q_i''] + [C] [q_i'] + [K] [q_i] = \emptyset$$

avec : M : matrice d'inertie

C : matrice de dissipation

K : matrice de rigidité

q_i : paramètre banal

La détermination des vitesses critiques qui définissent les vitesses maximales de circulation en toute sécurité est obtenue en recherchant les valeurs propres de la matrice associée au système différentiel (valeurs propres qui dépendent de la vitesse V).

$$\left[\begin{array}{c|c} \emptyset & -[1] \\ \hline [M^{-1}] [K] & [M^{-1}] [C] \end{array} \right]$$

Ces valeurs propres ont la forme :

$$q(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{P_i t} \quad (\text{oscillations libres})$$

avec P_i = complexe de la forme

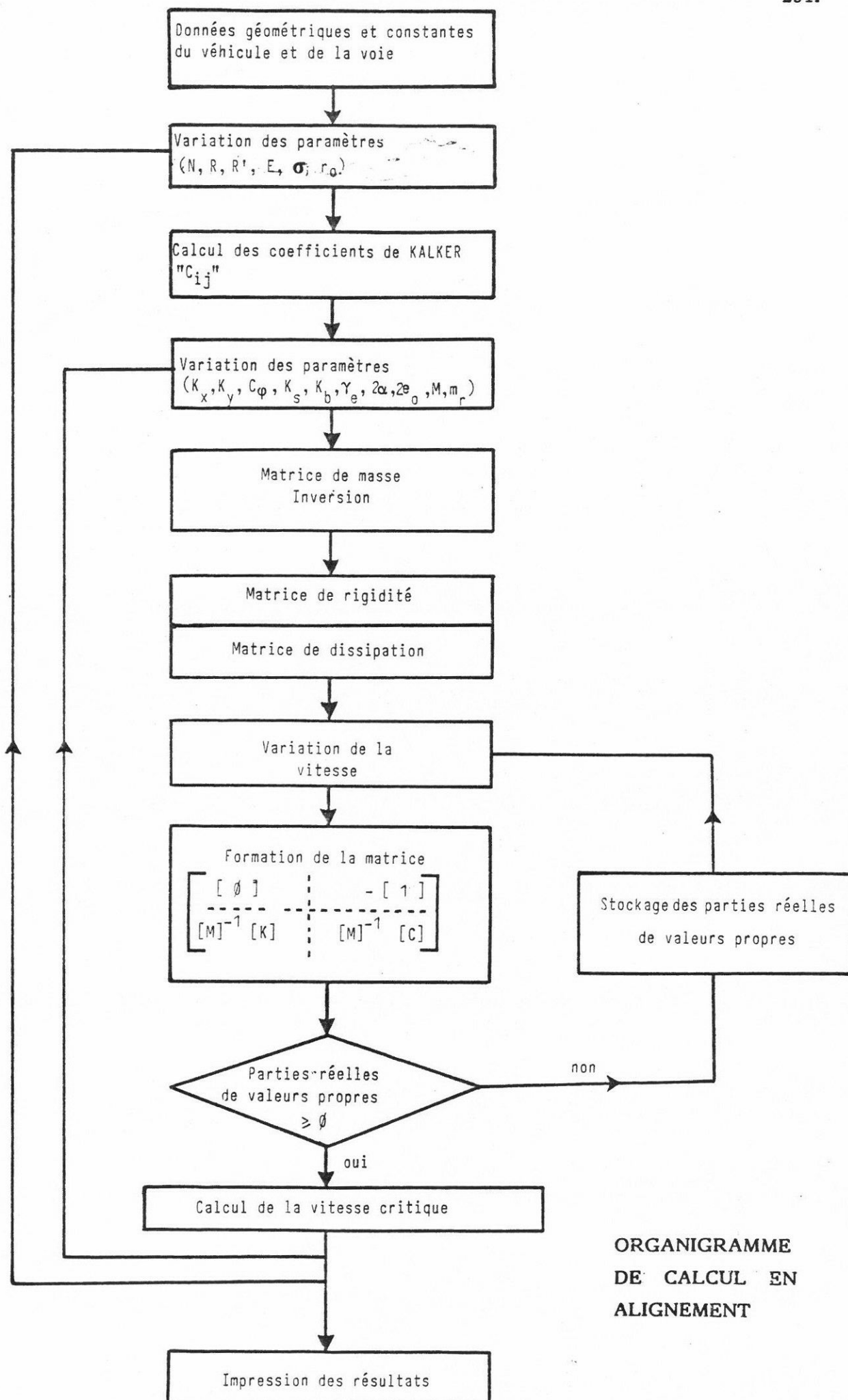
$$P_i = S_i + j\omega_i$$

S_i : caractérise l'amortissement

ω_i : caractérise la pulsation du mode oscillatoire.

L'organigramme de calcul est donné à la page 231.

./.



On a instabilité dynamique quand S_1 devient positif. L'instabilité apparaît sur les modes oscillatoires relatifs aux essieux.

Avec de tels modèles, il est possible de définir les caractéristiques optimales de construction du véhicule pour atteindre une vitesse critique aussi élevée que possible (cas des bogies T.G.V.).

Afin de mieux comprendre le mécanisme de la stabilité transversale d'un véhicule on a étudié le comportement d'un essieu dans la voie. Ceci permet, en particulier, de montrer que l'origine de l'instabilité d'un véhicule provient essentiellement des forces de pseudoglisement et de la géométrie de contact roue-rail.

1.2 - CARACTERISTIQUES DU VEHICULE PRIS COMME REFERENCE

Le véhicule est constitué par une caisse BUDD et de deux bogies 1231, construits par la Société Creusot-Loire. On donne ci-après les caractéristiques principales de ce véhicule :

\bar{M} = 43 200 kg	\bar{h}_0 = 0,880 m
M = 3 020 kg	\bar{h}_1 = 0,210 m
m = 1 500 kg	\bar{h}_2 = \emptyset
\hat{m} = 250 kg	h_1 = \emptyset
\bar{K}_x = $1,73 \cdot 10^5$ N/m	h_0 = 0,120
\bar{K}_y = $1,73 \cdot 10^5$ N/m	H = 0,467 m
\bar{K}_z = $5,30 \cdot 10^5$ N/m	H_1 = 0,270 m
K_x = $3,90 \cdot 10^7$ N/m	\bar{d} = 1 m
	$d = d' = 1$ m
K_y = $7,85 \cdot 10^6$ N/m	$2\alpha = 3$ m
K_z = $9,75 \cdot 10^5$ N/m	\bar{b}_0 = 1,30 m
\bar{C}_x = \emptyset	$2\bar{K}_0\bar{b}_0^2 = 10^7$ N/m
\bar{C}_y = 35 000 N/m/s	$\gamma_0 = 0,025$
\bar{C}_z = 15 000 N/m/s	$r_0 = 0,45$ m
$C_x = C_y = \emptyset$	$e_0 = 0,75$ m
C_z = 10 800 N/m/s	$\gamma_e = 0,10$ m
\bar{O}_x = 1,27 m	$2\bar{A} = 18,135$ m

$$\bar{0}_y = \bar{0}_z = 7,50 \text{ m}$$

$$2\ell = 0,165 \text{ m}$$

$$\bar{0}_x = 0,84 \text{ m}$$

$$R' = 0,300 \text{ m}$$

$$\bar{0}_y = \bar{0}_z = 1,16 \text{ m}$$

Charge par essieu :

$$\rho_x = \rho_z = 0,73 \text{ m}$$

$$\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + m\right) g \approx 140600 \text{ N}$$

$$\rho_y = 0,25 \text{ m}$$

Paramètres variables : $K_x, K_y, \gamma_e, r_o, 2e_o, 2\alpha, M$

Les données ci-dessus sont valables pour un véhicule équipé de bogies conventionnels à essieux rigides (classiques). Pour les autres cas on a introduit les caractéristiques des liaisons supplémentaires.

Bogie à essieux auto-orientés

- K_s : rigidité de la liaison transversale entre essieux (N/m)
- K_b : rigidité angulaire entre essieux (N.m)
- $K_x = 10^5 \text{ N/m}, K_y = 10^6 \text{ N/m}$ - paramètres variables : K_s, K_b, γ_e

Bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé

- C_ϕ : caractéristique d'amortissement du coupleur magnétique (N.m.s)
- forces de pseudoglisement longitudinal faibles.
- $m_r = 750 \text{ kg}$ $\rho_y = 0,30 \text{ m}$ - Paramètres variables : $K_x, K_y, C_\phi, \gamma_e, 2e_o, r_o, 2\alpha, m_r$

Bogie à roues indépendantes

- $C_\phi = \emptyset$
- forces de pseudoglisement longitudinal très faibles.
- $m_r = 750 \text{ kg}$ $\rho_y = 0,30 \text{ m}$

1.3 - BOGIE CONVENTIONNEL A ESSIEUX CLASSIQUES

1.3.1 - ANALYSE DES RESULTATS

1.3.1.1. - Véhicule complet

Influence de la conicité équivalente (γ_e)

La figure 1 donne les variations de la vitesse critique du véhicule en fonction de γ_e .

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(\gamma_e)$$

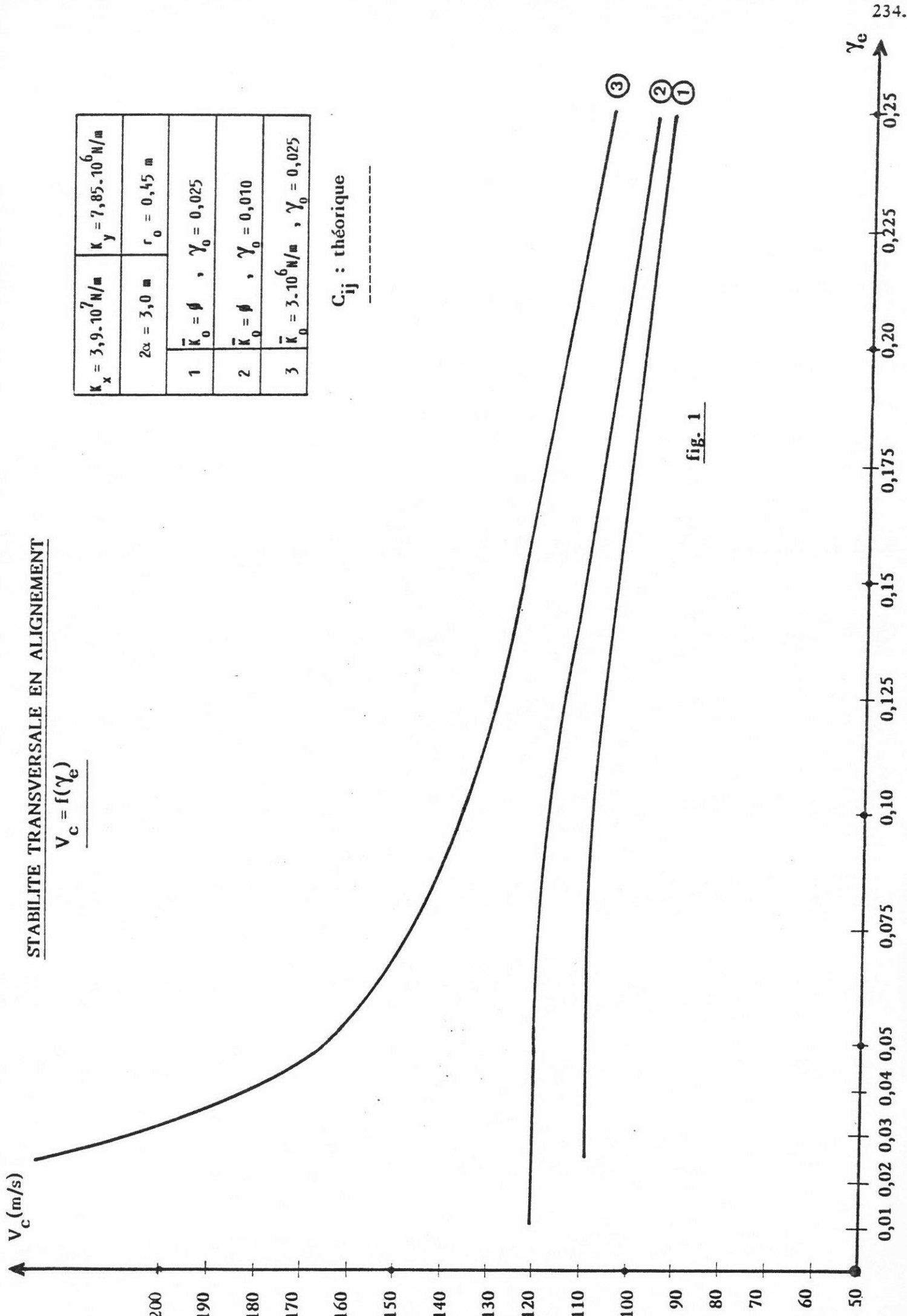


fig. 1

C_{ij} : théorique

$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	$r_0 = 0,45 \text{ m}$
1 $\bar{K}_0 = \emptyset$, $\gamma_0 = 0,025$	
2 $\bar{K}_0 = \emptyset$, $\gamma_0 = 0,010$	
3 $\bar{K}_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ N/m}$, $\gamma_0 = 0,025$	

Sans dispositif anti-lacet la vitesse critique est peu influencée par l'usure des roues ($\gamma_e < 0,20$).

Un profil d'origine, de pente $\gamma_0 = 0,010$ entraîne une légère augmentation de la vitesse critique ($\gamma_0 = 0,025$).

Avec des dispositifs anti-lacet⁽¹⁾ placés entre caisse et bogies on obtient des vitesses critiques plus élevées. Ces dispositifs sont absolument indispensables pour rouler à des vitesses supérieures à 300 km/h. Par contre, la stabilité du véhicule est très influencée par l'augmentation de la conicité.

Influence des caractéristiques de guidage des essieux (K_x, K_y)

Les figures 2 et 3 donnent la variation de la vitesse critique en fonction des caractéristiques de guidage des essieux (K_x, K_y).

La rigidification de la suspension primaire entraîne une augmentation de la vitesse critique. Le tableau ci-dessous donne quelques résultats qui montrent que K_x et K_y ont une influence très importante sur la stabilité du véhicule.

$K_x = 10^7 \text{ N/m},$	$K_y = 5 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$V_c = 107 \text{ m/sec}$
$K_x = 5 \cdot 10^6 \text{ N/m},$	$K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$V_c = 87,8 \text{ m/sec}$
$K_x = 10^7 \text{ N/m},$	$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$V_c = 60 \text{ m/sec}$
$K_x = 10^6 \text{ N/m},$	$K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$V_c = 40 \text{ m/sec}$

La vitesse critique maximale est obtenue pour :

$$\left. \begin{array}{l} K_x = 1,5 \cdot 10^7 \text{ N/m} \\ K_y = 10^7 \text{ N/m} \end{array} \right\} V_{c \max} = 120,25 \text{ m/sec}$$

Pour une liaison élastique entre châssis de bogie et essieux pratiquement rigide (valeurs de K_x, K_y égales à 10^8 N/m) la vitesse critique diminue.

./.

(1) L'influence de ces dispositifs anti-lacet, à caractéristiques de fonctionnement non linéaire a été étudiée par M. JOLY [16].

$V_c = f(K_x)$

C_{ij} : théorique

$\gamma_e = 0,10$	$2\alpha = 3,0$ m
$r_0 = 0,45$ m	$\bar{K}_0 = \phi$
1 $K_y = 10^6$ N/m	3 $K_y = 10^7$ N/m
2 $K_y = 5 \cdot 10^6$ N/m	4 $K_y = 10^8$ N/m

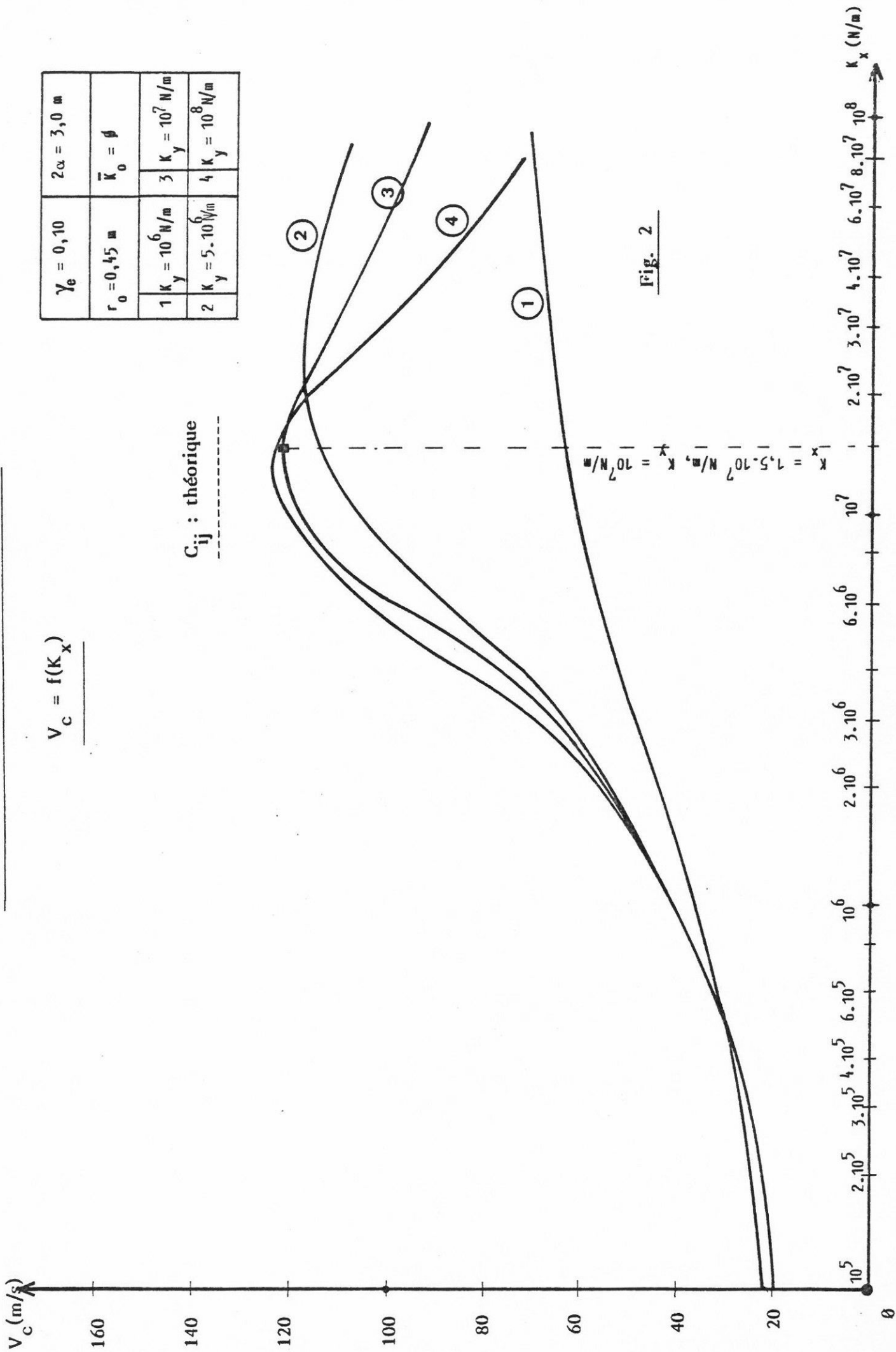


Fig. 2

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

V_c (m/s)

$$V_c = f(K_y)$$

C_{ij} = théorique

$\bar{K}_0 = \emptyset$	$r_0 = 0,45$ m
$\gamma_0 = 0,10$	$2\alpha = 3,0$ m
1 $K_x = 10^6$ N/m	3 $K_x = 10^7$ N/m
2 $K_x = 5 \cdot 10^6$ N/m	4 $K_x = 5 \cdot 10^7$ N/m

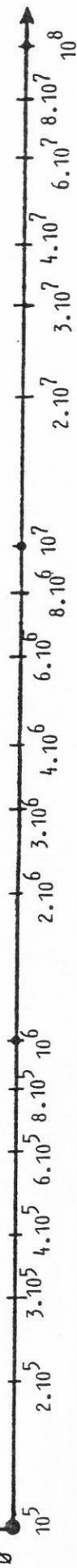
③

②

④

①

Fig. : 3



Quand K_x et K_y prennent des valeurs très élevées ($> 10^8 \text{ N/m}$), l'ensemble bogie-essieux peut être considéré comme un système rigide. Dans ce cas, on peut montrer que la stabilité du bogie est très inférieure à celle obtenue avec un bogie élastique. Pour des faibles vitesses, la fréquence cinématique de ce système est donnée par la formule (1) :

$$\omega = v \sqrt{\frac{\gamma_e}{e_o r_o (1 + \frac{\alpha^2}{e_o^2})}} \quad (1) \quad \omega = v \sqrt{\frac{\gamma_e}{e_o r_o}} \quad (2)$$

Dans le cas d'un essieu isolé dans la voie, on a dans les mêmes conditions une fréquence cinématique donnée par la formule (2).

Les courbes des fig. 1, 2 et 3 ont été obtenues avec les coefficients C_{ij} donnés par l'application de la théorie linéaire de KALKER. Les résultats obtenus, par différents réseaux, montrent qu'une bonne corrélation entre résultats théoriques et expérimentaux est obtenue en remplaçant les coefficients de pseudoglisement théoriques par les quantités $0,67 C_{ij}$. Les courbes des fig. 4 et 5 ont été obtenues en prenant les coefficients de glissement réduits ($C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$). La comparaison des courbes obtenues avec celles données par les fig. 1 et 2 permet d'apprécier les écarts entre les résultats expérimentaux et théoriques. En prenant des coefficients de pseudoglisement réduits les vitesses optimales sont obtenues pour des caractéristiques de guidage plus faibles.

Influence de la masse du châssis de bogie (M)

L'augmentation de la masse suspendue du châssis de bogie entraîne une diminution des vitesses critiques (fig. 6) ; c'est la raison pour laquelle les moteurs de traction des rames TGV ont été montés sous la caisse.

Influence de l'écartement de la voie ($2e_o$)

La variation de la vitesse critique en fonction de (e_o) est donnée par la fig. 7

La vitesse critique décroît, d'une manière linéaire, avec l'augmentation de l'écartement de la voie.

Influence de l'empattement du bogie (2α)

La variation de la vitesse critique, en fonction de (α) est donnée par la fig. 8.

La vitesse critique croît, d'une manière linéaire et rapidement, avec l'augmentation de l'empattement du bogie.

Pour l'influence des autres paramètres de construction du véhicule on se réfèrera à la thèse de R. JOLY [16].

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(\gamma_e)$$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

	$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
	$2\alpha = 3,0^\circ$	$r_0 = 0,45 \text{ m}$
1	$\bar{K}_0 = \emptyset$	$\gamma_0 = 0,025$
2	$\bar{K}_0 = \emptyset$	$\gamma_0 = 0,010$
3	$\bar{K}_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$\gamma_0 = 0,025$

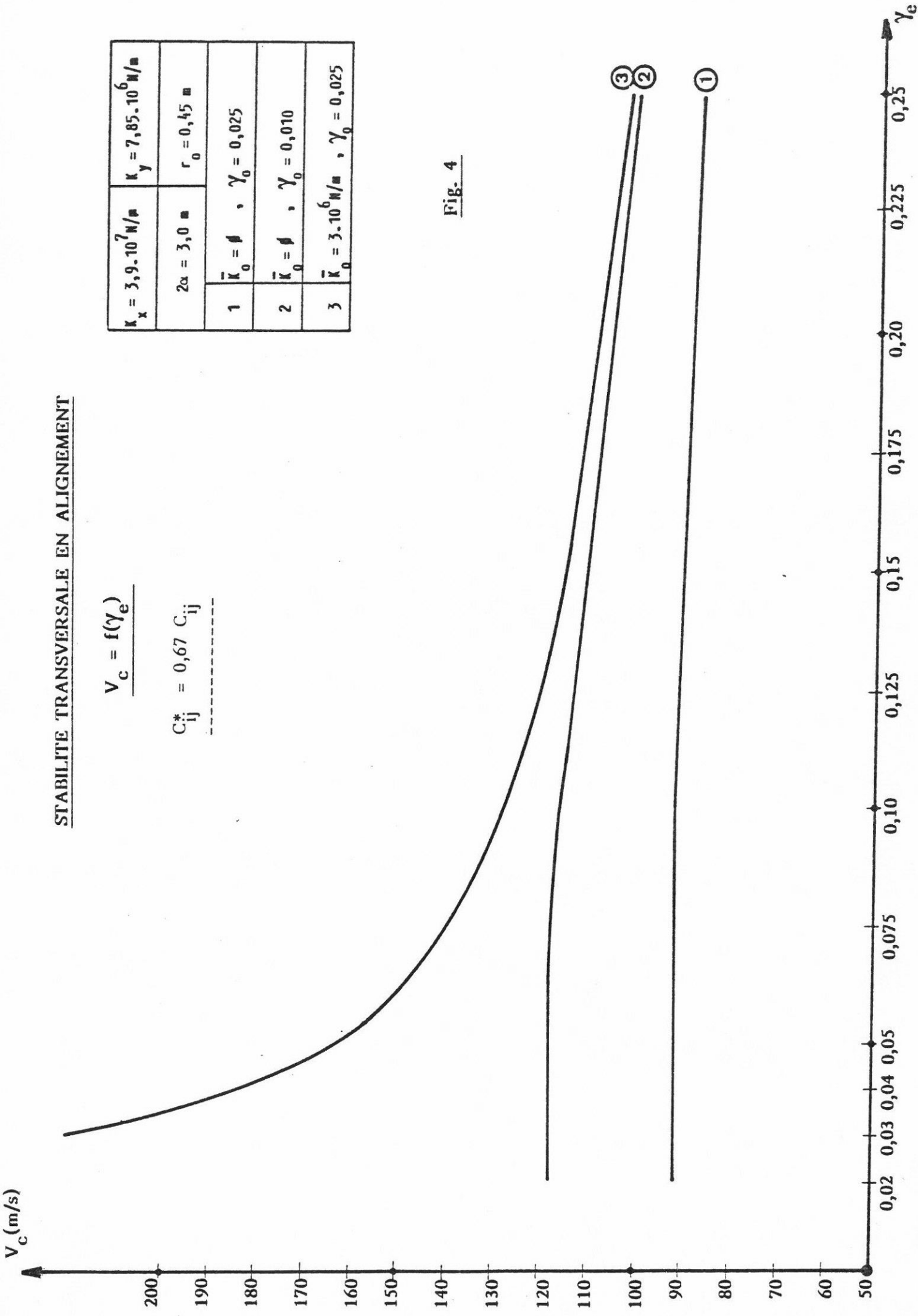


Fig. 4

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(K_x)$$

$$C_{ij}^* = 0,67 \frac{C_{ii}}{C_{jj}}$$

$\gamma_0 = 0,10$		$2\alpha = 3,0 \text{ m}$		$\bar{K}_0 = \phi$	
1	$K_y = 10^8 \text{ N/m}$	3	$K_y = 10^7 \text{ N/m}$		
2	$K_y = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	4	$K_y = 5 \cdot 10^6 \text{ N/m}$		

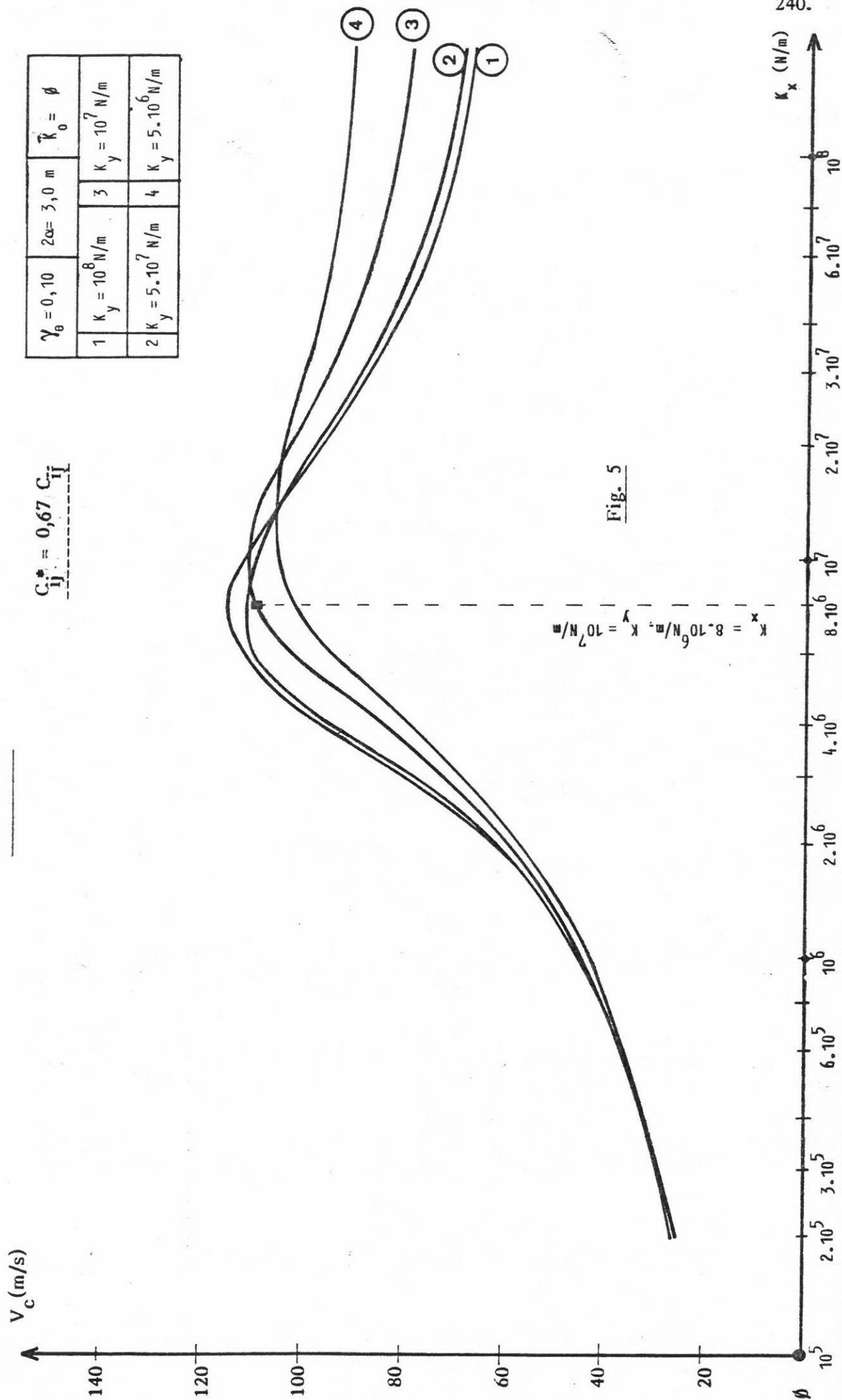


Fig. 5

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(M), f(e_o)$$

$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
$\gamma_e = 0,10$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $V_c = f(M)$	2 $V_c = f(e_o)$

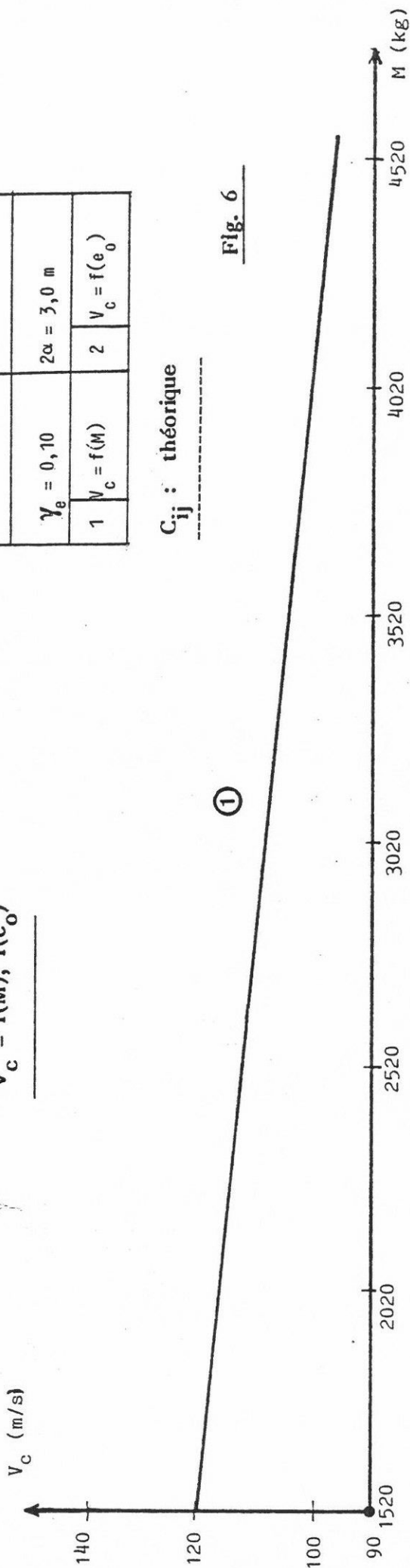


Fig. 6

C_{ij} : théorique

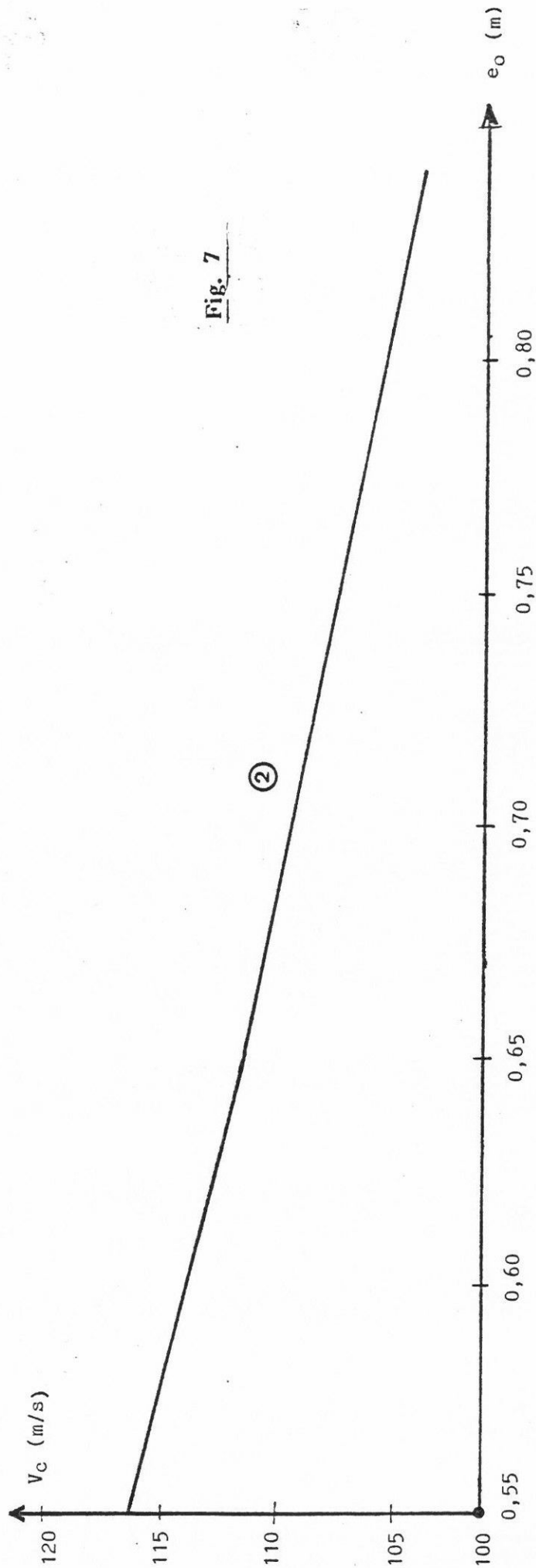


Fig. 7

STABILITE TRANSVERSALÉ EN ALIGNEMENT

$V_c (m/s)$

$$V_c = f(\alpha)$$

$K_x = 3,9 \cdot 10^7 N/m$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 N/m$
$\gamma_e = 0,10$	$e_0 = 0,75 m$

c_{ij} : théorique

150

125

100

75

50

25

0,50

0,75

1,00

1,25

1,50

1,75

2,00

$\alpha (m)$

Fig. : 8

Influence du spin (C_{23} , $C_{33} = 0$)

L'influence du spin est montrée par la fig. 9. On peut remarquer que l'effet du spin entraîne, en alignement (glissements réduits faibles), une légère diminution de la vitesse critique.

Influence de la force de pesanteur (S_p)

La fig. 10 donne les variations de la vitesse critique en fonction de γ_e dans les conditions suivantes :

- la courbe 1 a été tracée en tenant compte de la composante horizontale de la force de pesanteur agissant au niveau des deux essieux :

$$S_{p_i} = \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \frac{1}{R - R'} - 2 C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} \right] y_i$$

avec $i = 1, 2$

- la courbe 2 a été tracée en considérant $S_{p_i} = 0$

L'effet de la force totale de pesanteur n'a pratiquement pas d'influence sur la vitesse critique du véhicule.

Pour conclure, les paramètres qui ont la plus grande influence sur la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire circulant à vitesse élevée **en alignement** sont :

- les rigidités des liaisons de guidage essieux-châssis de bogie K_x , K_y
- la conicité équivalente γ_e , qui caractérise la géométrie de contact rail-roue,
- la masse suspendue du châssis de bogie,
- l'empattement des bogies,
- la raideur angulaire de la liaison bogie-caisse (dispositifs anti-lacet).

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

Influencé du spin

$$V_c = f(K_x)$$

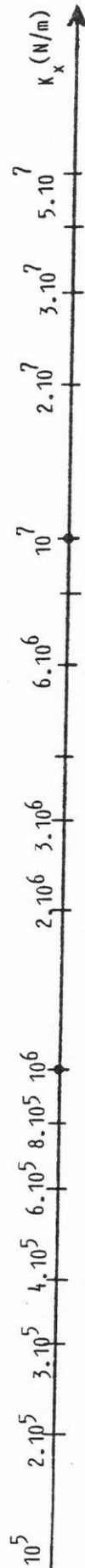
V_c (m/s)



C_{ij} : Théorique

$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
$\gamma_e = 0,10$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1 Spin = ϕ	2 Spin $\neq \phi$

Fig. : 9



STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

Influence de la force de pesantueur

$$V_c = f(\gamma_e)$$

$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
$\bar{K}_0 = \emptyset$	$2 \alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $Sp \neq \emptyset$	2 $Sp = \emptyset$

C_{ij} : théorique

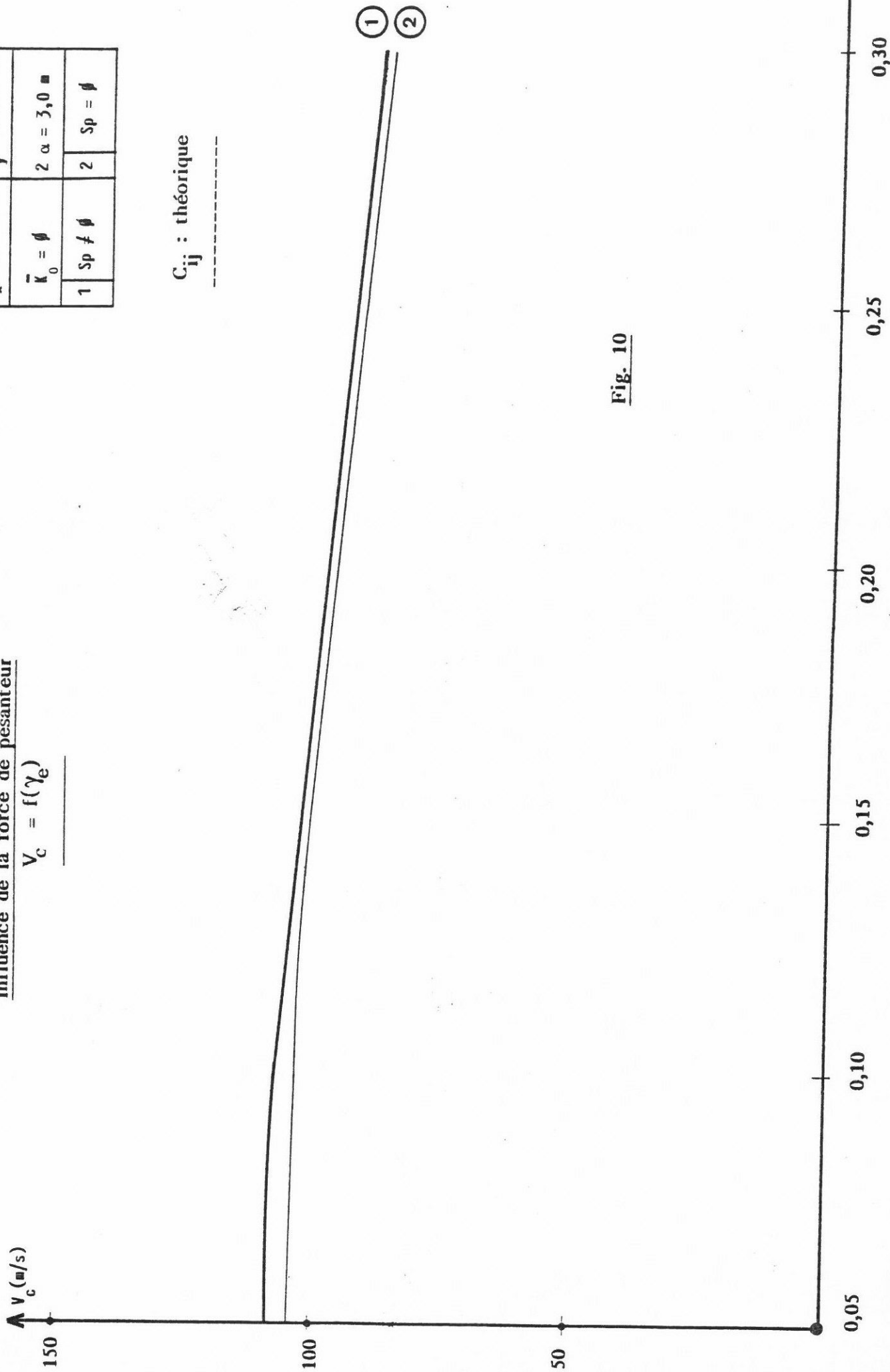


Fig. 10

1.3.1.2 - Essieu relié à un bâti rigide

Le comportement dynamique d'un essieu classique en alignement est représenté par le système différentiel ci-dessous.

Equation en y

$$(m + \hat{m})y'' + (2C_y + 2C_{22} \frac{\chi^2}{V})y' + [2K_y + (m + \hat{m})g\zeta - 2C_{23}\chi \frac{\gamma_e}{R r_o \gamma_o}]y - 2C_{22}\chi\alpha + (2C_{23} \frac{\chi}{V} - m \rho_y^2 \frac{V}{r_o} \Gamma) \alpha' = 0$$

Equation en α

$$(m \rho_z^2 + \hat{m} d'^2) \alpha'' + (2C_{11} \frac{e_o^2}{V} + 2C_x d^2 + \frac{2C_{33}}{V}) \alpha' + [2K_x d^2 + 2C_{23} - (m + \hat{m})g \epsilon_o \gamma_o] \alpha + (2C_{11} \frac{e_o \gamma_e}{r_o} - \frac{2C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o})y + (m \rho_y^2 \frac{V}{r_o} \Gamma - 2C_{23} \frac{\chi}{V})y' = 0$$

Le modèle mécanique correspondant et les degrés de liberté de l'essieu sont précisés à la fig. 11.

Le système (2 x 2) ci-dessous est donné sous forme matricielle à l'annexe 1.

Influence de la vitesse d'avancement (V)

La fig. 12 donne dans un diagramme complexe les positions, en fonction de la vitesse, des points représentatifs des valeurs propres du système mécanique. Ces courbes correspondent à 4 valeurs de K_x et K_y avec $K_x = K_y$ et une conicité équivalente de 0,10.

Quand les courbes coupent l'axe imaginaire on a instabilité. La position des courbes montre que l'on a une marge de stabilité faible.

Remarque importante

Pour $K_x = K_y = 0$ le système devient instable pour des vitesses voisines de 5 m/sec. (fig. 12, courbe 4). Un essieu isolé dans la voie est instable à des vitesses très faibles : 5 m/s (résultat bien connu).

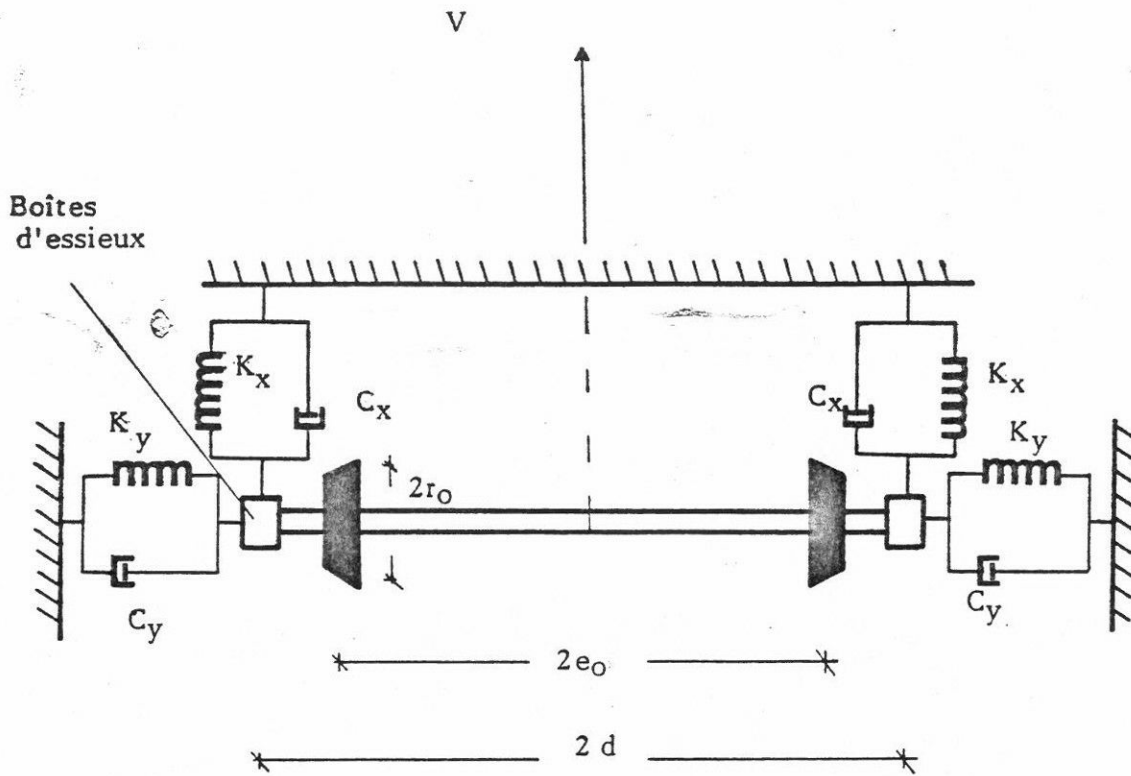
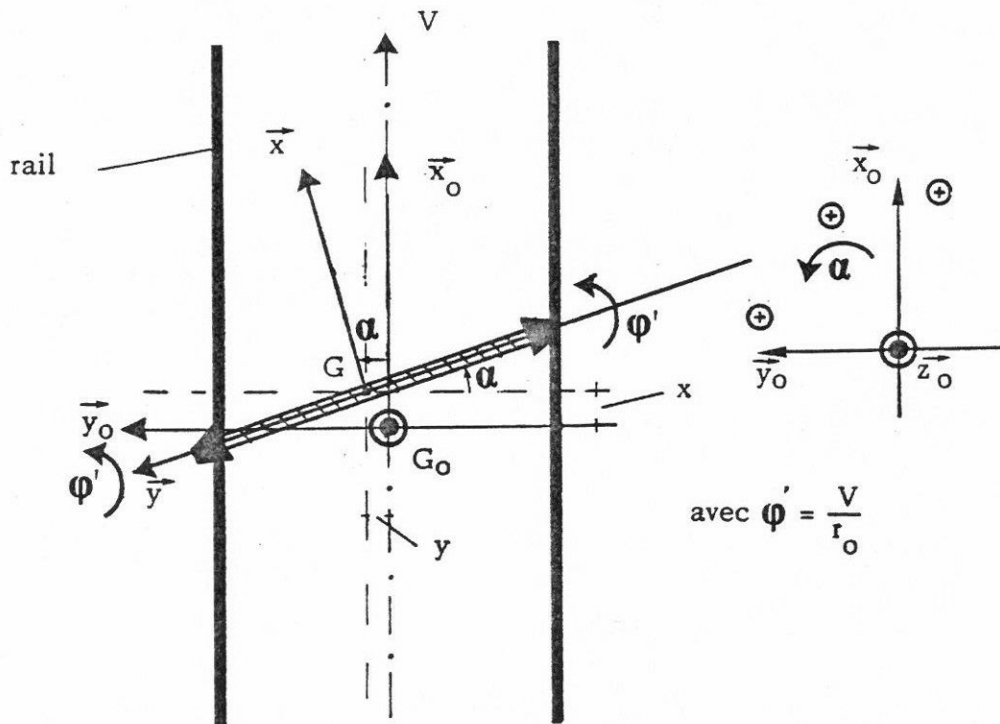


Fig. 11 : Essieu relié à un bâti rigide : modèle mécanique degrés de liberté



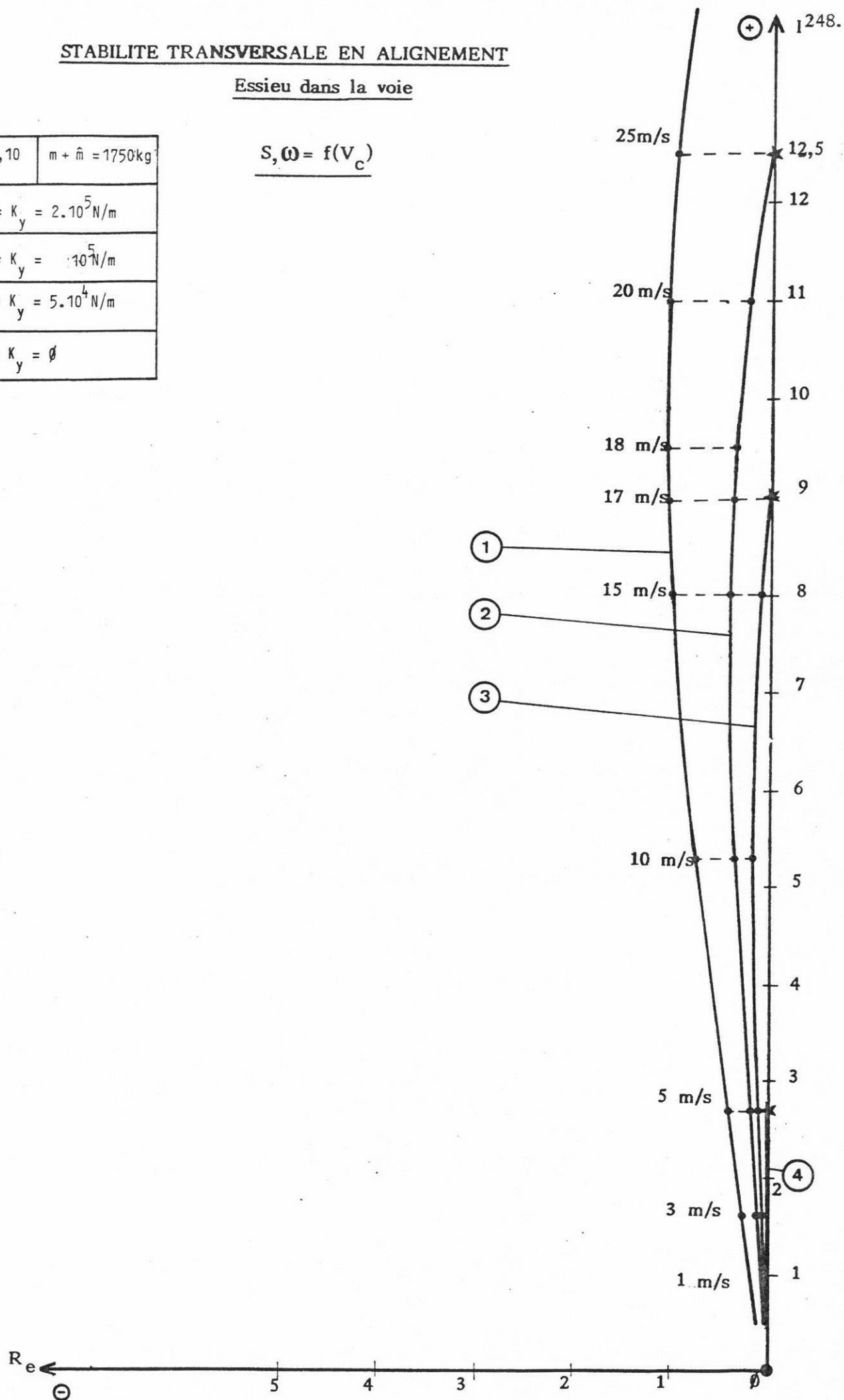
STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

Essieu dans la voie

$\gamma_e = 0,10$		$m + \hat{m} = 1750 \text{ kg}$
1	$K_x = K_y = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	
2	$K_x = K_y = 10^5 \text{ N/m}$	
3	$K_x = K_y = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$	
4	$K_x = K_y = \emptyset$	

$$S, \omega = f(V_c)$$

Fig. : 12



Influence de la conicité équivalente (fig. 13)

L'augmentation de la conicité équivalente entraîne une diminution de l'amortissement du système.

Pour des valeurs de γ_e rencontrées dans la pratique (0,05 - 0,20) les trois courbes de la fig. 13 (tracées pour 3 valeurs de K_x et de K_y) sont très proche de l'axe imaginaire. L'augmentation de γ_e favorise l'instabilité.

1.4 - BOGIE A LIAISONS DIRECTES ENTRE ESSIEUX

1.4.1 - ANALYSE DES RESULTATS

Influence des rigidités des liaisons directes entre essieux K_s , K_b

Les fig. 14 et 15 donnent les variations de la vitesse critique en fonction des caractéristiques de guidage des essieux K_b , K_s .⁽¹⁾

La rigidification des liaisons directes entre essieux entraîne, jusqu'à un certain seuil, une augmentation rapide des vitesses critiques. Un choix judicieux des valeurs de K_s et de K_b permet d'obtenir, sans dispositif anti-lacet, des vitesses critiques élevées. Pour une liaison angulaire pratiquement rigide ($K_b > 10^7$ N.m) entre essieux les vitesses critiques diminuent rapidement.

Les courbes de la fig. 16 ont été tracées avec des coefficients de pseudoglisement égaux à 0,67 C_{ij} . Avec ces valeurs on obtient un décalage des valeurs optimales des caractéristiques de guidage.

Influence de la conicité équivalente (γ_e)

Les fig. 17, 18 et 19 donnent les variations de la vitesse critique en fonction de γ_e pour différentes valeurs de K_s et de K_b .

La vitesse critique diminue avec l'usure des roues.

La fig. 20 donne les variations de la vitesse critique en fonction de la conicité équivalente γ_e , pour un véhicule muni de bogies dont le guidage des essieux serait assuré :

- soit uniquement par des liaisons classiques entre châssis de bogie et essieux K_x , K_y ($K_s = K_b = \emptyset$) (courbe 1).

(1) Dans cette technologie la liaison essieuxchâssis de bogie est toujours assurée par des éléments élastiques qui ont des valeurs K_x et K_y faibles.

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$V = 20\text{m/s}$		$m + \hat{m} =$ 1750 kg
1	$K_x = K_y = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	
2	$K_x = K_y = 10^5 \text{ N/m}$	
3	$K_x = K_y = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$	

Essieu dans la voie

$$\underline{S, \omega = f(\gamma_e)}$$

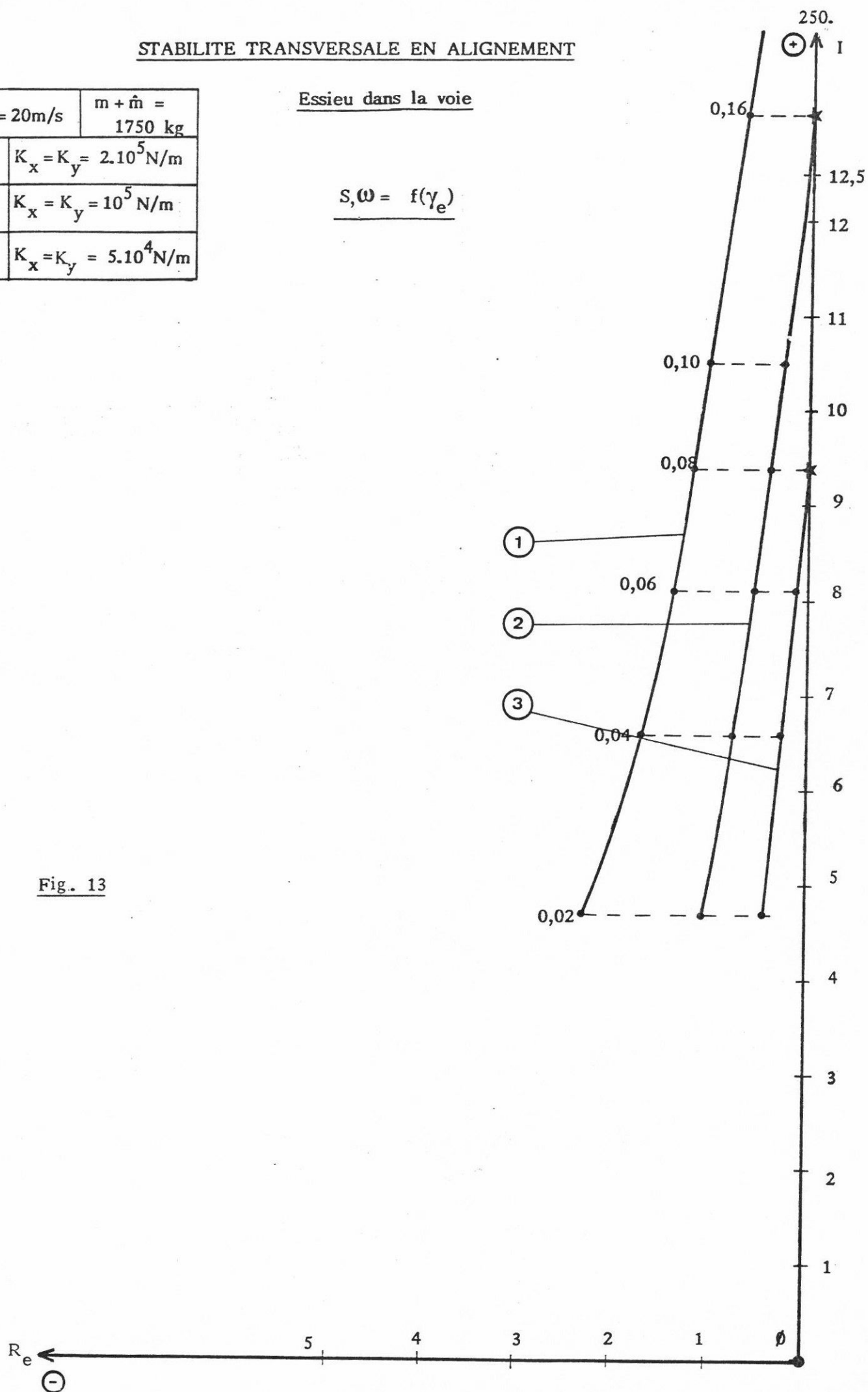
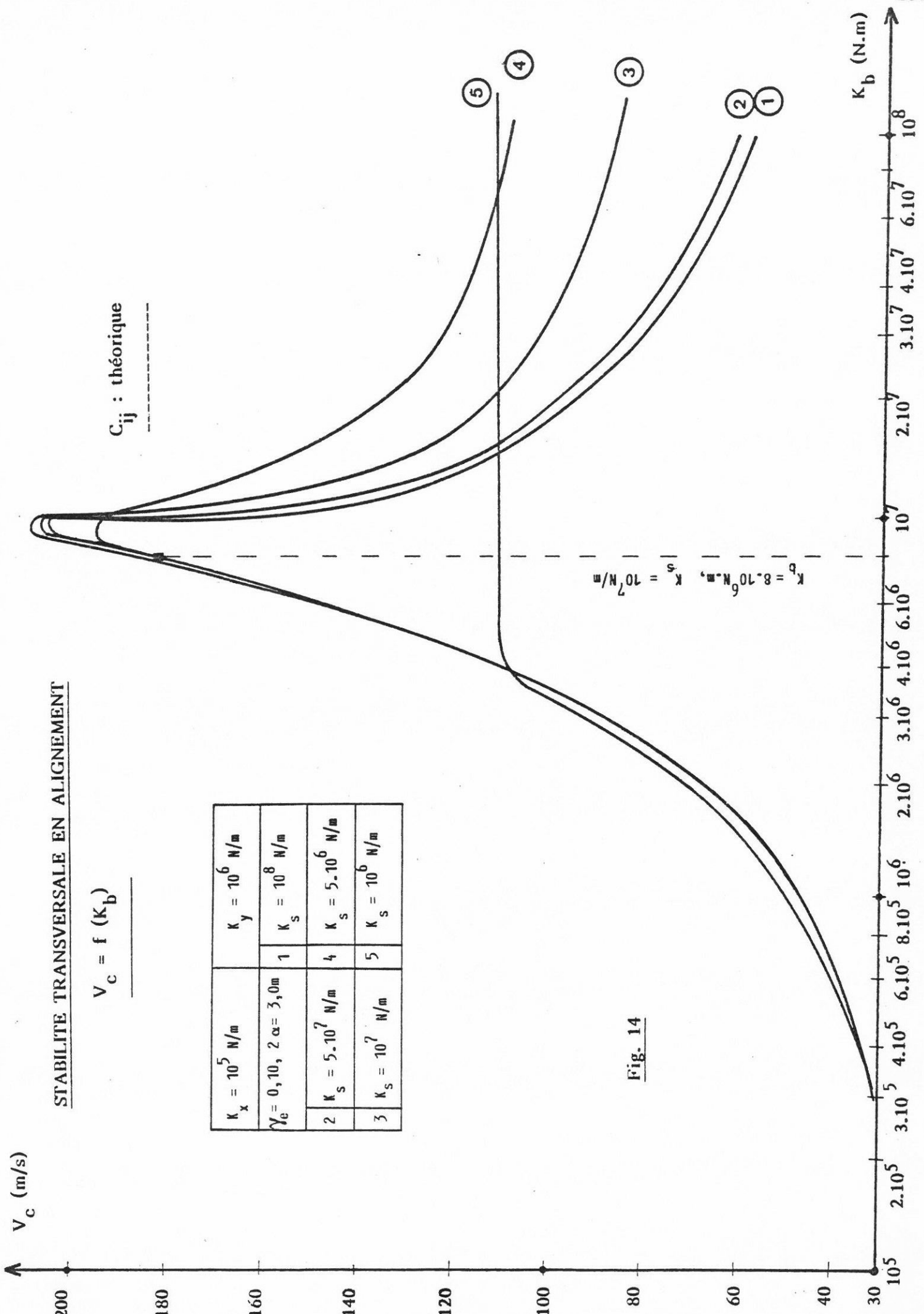


Fig. 13



STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

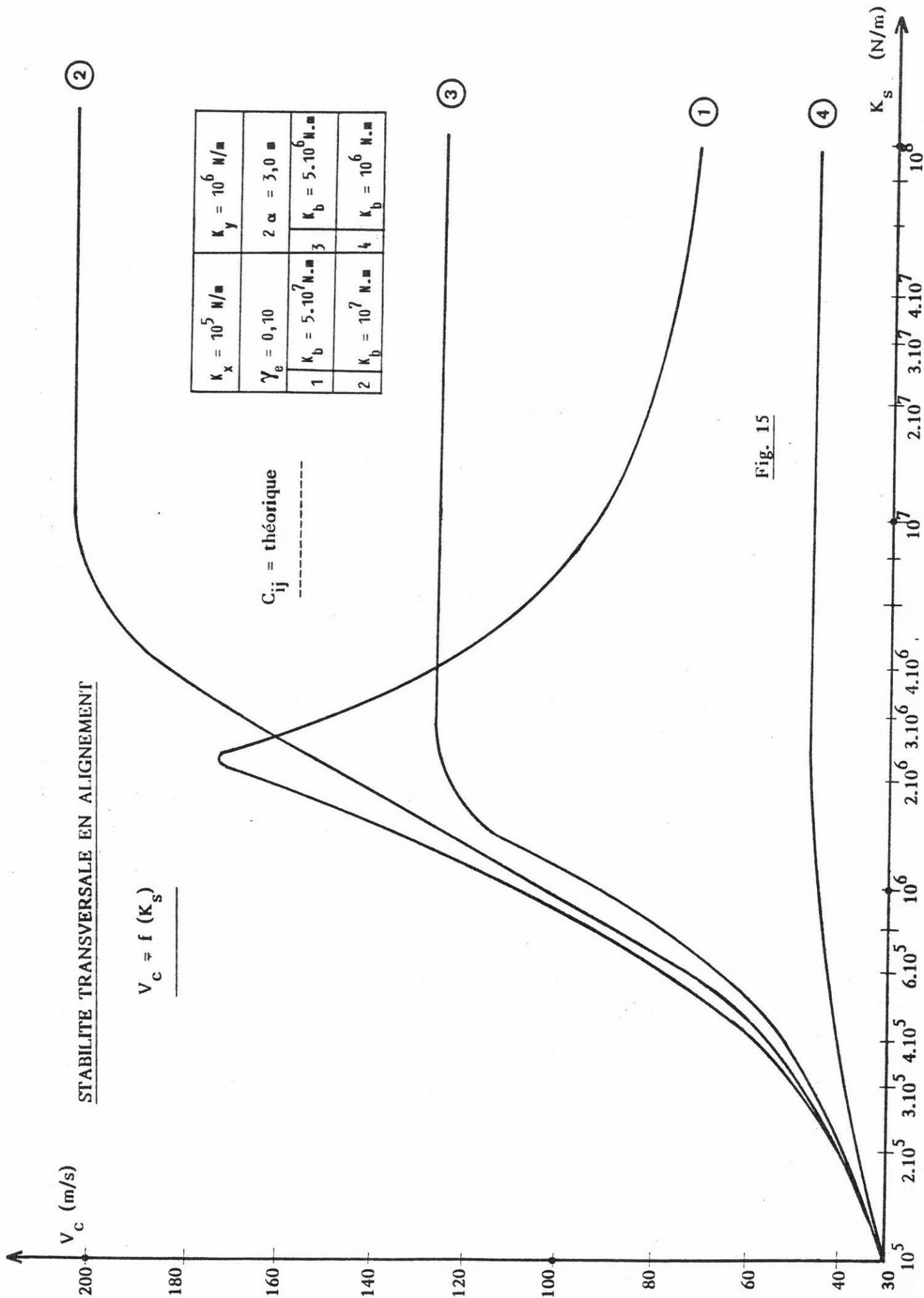


Fig. 15

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(K_b)$$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

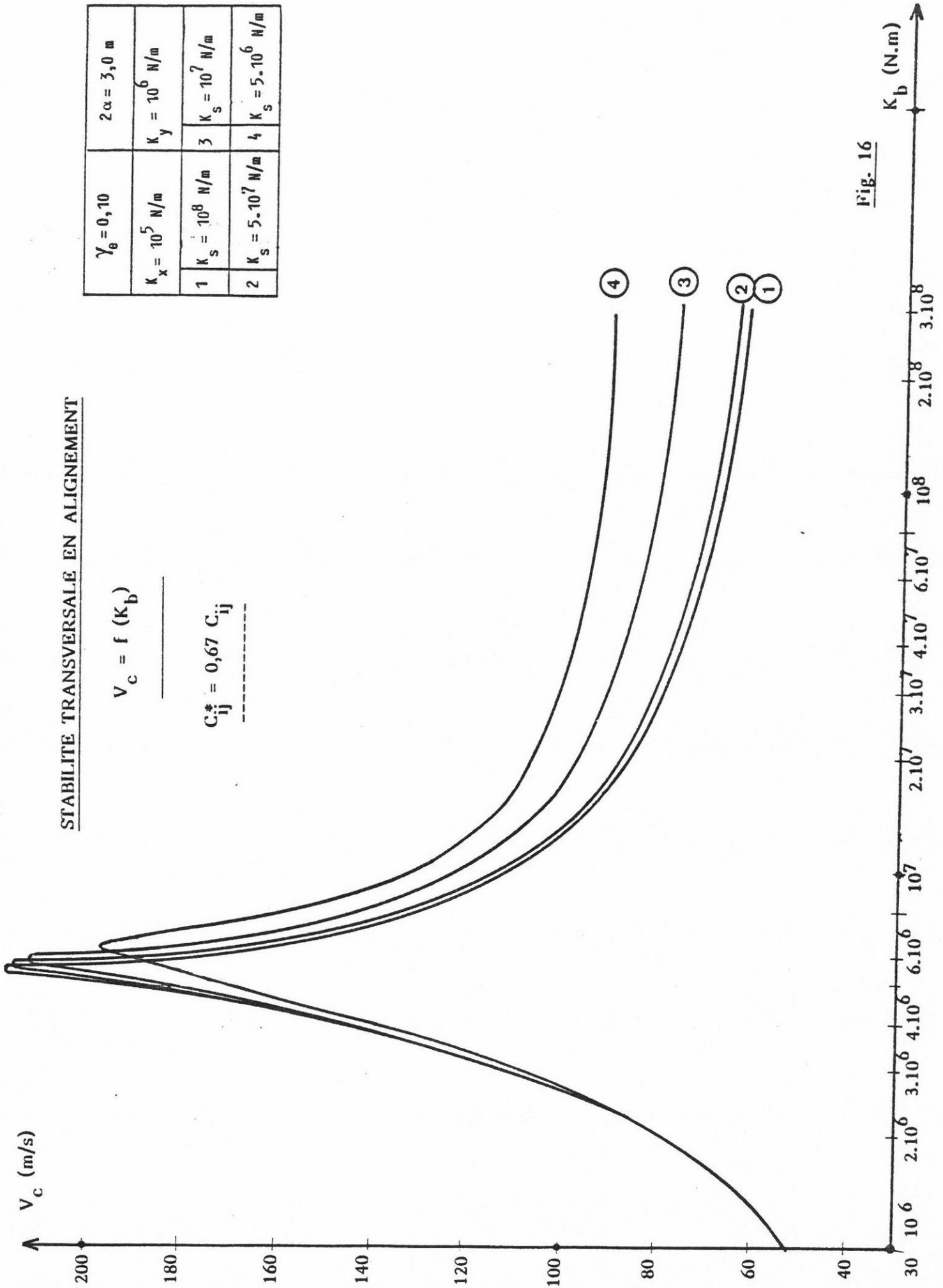


Fig. 16

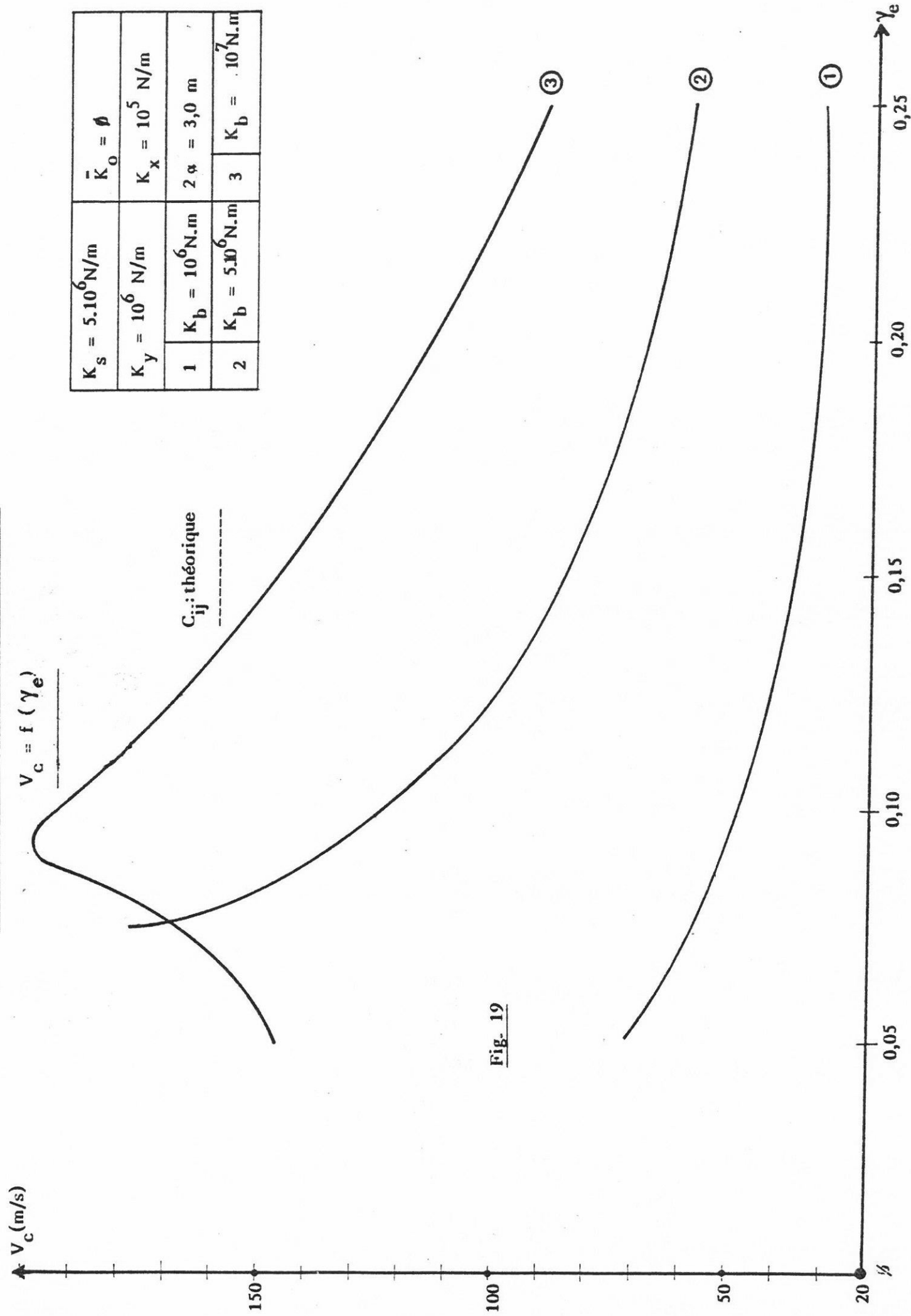


Fig. 19

STABILITE
TRANSVERSE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(\gamma_e)$$

C_{ij} : théorique

	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$	$\bar{K}_o = \phi$
	$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$K_x = 10^5 \text{ N/m}$
1	$K_b = 10^6 \text{ N.m}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
2	$K_b = 5.10^6 \text{ N.m}$	3
		$K_b = 10^7 \text{ N.m}$

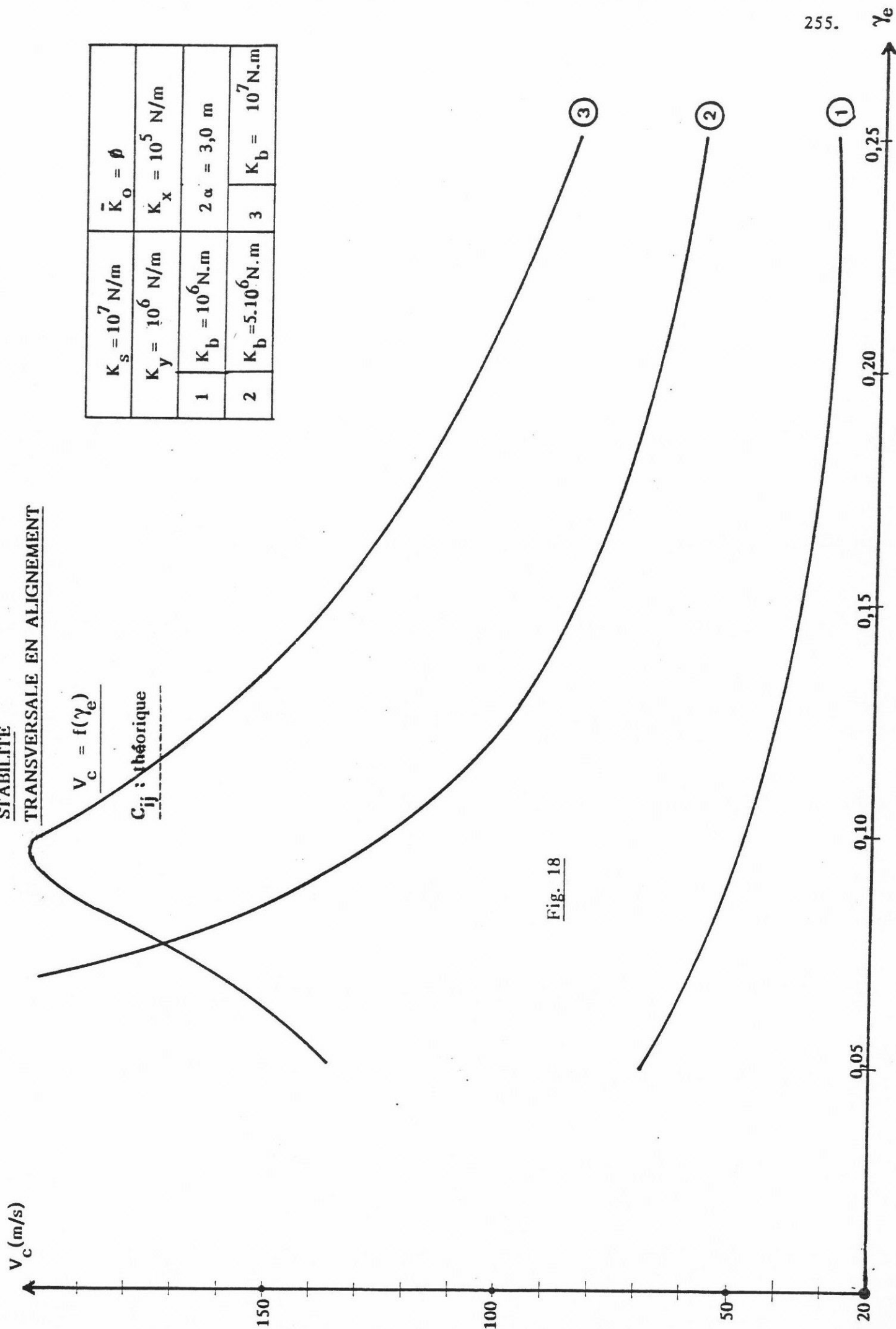
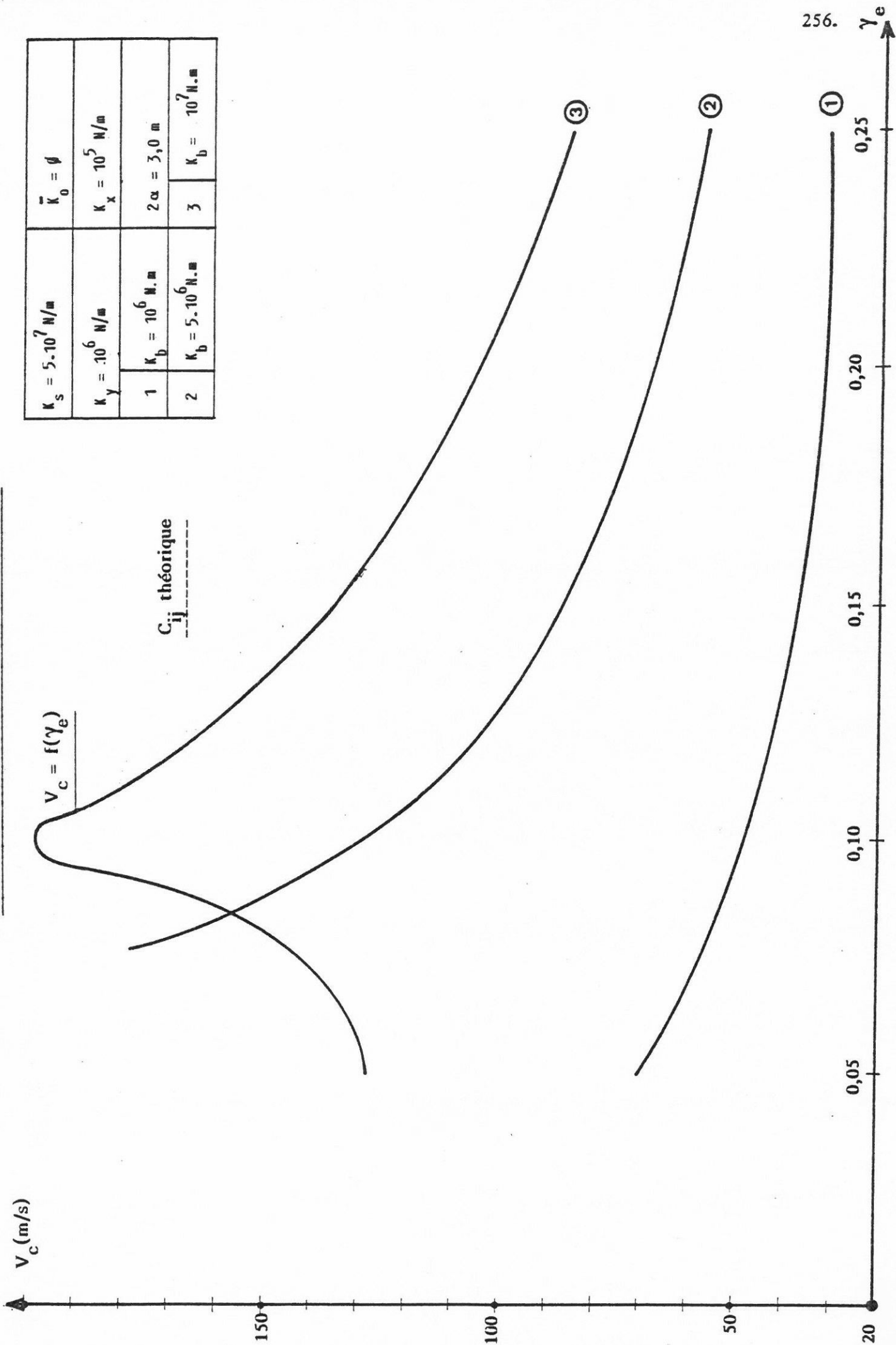


Fig. 18

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT



256.

γ_e

$$V_c = f(\gamma_e)$$

C_{ij} theorique

$K_s = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$\bar{K}_0 = \emptyset$
$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$K_x = 10^5 \text{ N/m}$
1 $K_b = 10^6 \text{ N.m}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
2 $K_b = 5 \cdot 10^6 \text{ N.m}$	3 $K_b = 10^7 \text{ N.m}$

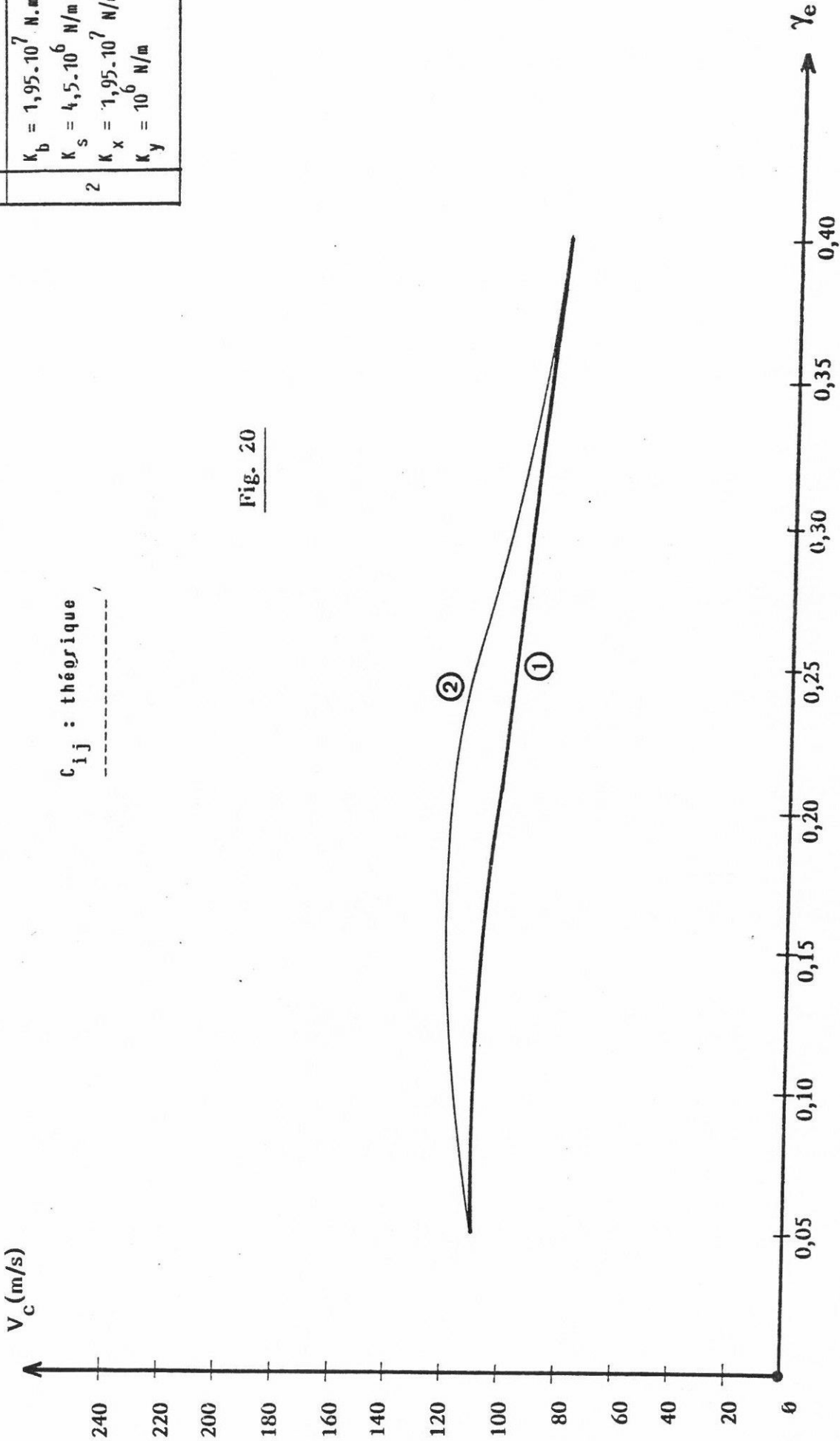
$$V_c = (\gamma_e)$$

V_c (m/s)

c_{ij} : théorique

$K_{bt} = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N.m}$ $K_{st} = 5,4 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$\bar{K}_0 = \emptyset$
1 $K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_s = K_b = \emptyset$	
2 $K_b = 1,95 \cdot 10^7 \text{ N.m}$ $K_s = 4,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_x = 1,95 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^6 \text{ N/m}$	

Fig. 20



- soit simultanément par des liaisons directes entre essieux et par des liaisons classiques K_x, K_y (courbe 2).

Dans ces deux bogies on a les mêmes rigidités totales en longitudinal et en transversal (voir paragraphe 3.2.1.3, page 108).

$$K_{st} = 3,9.10^7 \text{ N/m}$$

$$K_{bt} = 5,4.10^6 \text{ N.m}$$

Les courbes obtenues montrent que l'équivalence des deux technologies est parfaitement valable

1.5 - BOGIE A ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE

1.5.1 - ANALYSE DES RESULTATS

Influence de la caractéristique du coupleur magnétique C_ϕ

Les fig. 21 à 23 donnent les variations des vitesses critiques du véhicule en fonction de C_ϕ pour les valeurs des paramètres indiquées ci-dessous :

$$\left. \begin{array}{l} K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m} \\ K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m} \\ K_x = K_y = 10^6 \text{ N/m} \end{array} \right\} \gamma_e = 0,10 ; 0,20 ; 0,30$$

On tient compte de l'effet de spin et des valeurs théoriques des coefficients de KALKER.

Les résultats obtenus dans ces conditions montrent l'existence de domaines de stabilité dont la partie supérieure correspond à une instabilité du véhicule sur un mode oscillatoire (essieu) et la partie inférieure sur un mode non oscillatoire (coupleur magnétique).

Pour des valeurs de $C_\phi > 3,5.10^3 \text{ N.m.s}^{(1)}$ les domaines de stabilité sont

remplacés par une courbe unique qui définit les vitesses critiques du système en fonction de C_ϕ (courbes analogues à celles donnant $V_c = f(\gamma_e)$ dans les cas de bogies à essieux conventionnels).

(1) Cette valeur varie légèrement avec les caractéristiques de guidage des essieux (K_x, K_y) et la conicité équivalente γ_e .

STABILITE

TRANSVERSE EN ALIGNEMENT

$V_c = f(C_\phi)$

$K_x = 10^8 \text{ N/m}$		$K_y = 10^6 \text{ N/m}$		$2\alpha = 3,0^\circ$	
1	$\gamma_\theta = 0,10$	2	$\gamma_\theta = 0,20$	3	$\gamma_\theta = 0,30$

$C_{ij} = \text{théorique}$

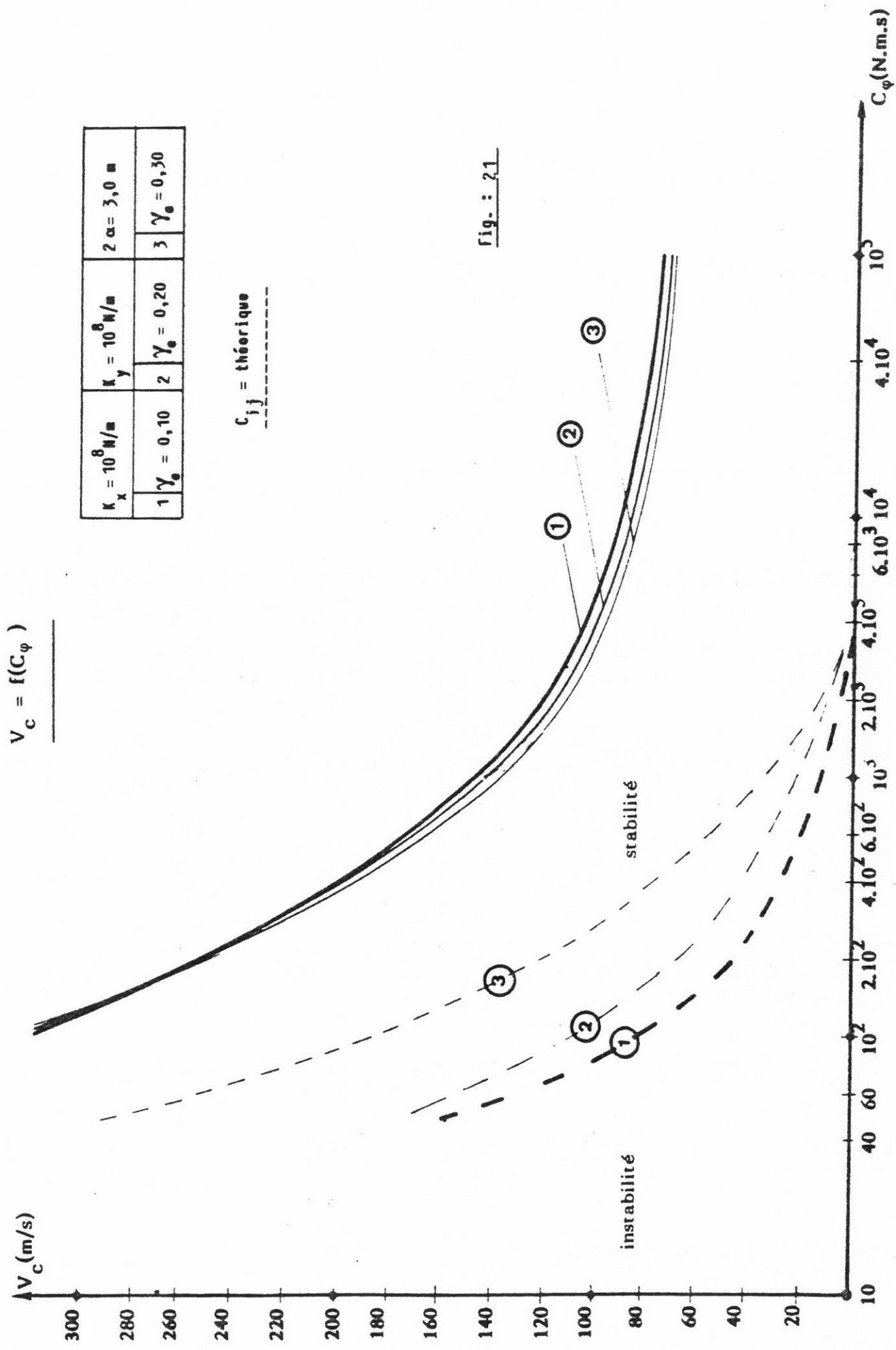


fig. : 21

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(C_\varphi)$$

$K_x = 10^7 \text{ N/m}$		$K_y = 10^7 \text{ N/m}$		$2\alpha = 3,0^\circ$	
1	$\gamma_e = 0,10$	2	$\gamma_e = 0,20$	3	$\gamma_e = 0,30$

C_{ij} : théorique

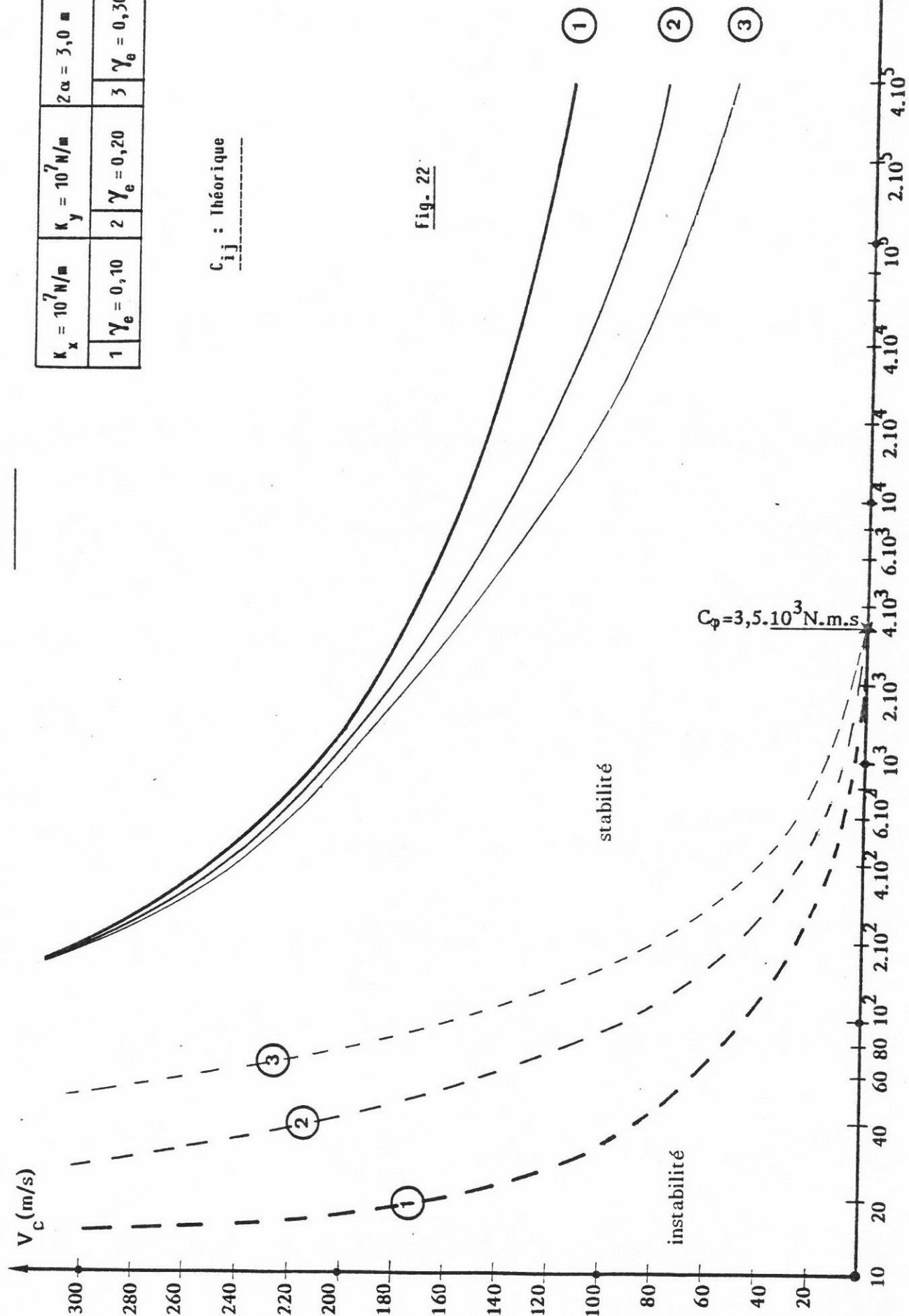
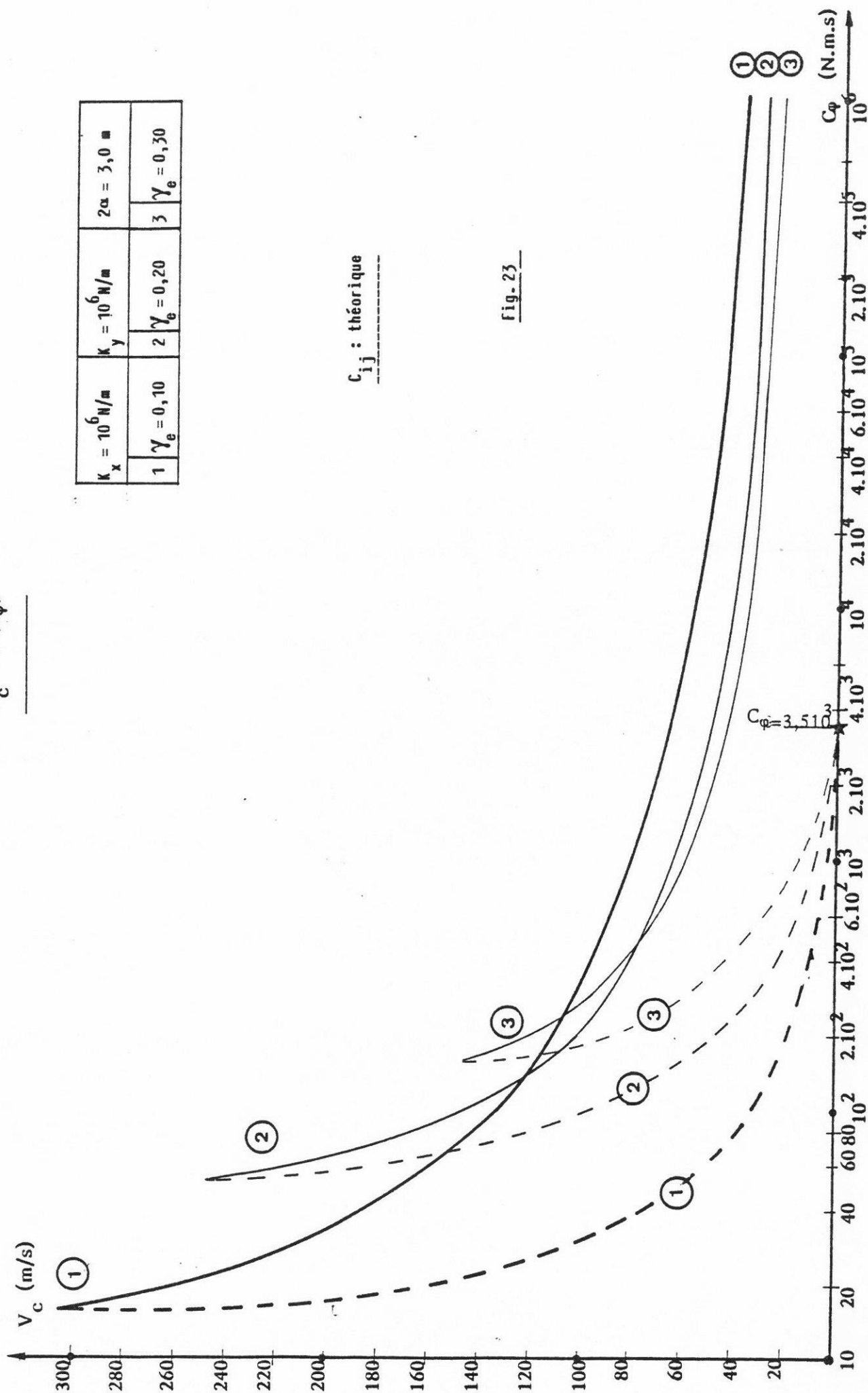


Fig. 22

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(C_\phi)$$



Pour des valeurs de $C_\phi \approx 3.10^5$ N.m.s. le comportement transversal d'un bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé se rapproche de celui d'un bogie à essieux classiques (voir tableau ci-après).

	essieux classiques		essieux contrôlés	
	$\bar{K}_O = \emptyset$	$\gamma_e = 0,10$	$C_\phi = 3.10^5$ N.m.s.	$\gamma_e = 0,10$
$K_x = K_y = 10^8$ N/m	$V_c = 80$ m/s		$V_c = 80$ m/s	
$K_x = K_y = 10^7$ N/m	$V_c = 118$ m/s		$V_c = 118$ m/s	
$K_x = K_y = 10^6$ N/m	$V_c = 36$ m/s		$V_c = 40$ m/s	

Pour des valeurs de C_ϕ comprises entre $3,5.10^3$ et 3.10^5 N.m.s, on obtient avec cette technologie des vitesses critiques supérieures à celles des bogies de conception classique ayant les mêmes caractéristiques (K_x , K_y , γ_e).

Le tableau ci-après donne quelques éléments de comparaison. Les vitesses critiques des bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé ont été obtenues pour $C_\phi \approx 3,5.10^3$ N.m.s ; celles des bogies de conception classique ont été obtenues sans dispositifs anti-lacet.

	essieux classiques		essieux contrôlés	
	$\bar{K}_O = \emptyset$	$\gamma_e = 0,10$	$C_\phi = 3,5 \cdot 10^3$ N.m.s.	$\gamma_e = 0,10$
$K_x = K_y = 10^7$ N/m	$V_c = 118$ m/s		$V_c = 168$ m/s	
$K_x = K_y = 10^6$ N/m	$V_c = 36$ m/s		$V_c = 70$ m/s	

Pour des valeurs de $C_\varphi < 3,5 \cdot 10^3$ N.m.s. le domaine de stabilité est défini (pour une valeur de C_φ donnée) par une vitesse critique maximale $V_{C_{\max}}$ et une vitesse critique minimale $V_{C_{\min}}$. Quand C_φ diminue l'écart entre ces deux vitesses diminue.

Influence de la conicité équivalente (γ_e)

Pour une liaison châssis de bogie-essieux ayant des caractéristiques voisines de $K_x = K_y = 10^8$ N/m, on constate que les courbes supérieures des domaines de stabilité obtenues pour $\gamma_e = 0,10 ; 0,20 ; 0,30$ sont pratiquement superposables.

Ce résultat est important car il montre que pour $\gamma_e < 0,30$ la stabilité transversale du véhicule est indépendante de la géométrie de contact rail-roue.

Influence du spin

Les courbes précédentes ont été obtenues en tenant compte du moment de spin (porté par la normale au plan tangent au point de contact). La fig. 24(1) donne les variations de V_c en fonction de C_φ , en négligeant l'effet de spin ($C_{23} = C_{33} = 0$).

Dans ces conditions les domaines de stabilité se réduisent à des courbes uniques donnant les variations de la vitesse critique en fonction de C_φ .

La stabilité transversale du véhicule est améliorée quand C_φ diminue. Quand C_φ est très faible, ce qui correspond à une technologie à roues indépendantes on obtient théoriquement une vitesse critique très élevée.

(1) On a gardé seulement la composante $-2 C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R \gamma_o r_o} y$ qui intervient dans le rappel transversal de pesanteur de l'essieu.

$$V_c = f(C_\varphi)$$

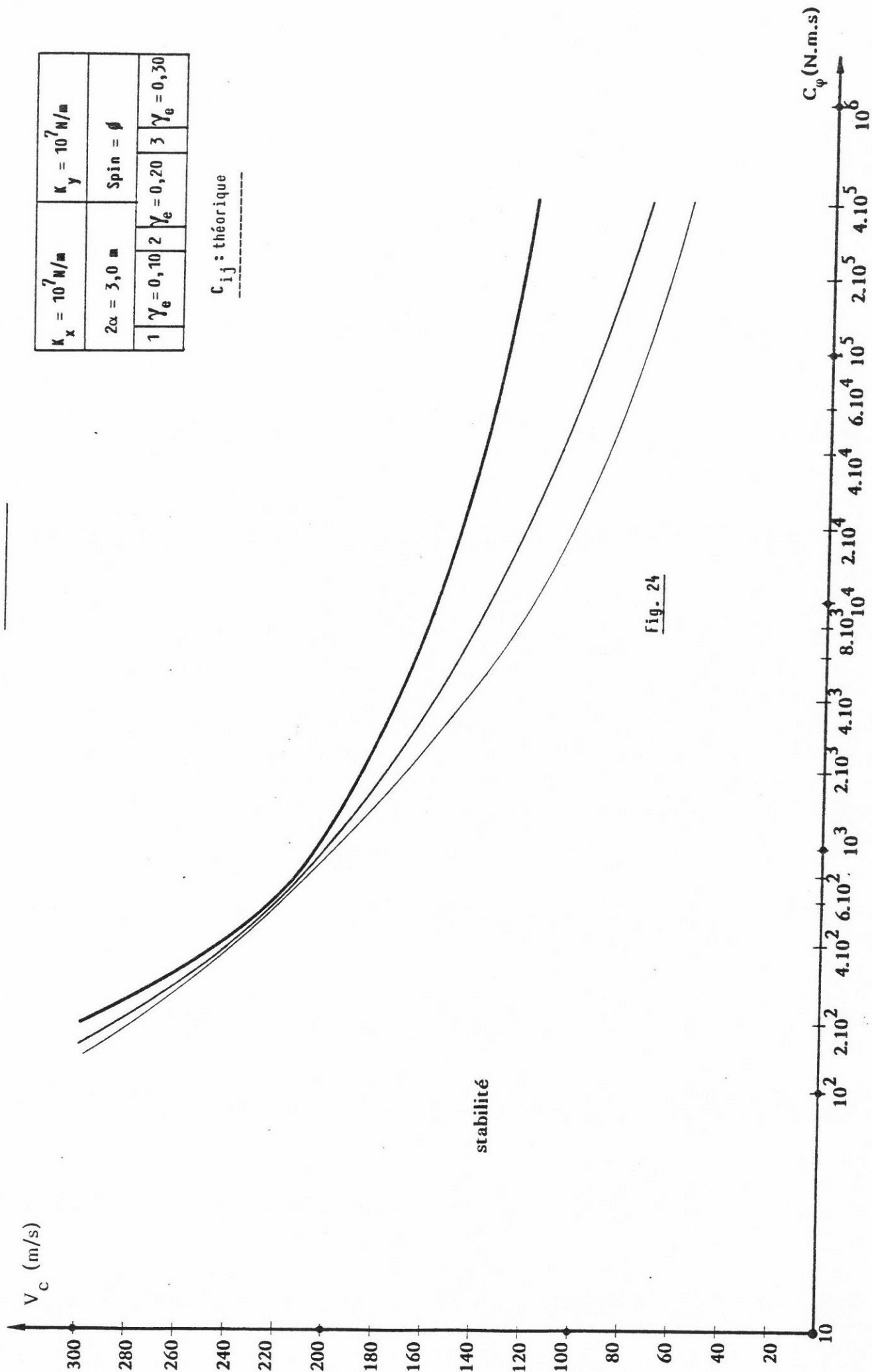


Fig. 24

Les courbes 25, 26 et 27 donnant les variations de V_c en fonction de C_φ ont été obtenues, en utilisant des coefficients de pseudoglisement réduits ($C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$).

Dans ces conditions les domaines de stabilité ont pratiquement disparu. On obtient des courbes uniques donnant les variations de la vitesse critique du véhicule en fonction de C_φ , l'instabilité apparaissant sur un mode oscillatoire relatif aux essieux.

Compte tenu de la bonne corrélation obtenue entre les calculs et les résultats expérimentaux (en prenant des coefficients de pseudoglisement réduits) on peut dire que les courbes des fig. 25, 26 et 27 définissent les possibilités de cette nouvelle technologie.

En particulier les courbes de la fig. 25 obtenues avec les caractéristiques de construction ci-après :

$$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$$

$$\gamma_e = 0,10, 0,20, 0,30$$

montrent qu'il est possible d'obtenir avec des véhicules munis d'essieux à pseudoglisement contrôlé des vitesses critiques très élevées (très supérieures à celles d'un bogie de conception classique) avec des profils de roues usées, correspondant à une conicité de $\gamma_e = 0,30$.

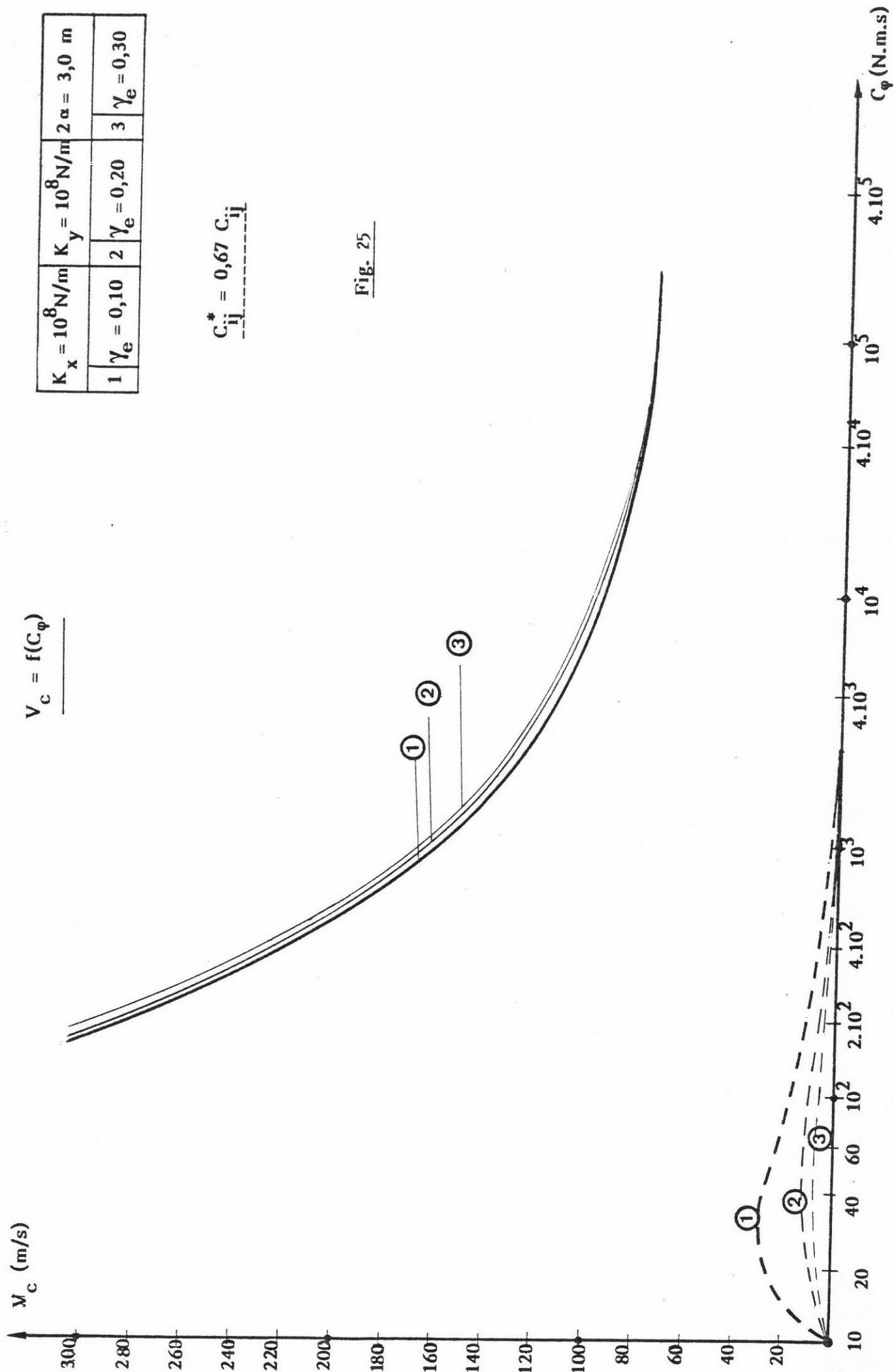
Les courbes de la fig. 25 montrent que la stabilité transversale du véhicule pour $\gamma_e < 0,30$ est indépendante du profil des roues, donc de l'usure de la table de roulement. Cette technologie permet d'augmenter le parcours des essieux entre reprofilages successifs.

Remarque

L'étude précédente a été effectuée en supposant que la caractéristique C_φ du coupleur magnétique avait une valeur constante fixée par construction. D'après la forme des courbes des fig. 25 et 26, il est évident qu'un asservissement du coupleur magnétique ($\frac{C_\varphi}{V}$) permettrait d'utiliser pleinement les possibilités de cette nouvelle technologie. [27]

L'étude d'asservissement du coupleur magnétique fera l'objet d'une prochaine recherche.

$$V_c = f(C_\varphi)$$



$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

Fig. 25

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(C_\varphi)$$

$K_x = 10^7 \text{ N/m}$		$K_y = 10^7 \text{ N/m}$		$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	
1	$\gamma_e = 0,10$	2	$\gamma_e = 0,20$	3	$\gamma_e = 0,30$

$$C_{ij}^* : 0,67 \ C_{ij}$$

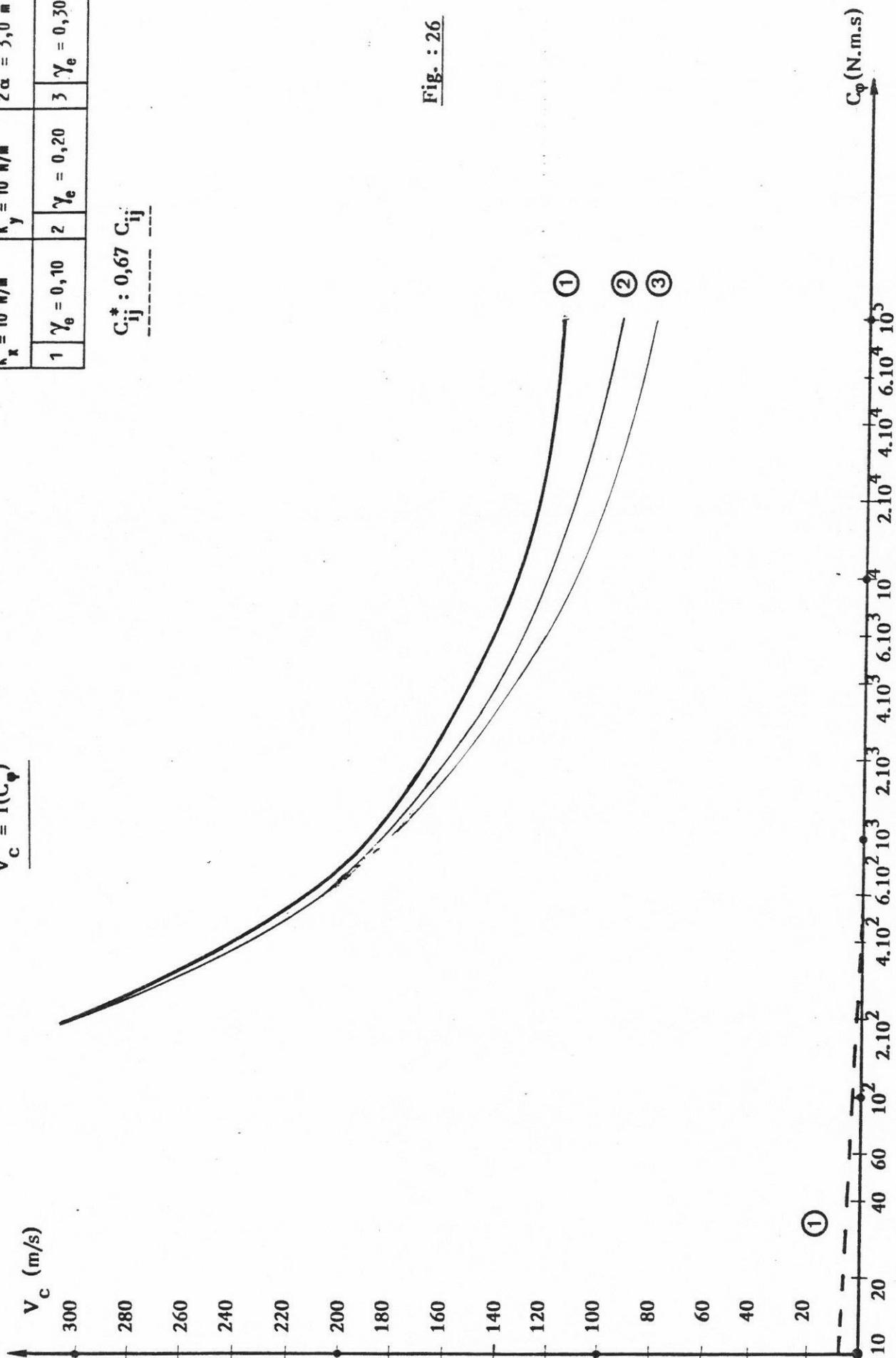


Fig. : 26

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(C_\phi)$$

V_c (m/s)

$K_x = 10^6 \text{ N/m}$		$K_y = 10^6 \text{ N/m}$		$2 \alpha = 3,0 \text{ m}$	
1	$\gamma_e = 0,10$	2	$\gamma_e = 0,20$	3	$\gamma_e = 0,30$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

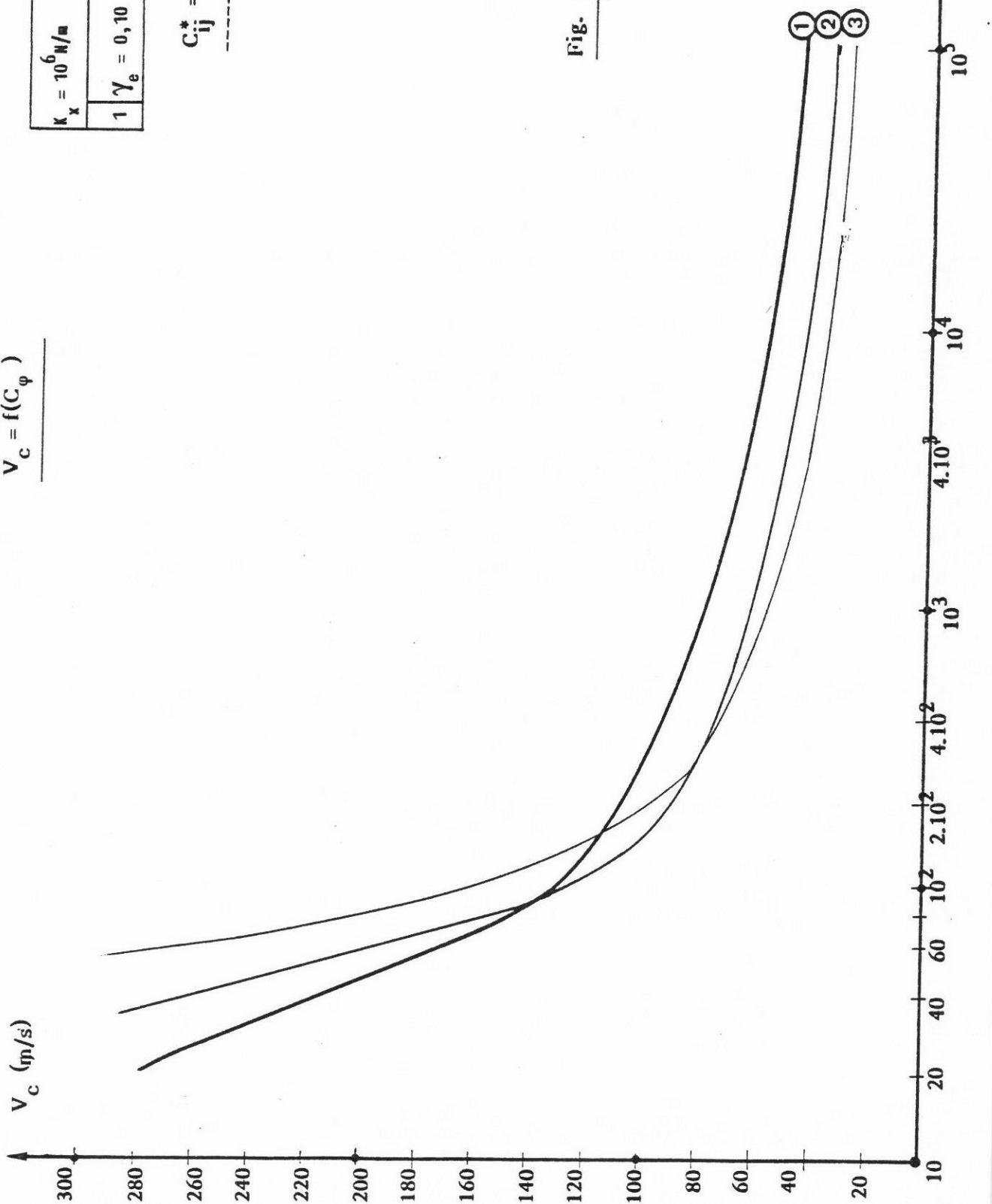


Fig. 27

Influence des caractéristiques de guidage des essieux (K_x, K_y)

La fig. 28 donne pour les 3 valeurs de C_φ indiquées ($K_y = 10^7$ N/m, $\gamma_e = 0,10$) les variations de la vitesse critique du véhicule en fonction de K_x .

La courbe (1) correspondant à un bogie muni d'essieux à roues indépendantes donne des vitesses critiques ($V_c > 300$ m/s) très supérieures à celles obtenues avec un bogie de conception classique ($C_\varphi \approx 3.10^5$ N.m.s.) ($V_c \approx 100$ m/s).

Influence des paramètres 2α , r_o , $2e_o$, m_r

Les fig. 29, 30 et 31 donnent les variations de la vitesse critique du véhicule en fonction de l'empattement des bogies 2α , du rayon du roulement r_o des roues et de l'écartement $2e_o$ de la voie.

La stabilité transversale du véhicule est améliorée en augmentant r_o et en diminuant $2e_o$. Ces variations sont d'autant plus importantes que C_φ est faible.

La masse des roues n'a pas d'influence sur la vitesse critique du véhicule. Ce résultat est indépendant de C_φ (fig. 32).

Influence de la composante transversale de pesanteur

La composante transversale de pesanteur a pour expression :

$$S_p = \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \frac{\gamma_e}{R\gamma_o} - 2 C_{23} \chi \frac{\gamma_e}{R\gamma_o r_o} \right] y$$

La fig. 33 donne les variations de la vitesse critique du véhicule en fonction de γ_e dans les conditions ci-après :

$$\begin{array}{l} \text{Courbes 1 et 2} \\ \text{Courbes 3 et 4} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} C_\varphi = 4.10^2 \text{ N.m.s.} \\ C_\varphi = 3,5.10^3 \text{ N.m.s.} \end{array} \right. \left(\begin{array}{ll} \text{courbe 1} & : S_p \neq \emptyset \\ \text{courbe 2} & : S_p = \emptyset \\ \text{courbe 3} & : S_p \neq \emptyset \\ \text{courbe 4} & : S_p = \emptyset \end{array} \right.$$

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(K_x)$$

$K_y = 10^7 \text{ N/m}$		$e_0 = 0,75 \text{ m}$	
$\gamma_e = 0,10$		$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	
1	$C_\varphi = 10^2 \text{ N.m.s}$		
2	$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$		
3	$C_\varphi = 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$		

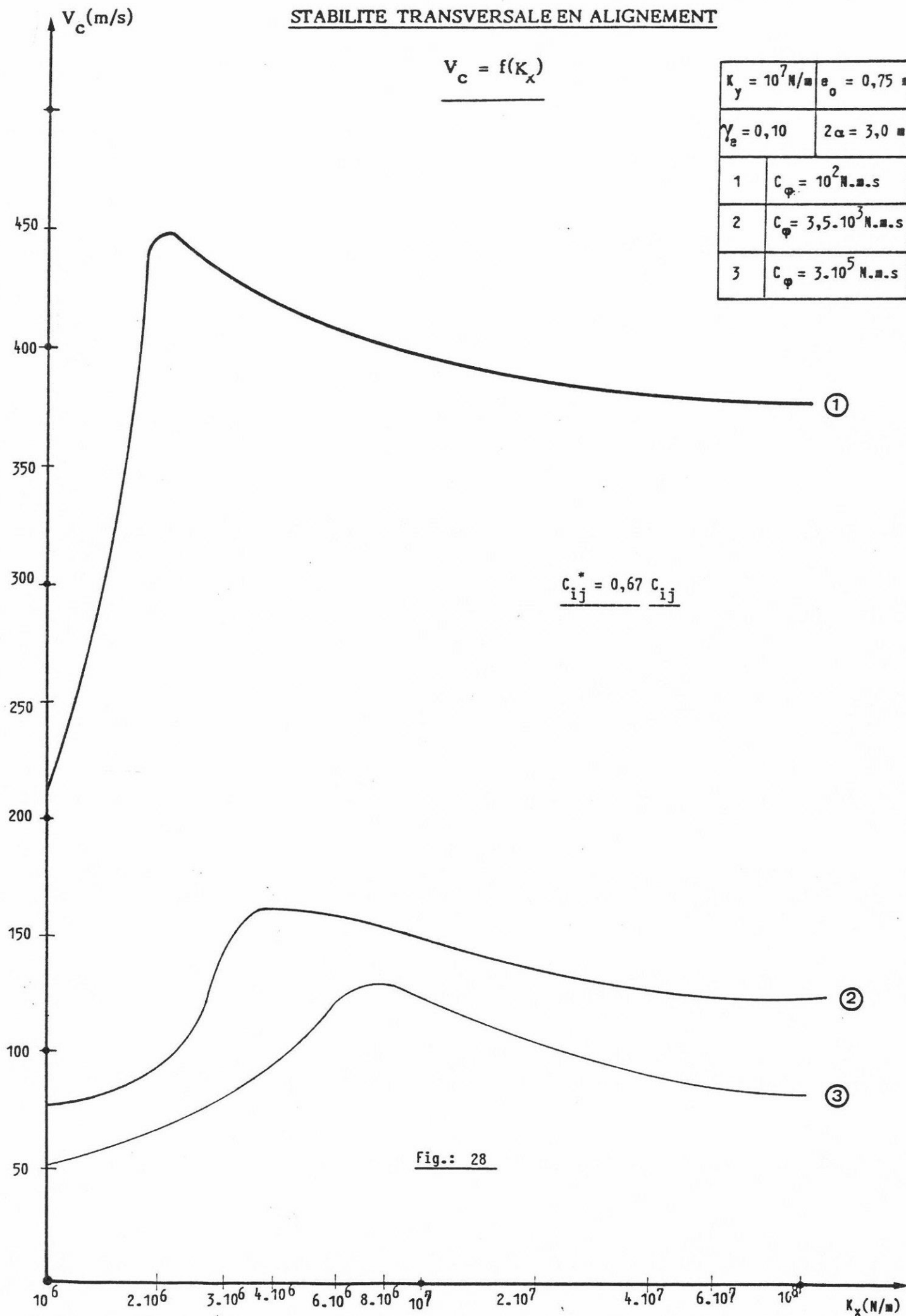
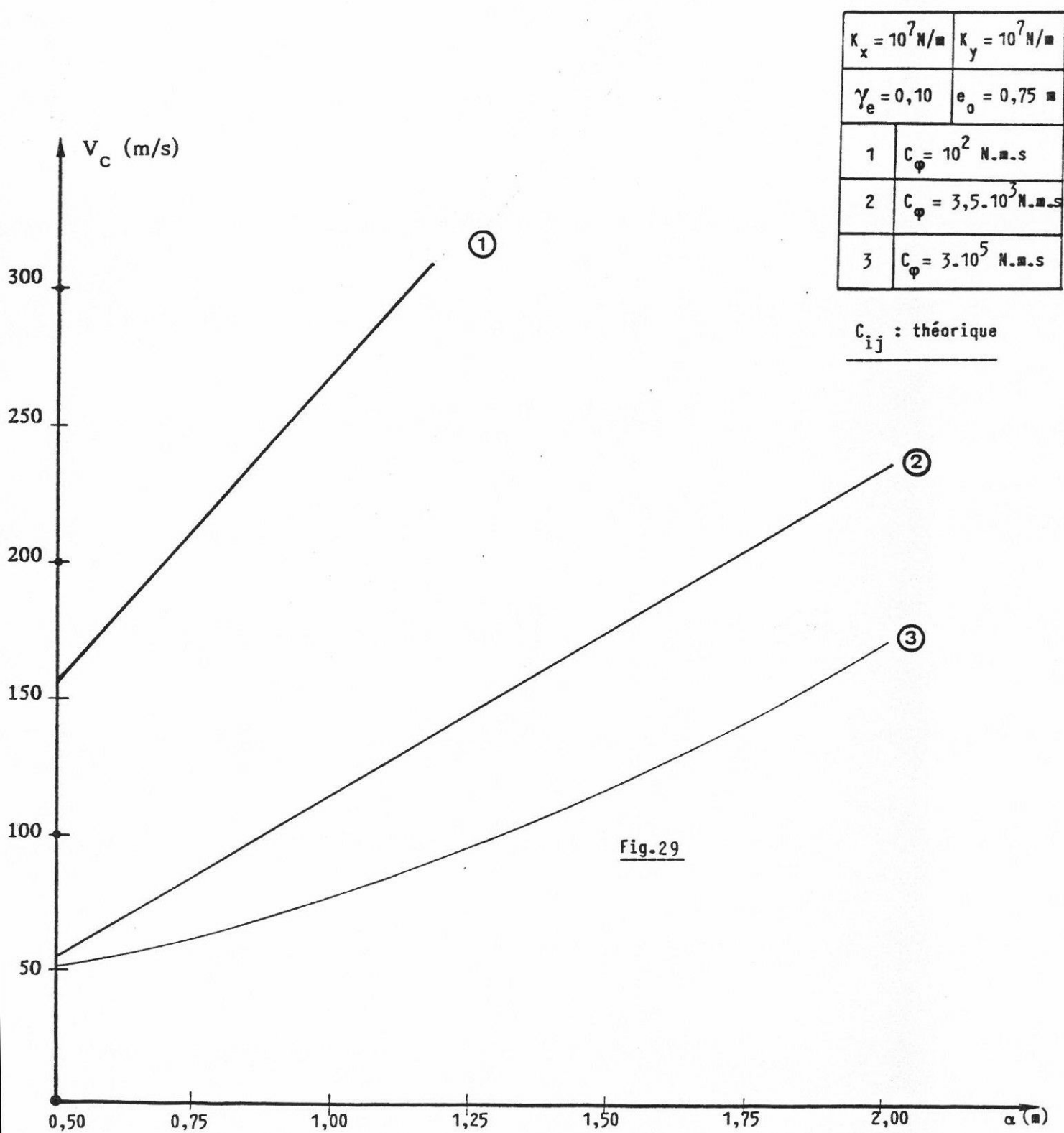


Fig.: 28

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(\alpha)$$



STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(r_o)$$

$\kappa_x = 10^7 \text{ N/m}$		$\kappa_y = 10^7 \text{ N/m}$	
$\gamma_\theta = 0,10$		$2\alpha = 3,0^\circ$	
1	$C_\varphi = 10^2 \text{ N.m.s}$		
2	$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$		
3	$C_\varphi = 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$		

C_{ij} : théorique

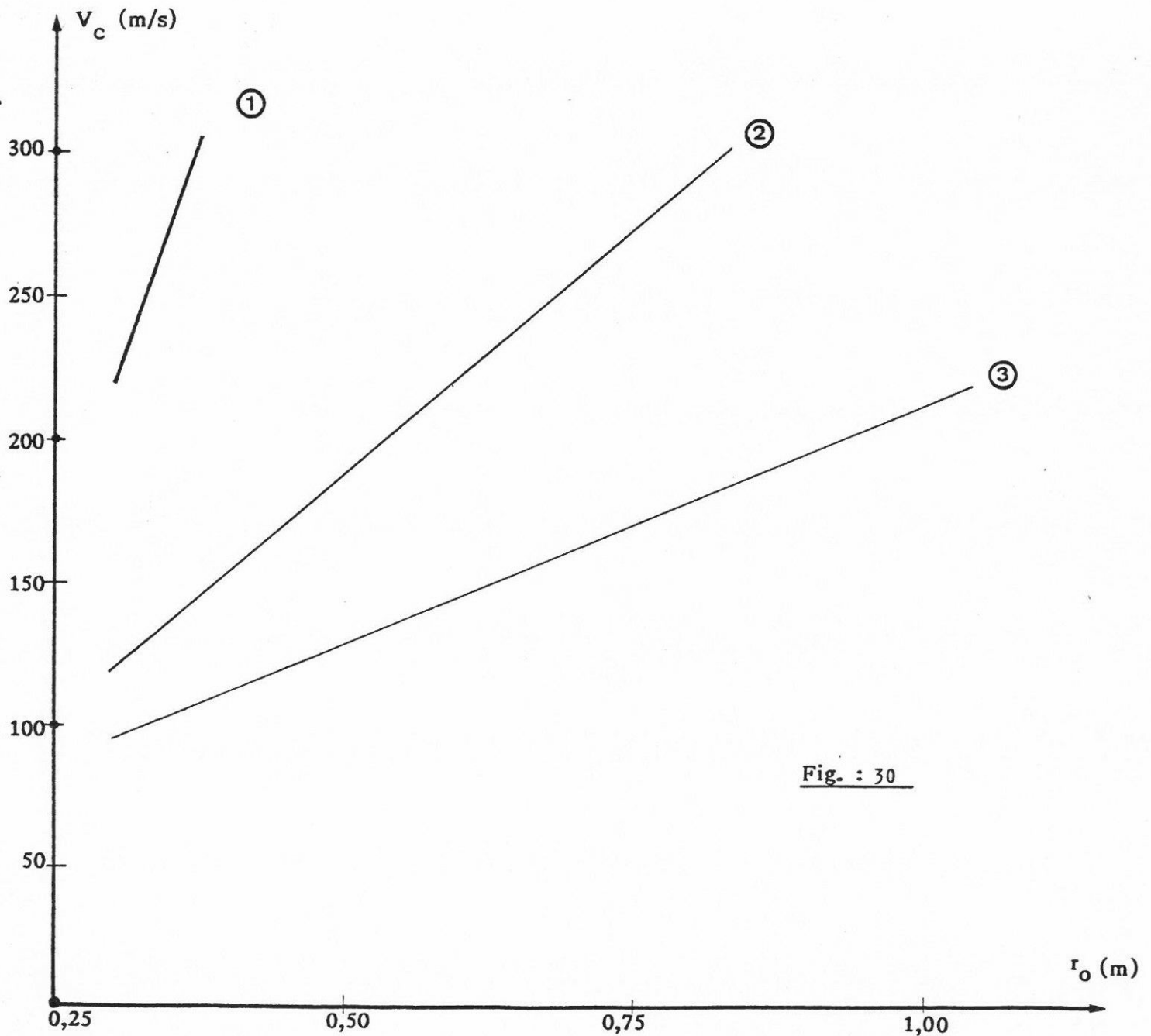


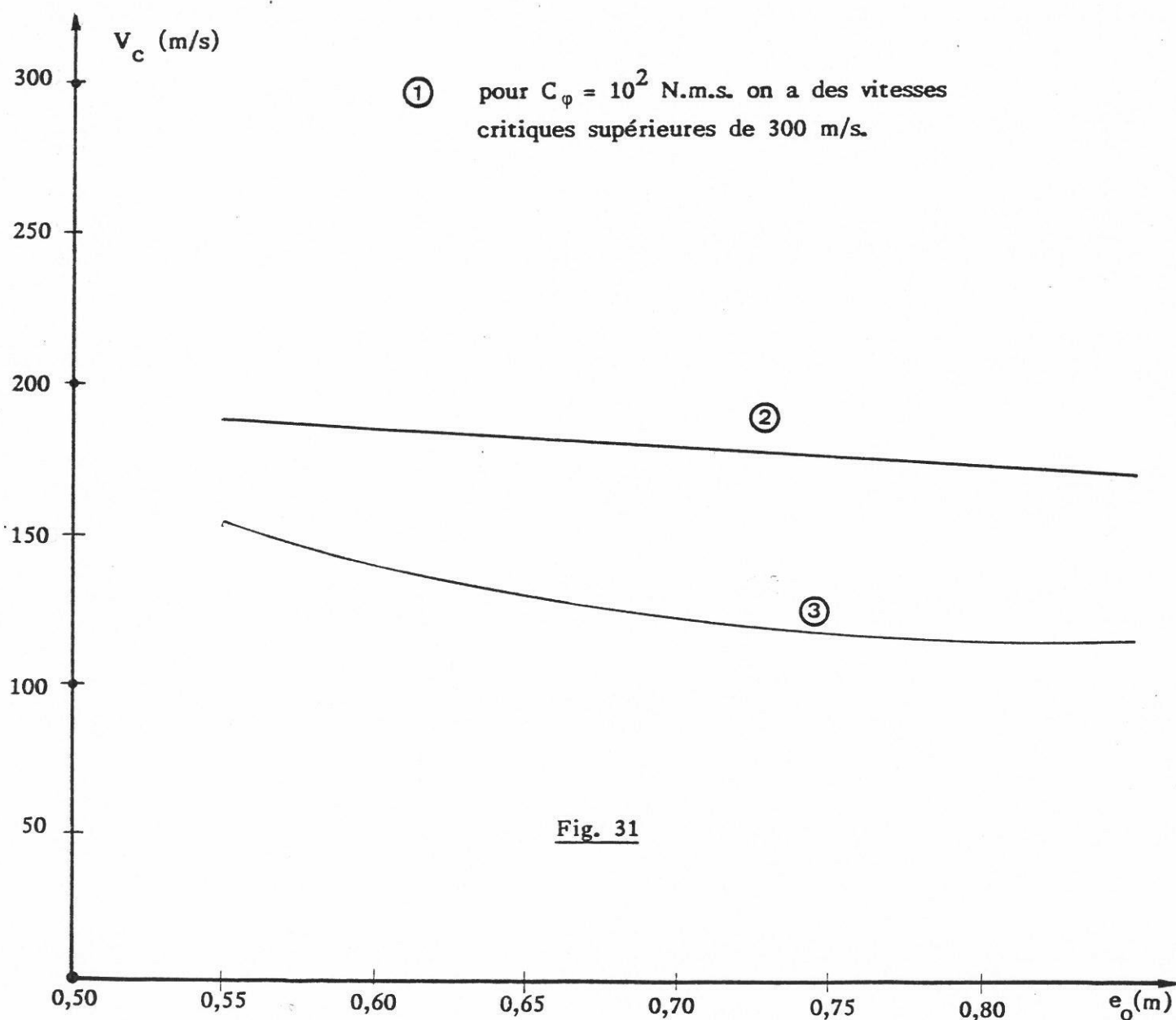
Fig. : 30

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(e_o)$$

$K_x = 10^7 \text{ N/m}$		$K_y = 10^7 \text{ N/m}$	
$\gamma_e = 0,10$		$2\alpha = 3,0$	
1	$C_\varphi = 10^2 \text{ N.m.s}$		
2	$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$		
3	$C_\varphi = 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$		

C_{ij} : théorique

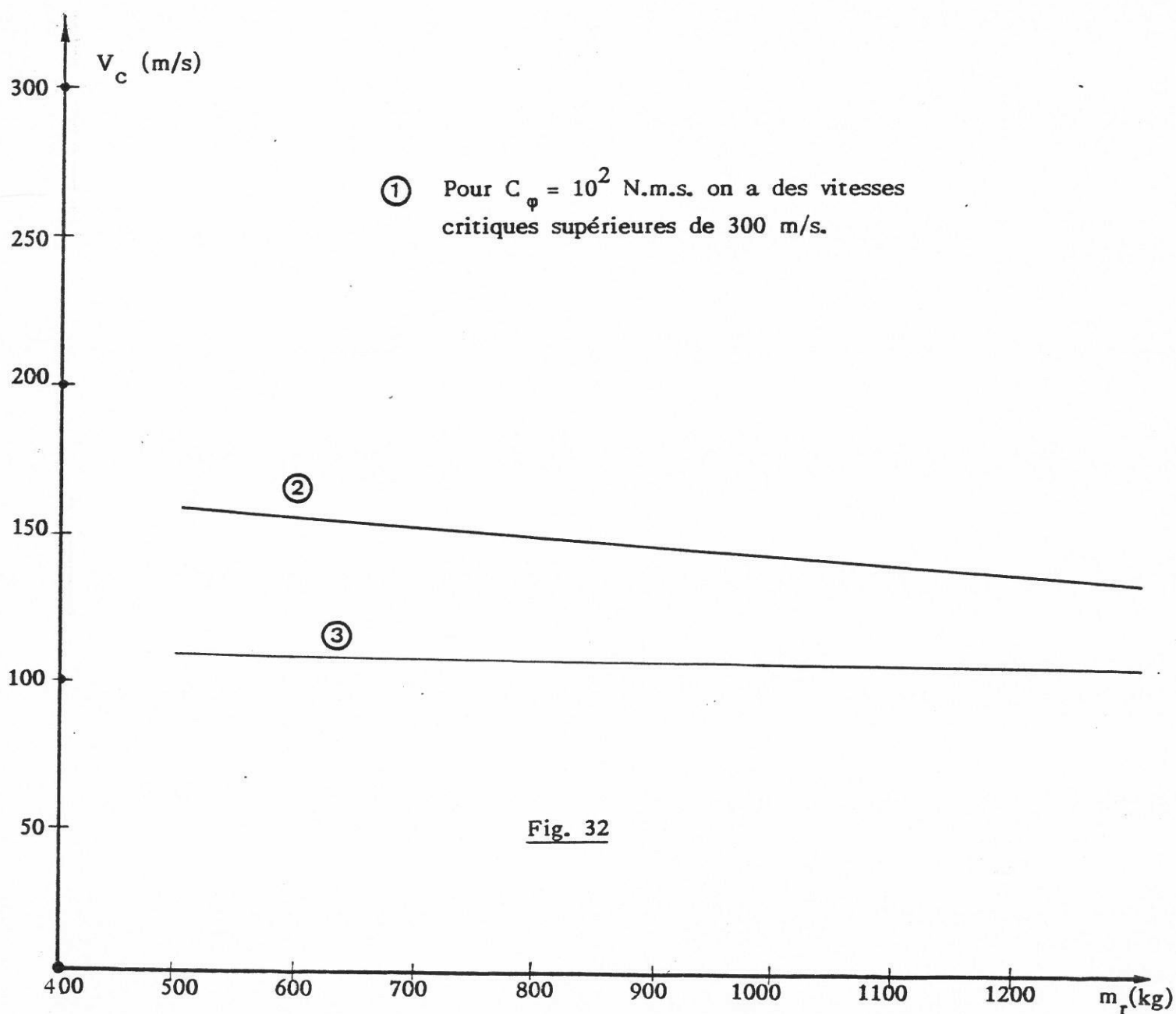


STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(m_r)$$

$K_x = 10^7 \text{ N/m}$		$K_y = 10^7 \text{ N/m}$	
$\gamma_e = 0,10$		$2\alpha = 3,0$	
1	$C_\varphi = 10^2 \text{ N.m.s}$		
2	$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$		
3	$C_\varphi = 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$		

C_{ij} : théorique



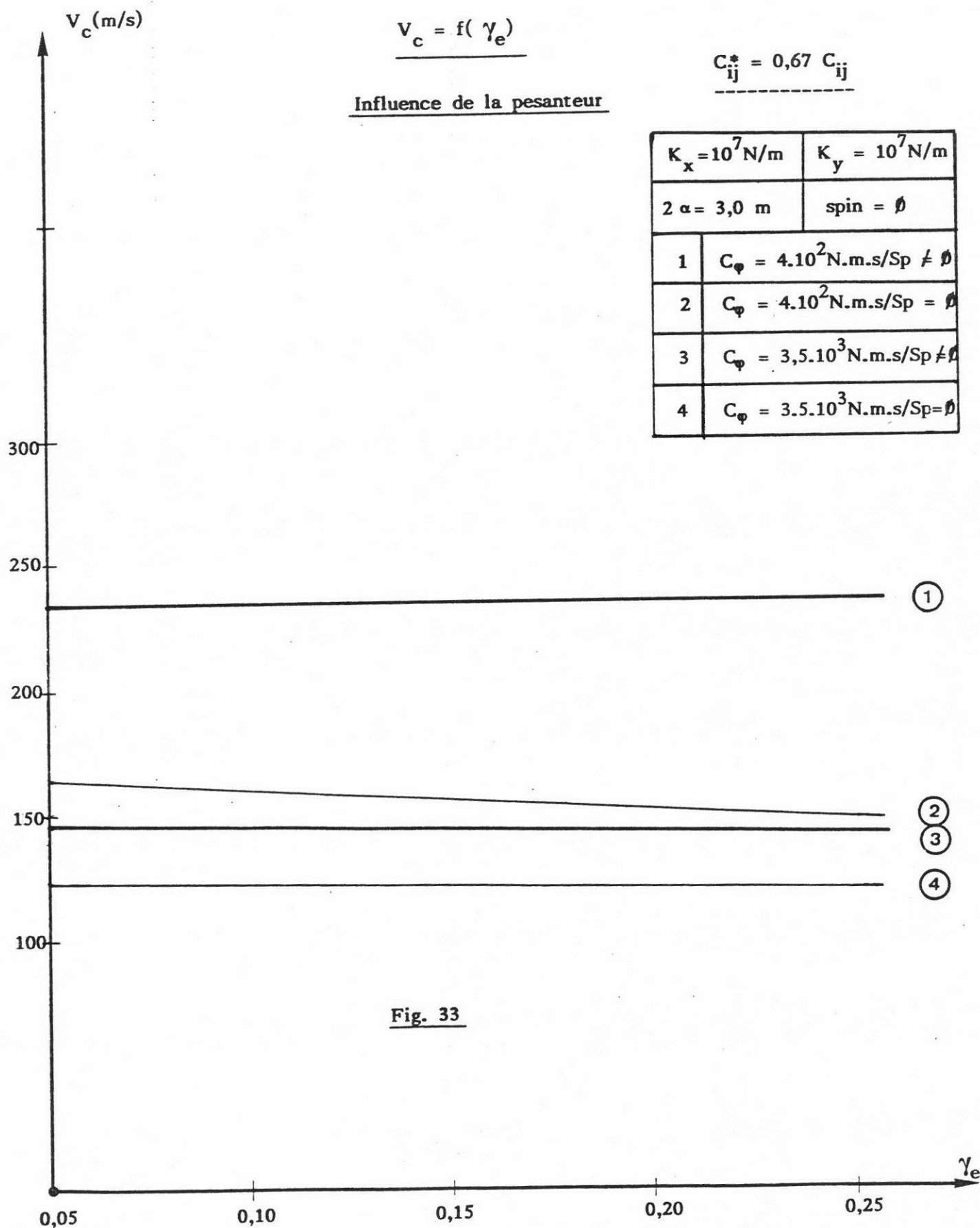
STABILITE TRANSVERSALEEN ALIGNEMENT

$$V_c = f(\gamma_e)$$

Influence de la pesanteur

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

$K_x = 10^7 \text{ N/m}$		$K_y = 10^7 \text{ N/m}$
$2\alpha = 3,0 \text{ m}$		spin = \emptyset
1	$C_\varphi = 4.10^2 \text{ N.m.s/Sp} \neq \emptyset$	
2	$C_\varphi = 4.10^2 \text{ N.m.s/Sp} = \emptyset$	
3	$C_\varphi = 3,5.10^3 \text{ N.m.s/Sp} \neq \emptyset$	
4	$C_\varphi = 3,5.10^3 \text{ N.m.s/Sp} = \emptyset$	

Fig. 33

La force de pesanteur améliore le comportement dynamique d'un véhicule muni d'essieux à pseudoglisement contrôlé. Cette influence est maximale dans le cas d'un bogie à roues indépendantes.

L'augmentation de la composante de pesanteur est obtenue en utilisant des roues ayant des profils creux.

Le tableau ci-après donne les variations de la composante de pesanteur pour différentes valeurs de γ_e et pour $y = 2$ mm et 5 mm avec

$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$, $\gamma_0 = 0,025$ et $r_0 = 0,45$ m.

γ_e	R (m)	S_p (kN)	
		y = 2 mm	y = 5 mm
0,05	0,616	0,4	1,0
0,075	0,456	0,8	2,0
0,10	0,403	1,2	2,9
0,15	0,362	1,9	4,8
0,20	0,344	2,6	6,5
0,25	0,334	3,3	8,3
0,30	0,328	4,0	10,0

La caractéristique d'amortissement C_ϕ du coupleur et la force totale de rappel de pesanteur ont une grande influence sur la stabilité transversale du bogie (cette force de rappel de pesanteur augmente avec la conicité équivalente).

Par analogie à l'essieu conventionnel on a étudié le comportement dynamique en alignement d'un essieu à pseudoglisement contrôlé.

Les calculs et les résultats obtenus sont résumés dans l'annexe 2.

1.6 - BOGIE A ROUES INDEPENDANTES

Les performances d'un véhicule équipé de bogies à roues indépendantes peuvent être étudiées à partir des graphes obtenus avec les essieux à pseudoglisement contrôlé. Pour cela il suffit de considérer les parties des courbes correspondant à des valeurs de C_φ faibles ($C_\varphi \leq 10^2$ N.m.s).

Avec des bogies à roues indépendantes il est possible de circuler à des vitesses très élevées (> 300 m/s). Ce résultat est indépendant des valeurs des autres paramètres de construction du véhicule. Pour des valeurs de $C_\varphi \approx 0$ la vitesse critique (V_c) tend théoriquement vers l'infini. [13].

En l'absence des forces de pseudoglisement longitudinal, un essieu à roues indépendantes n'est plus soumis à un couple d'axe vertical qui génère le mouvement de lacet.

Ce mouvement de lacet stable aux faibles vitesses assure le rappel transversal d'un essieu conventionnel (roues calées sur l'axe) dans la voie. Par contre, cet effet de centrage disparaît avec un essieu à roues indépendantes qui devient, dans ces conditions, très sensible aux excitations latérales de la voie (voir fig. 34).

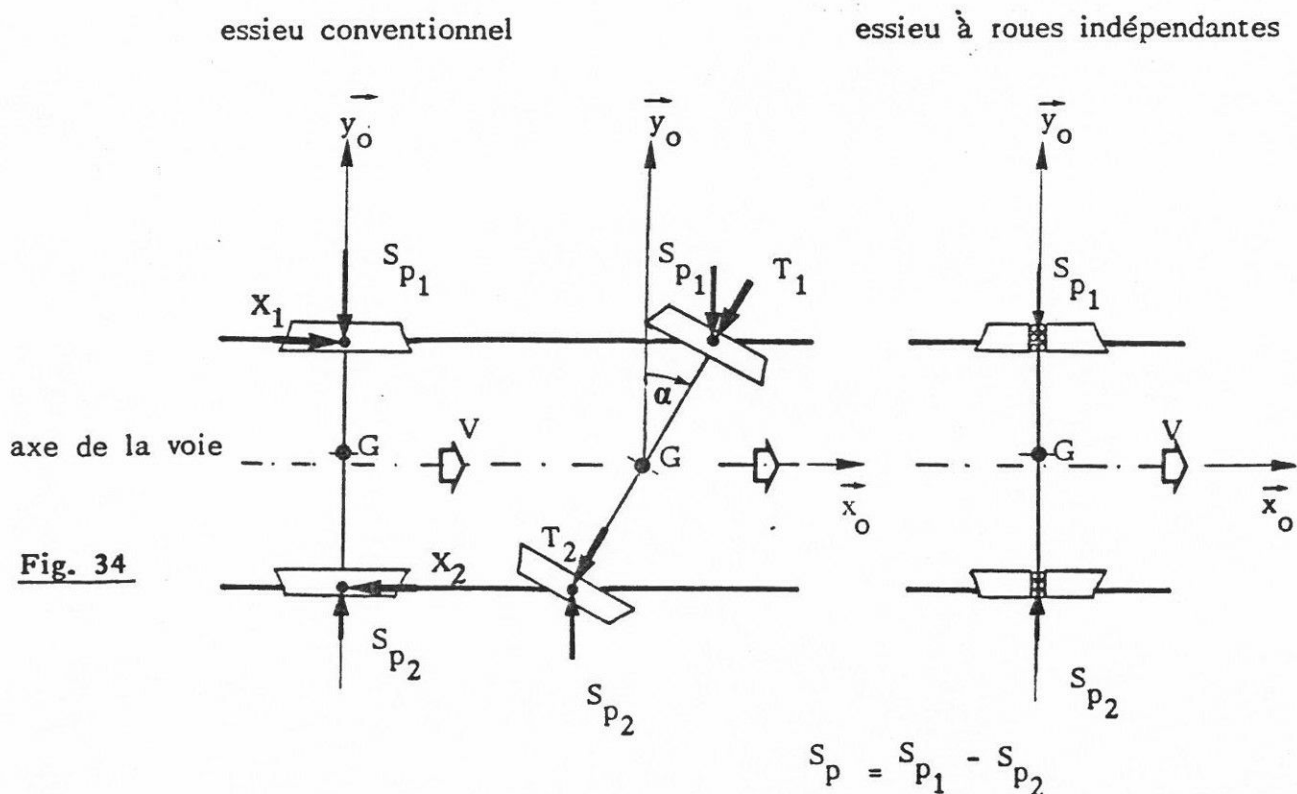
Une amélioration du comportement en alignement d'un bogie à roues indépendantes est obtenue en augmentant la valeur du rappel transversal de pesanteur.

Ce rappel transversal au droit d'un essieu est donné par l'expression :

$$S_p = \left[\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m \right) g \frac{1}{R - R'} - \frac{2C_{23}\chi\gamma_e}{R\gamma_0 r_0} \right] y$$

C_{23} : Coefficient de pseudoglisement relatif au spin

Pour cela, il suffit de donner aux roues un profil ayant une plus grande conicité ce qui entraîne une diminution du rayon R . **Un profil creux ayant une conicité équivalente plus élevée, améliore le positionnement des essieux à roues indépendantes dans une voie en alignement.**



2 - CIRCULATION EN
COURBE

2.1 - METHODE UTILISEE

L'étude du comportement semi-statique d'un bogie en courbe de faible rayon sera effectuée, pour chaque technologie, à partir des modèles donnés par les annexes 9, 14 et 15 de la première partie :

Annexe (9) : $K_s = K_b = \emptyset$: bogie conventionnel à essieux classiques

$K_s \neq \emptyset, K_b \neq \emptyset$: bogie à liaisons directes entre essieux

Annexe (14) : $C_\varphi \neq \emptyset$: bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé

Annexe (15) : $C_\varphi = \emptyset$: bogie à roues indépendantes

Pour chaque technologie, on montrera l'influence des principaux paramètres de construction du bogie sur son aptitude à négocier une courbe de rayon donné, sans glissement et sans contact boudin roue-rail.

Les forces qui interviennent sur le positionnement du bogie dans la voie sont :

- les forces de pseudoglisement,
- les forces de pesanteur,
- la force centrifuge non compensée
- les forces élastiques de rappel des ressorts de guidage des essieux,
- les actions des rails au niveau des boudins des roues (roue gauche au niveau de l'essieu directeur, roue droite au niveau de l'essieu mené).

La position d'équilibre du bogie dans la voie est définie par la connaissance des déplacements transversaux ($y_{11}, y_{12}, y_{11}^*, y_{12}^*$) et des angles de lacet (α_{11}, α_{12}) des essieux dans la voie.

y_{11}, y_{12} : déplacements transversaux des essieux par rapport à l'axe de la voie

y_{11}^*, y_{12}^* : déplacements transversaux des essieux par rapport à la ligne de roulement pur.

La validité du modèle sera obtenue en vérifiant, en chaque point, l'inégalité ci-après :

$$F_{R_{ij}} = \sqrt{X_{ij}^2 + T_{ij}^2} \leq \mu N$$

./.

Cette relation indique que le module de la force de pseudoglisement est inférieur à l'effort de glissement donné par la loi de Coulomb.

$F_{R_{ij}}$: module des forces de pseudoglisement au point I_{ij}

X_{ij} : force de pseudoglisement longitudinal

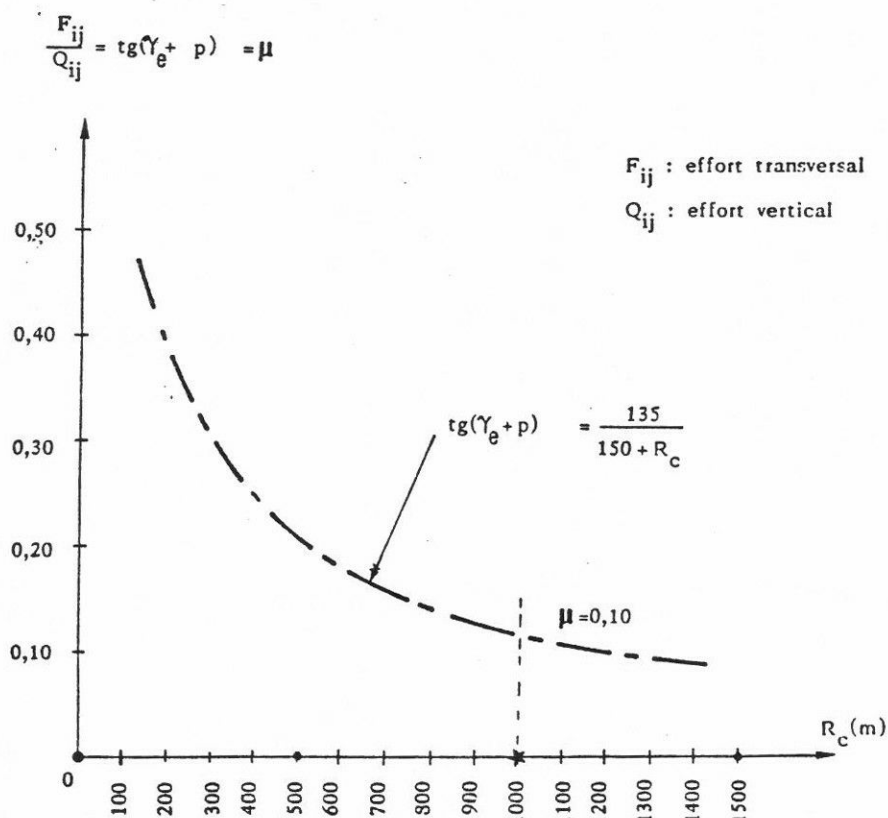
T_{ij} : force de pseudoglisement transversal

μ : coefficient de frottement donné par la relation

$$\mu = \frac{135}{150 + R_c}$$

N : charge normale par roue

La courbe ci-après donne les variations de μ en fonction de R_c (résultats expérimentaux).



Pour $R_c \geq 1000$ m, on a $\mu \approx 0,10$.

Le contact boudin roue-rail est obtenu quand le déplacement transversal d'un essieu dans la voie est égal au jeu essieu-voie (voir page 281).

Ce résultat est obtenu quand :

y_{ki} = Jeu dans la voie (origine : axe de la voie)

y_{ki}^* = jeu dans la voie (origine : ligne de roulement pur;

$$y_{ki}^* = y_{ki} - y_o$$

$$\text{avec : } y_o = \frac{e_o r_o}{\gamma_e R_c}$$

La valeur du jeu dans la voie dépend de :

- l'écartement nominal de la voie,
- la distance entre forces actives des boudins.

Le jeu dans la voie est donné par la relation ci-après (fig. 35)

$$\text{Jeu(mm)} = \frac{2e_o - 2e_a}{2} = \frac{2e_o - (2d_a + 2e_b)}{2}$$

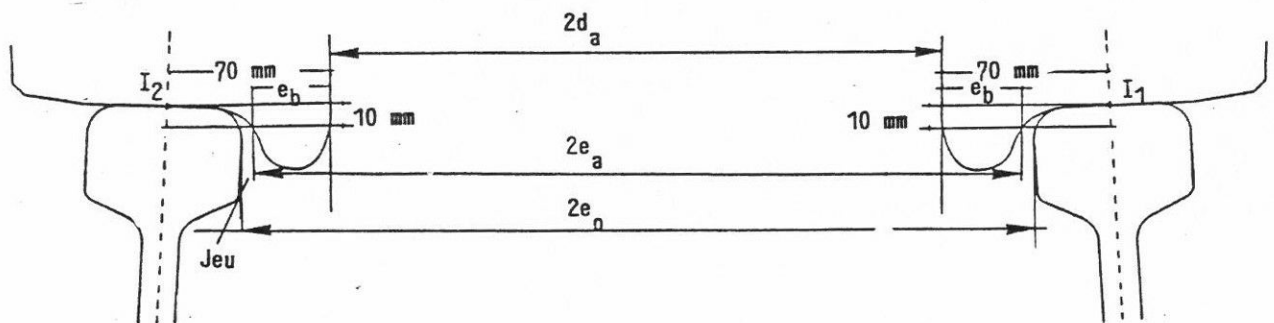


Fig. 35

avec : 2d_a : distance entre faces internes (mm)

2e_a : distance entre faces actives des boudins (mm)

2e_o : écartement de la voie (mm)

e_b : épaisseur du boudin (mm)

L'écartement nominal de la voie en fonction du rayon de courbure est donné par le tableau ci-après :

traverses bois et métalliques	$2e_o \begin{cases} 1,437 \text{ m pour } R_c \geq 200 \text{ m} \\ 1,450 \text{ m pour } R_c < 200 \text{ m} \end{cases}$
traverses (1) béton	$2e_o \begin{cases} 1,435 \text{ m pour } R_c \geq 300 \text{ m} \\ 1,437 \text{ m pour } R_c < 300 \text{ m} \end{cases}$

L'épaisseur des boudins varie entre 33 et 32,5 mm, à l'état neuf, et 25 mm à limite d'usure.

L'organigramme de calcul dans les courbes est donné à la page suivante.

L'aptitude d'un bogie à négocier une courbe est souvent définie en calculant la puissance dissipée au contact par les forces de pseudoglisement.

Cette puissance dissipée est responsable de l'usure des roues et des rails, du bruit de roulement et d'une consommation excessive d'énergie.

Pour le calcul de la puissance dissipée par les forces de pseudoglisement on se réfère à l'annexe 1 de la première partie.

Cette puissance est proportionnelle aux carrés des glissements réduits, qui dans le cas d'un comportement statique d'un essieu conventionnel sont égaux à :

$$v_x = \frac{\gamma_e y}{r_o}, \quad v_y = \alpha$$

Dans le cas d'un essieu à pseudoglisement contrôlé on a :

$$v_x = \frac{\Phi' r_o}{v}, \quad v_y = \alpha$$

On trouve dans la littérature ferroviaire d'autres critères pour définir le comportement d'un bogie en courbe de faible rayon [28,29].

Les résultats seront présentés sous forme de courbes et de tableaux accompagnés des commentaires spécifiques.

2.2 - CARACTERISTIQUES DU VEHICULE PRIS COMME REFERENCE

PARAMETRES DE LA VOIE

Bogie conventionnel à essieux classiques

$$\bar{M} = 43\,200 \text{ kg}$$

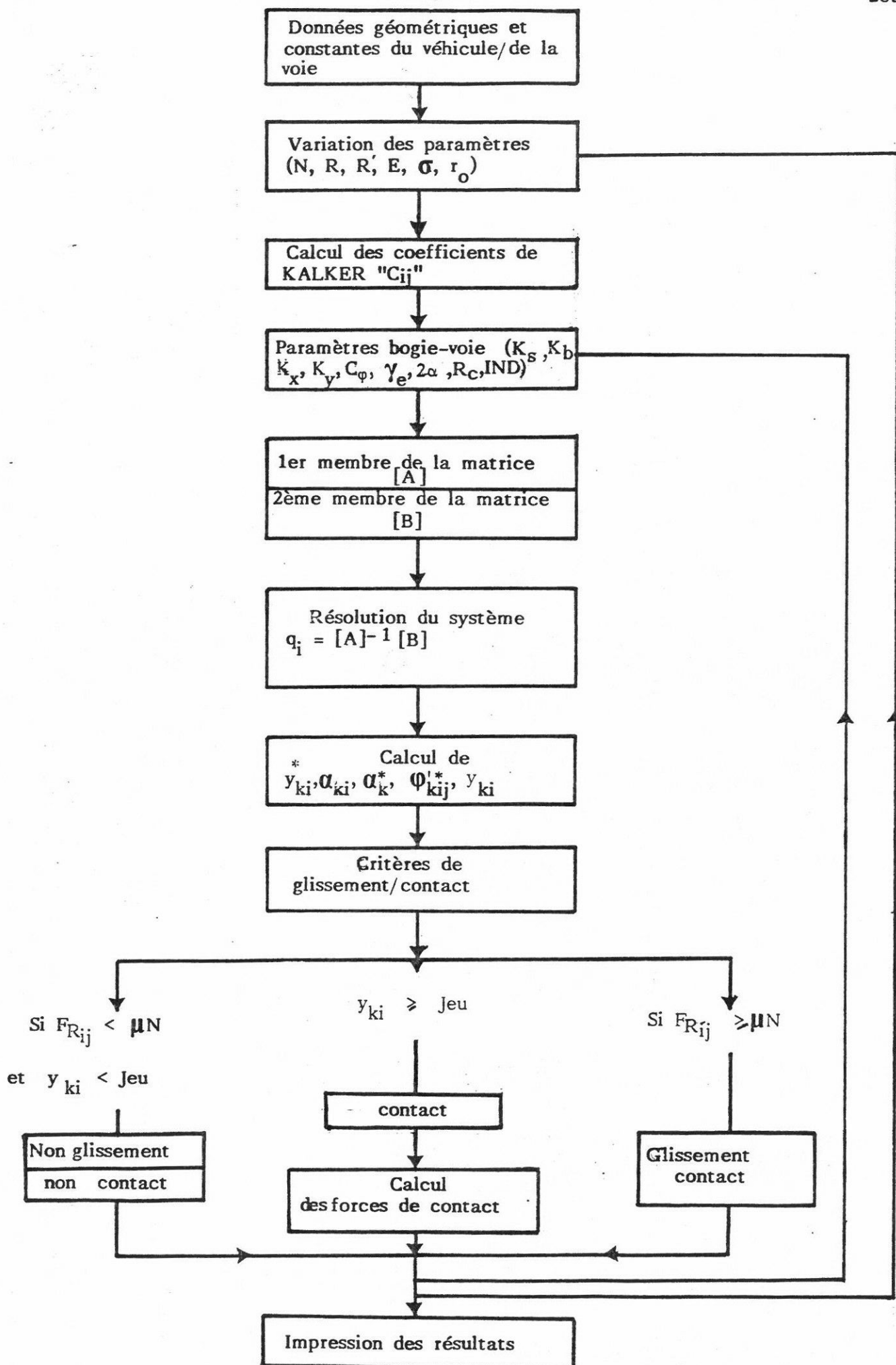
$$dp = 0,160 \text{ m}$$

$$M = 3\,020 \text{ kg}$$

$$\gamma_o = 0,025$$

./.

(1) Les traverses béton ne sont pas utilisées dans des courbes de rayon $R_c < 250 \text{ m}$



$$m = 1500 \text{ kg}$$

$$r_o = 0,45 \text{ m}$$

$$\hat{m} = 250 \text{ kg}$$

$$e_o = 0,75 \text{ m}$$

$$\bar{K}_x = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$R' = 0,30 \text{ m}$$

$$2\bar{A} = 18,135 \text{ m}$$

$$\bar{d} = d = 1,0 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Jeu} = \pm 10 \text{ mm} \\ \text{Jeu} = \pm 12,5 \text{ mm} \\ \text{Jeu} = \pm 17,5 \text{ mm} \\ \text{Jeu} = \pm 22,5 \text{ mm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{pour } R_c \geq 300 \text{ m} \\ \longrightarrow \text{pour } 300 \text{ m} > R_c \geq 175 \text{ m} \\ \longrightarrow \text{pour } 175 \text{ m} > R_c \geq 150 \text{ m} \\ \longrightarrow \text{pour } R_c < 150 \text{ m} \end{array}$$

$K_x, K_y, \gamma_e, 2\alpha, R_c, \text{IND}$: paramètres variables

$$\text{avec : } \text{IND} = \frac{V^2}{R_c g} - \delta p \quad \delta p = \frac{dp}{2e_o}$$

Pour les autres technologies on a introduit les caractéristiques des liaisons supplémentaires.

Bogie à essieux auto-orientés

K_b : rigidité angulaire entre essieux (N.m), $K_x = 10^5 \text{ N/m}$

K_s : rigidité de la liaison transversale entre essieux (N/m), $K_y = 10^6 \text{ N/m}$

$K_s, K_b, \gamma_e, 2\alpha, R_c, \text{IND}$: paramètres variables.

Bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé

C_φ : caractéristique d'amortissement du coupleur magnétique (N.m.s)

Forces de pseudoglisement longitudinal faibles

$$m_r = 750 \text{ kg}$$

$$p_y = 0,30 \text{ m}$$

$C_\varphi, K_x, K_y, \gamma_e, R_c, 2\alpha, \text{IND}$: paramètres variables

Bogie à roues indépendantes

$$C_\varphi = \emptyset$$

Forces de pseudoglisement longitudinal nulles.

$$m_r = 750 \text{ kg} \quad p_y = 0,30 \text{ m} \quad K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$$

$\gamma_e, R_c, 2\alpha, \text{IND}$: paramètres variables

./.

2.3 - BOGIE CONVENTIONNEL A ESSIEUX CLASSIQUES

2.3.1 - ANALYSE DES RESULTATS

Influence de la rigidité longitudinale châssis de bogie-essieux (K_x)

Déplacements transversaux : y_{11}^* , y_{12}^*

Les variations de y_{11}^* et y_{12}^* en fonction de K_x sont données par les fig. 36 et 37.

La rigidification de la liaison longitudinale châssis de bogie-essieux entraîne une augmentation des déplacements transversaux essieux-voie.

L'expérience montre que le contact boudin roue-rail est rapidement atteint avec un bogie dont la caractéristique de guidage longitudinal K_x est élevée ($> 10^7$ N/m par exemple).

Afin de vérifier ce résultat, nous avons continué les calculs en dehors de la limite de validité du modèle théorique.

Les résultats obtenus sont donnés par la fig. 38. Quand K_x augmente le déplacement transversal de l'essieu dans la voie, tend bien vers une valeur asymptotique qui est égale au jeu de l'essieu dans la voie.

On remarque que y_{11}^* est toujours positif et y_{12}^* négatif ; l'essieu directeur se déplace vers l'extérieur de la courbe, l'essieu mené prend une position centrée dans la voie.

Ces résultats théoriques sont confirmés par les résultats expérimentaux.

Pour $K_x \leq 10^5$ N/m $y_{11}^* \approx 0$

et $y_{11} = y_0 = \frac{e_o r_o}{\gamma_e R_c}$

Angles de lacet des essieux α_{11} , α_{12}

Les variations de α_{11} et α_{12} en fonction de K_x sont données par les fig. 39 et 40.

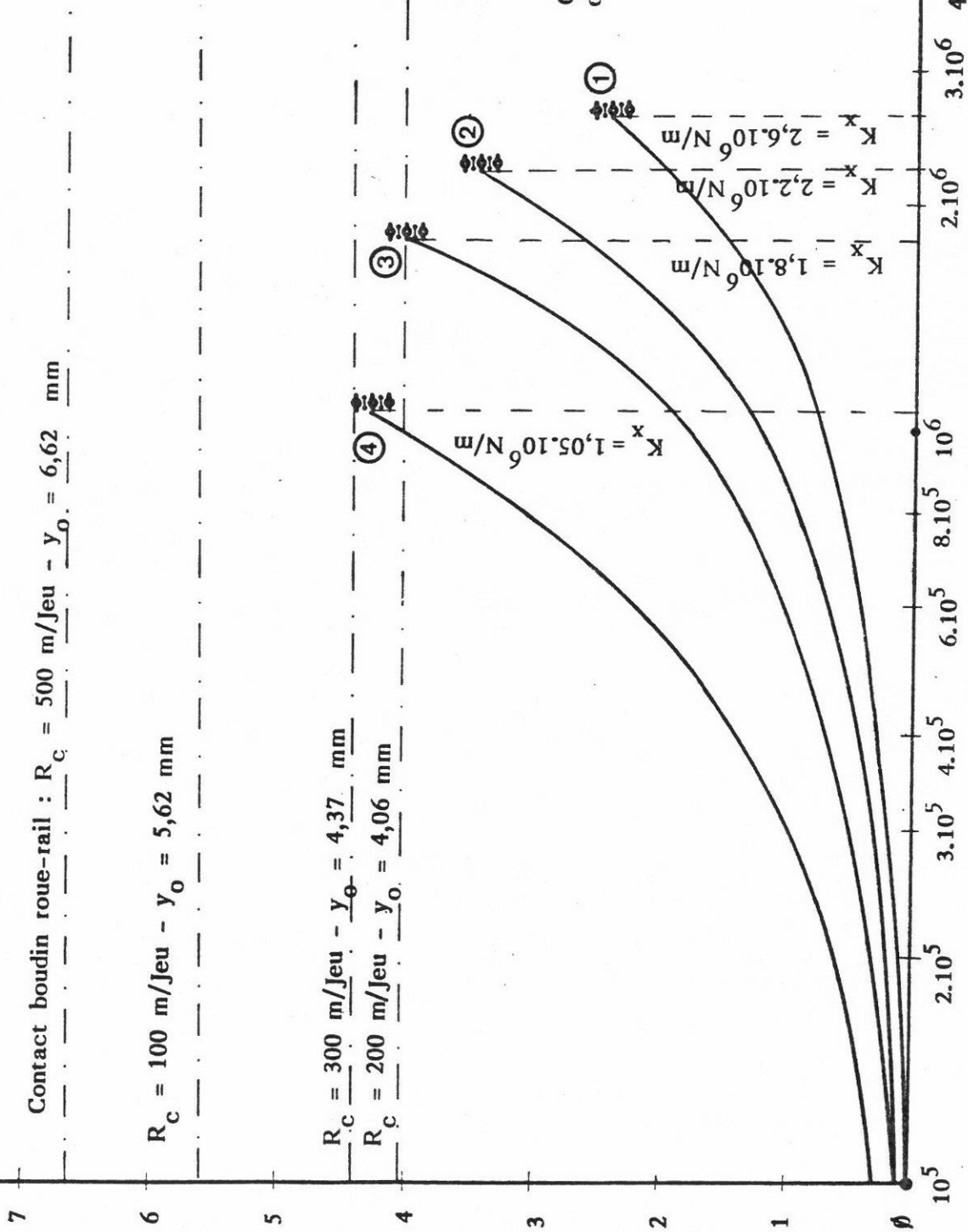
Pour des valeurs de K_x inférieures à 10^6 N/m, les angles de lacet des deux essieux du bogie ont des valeurs très faibles.

./.

CIRCULATION EN COURBE

⊕ y_{11}^* (mm)

$y_{11}^* = f(K_x)$



C_{ij} : théorique

$K_y = 10^6$ N/m	R_c (mm)	y_0 (mm)	$\gamma_e = 0,2$	IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0$ m
				V (m/s)	Jeu (mm)
1	500	3,375		24,9	± 10
2	300	5,625		19,3	± 10
3	200	8,438		15,7	$\pm 12,5$
4	100	16,880		11,1	$\pm 22,5$

Glissement essieu
directeur

Fig. 36

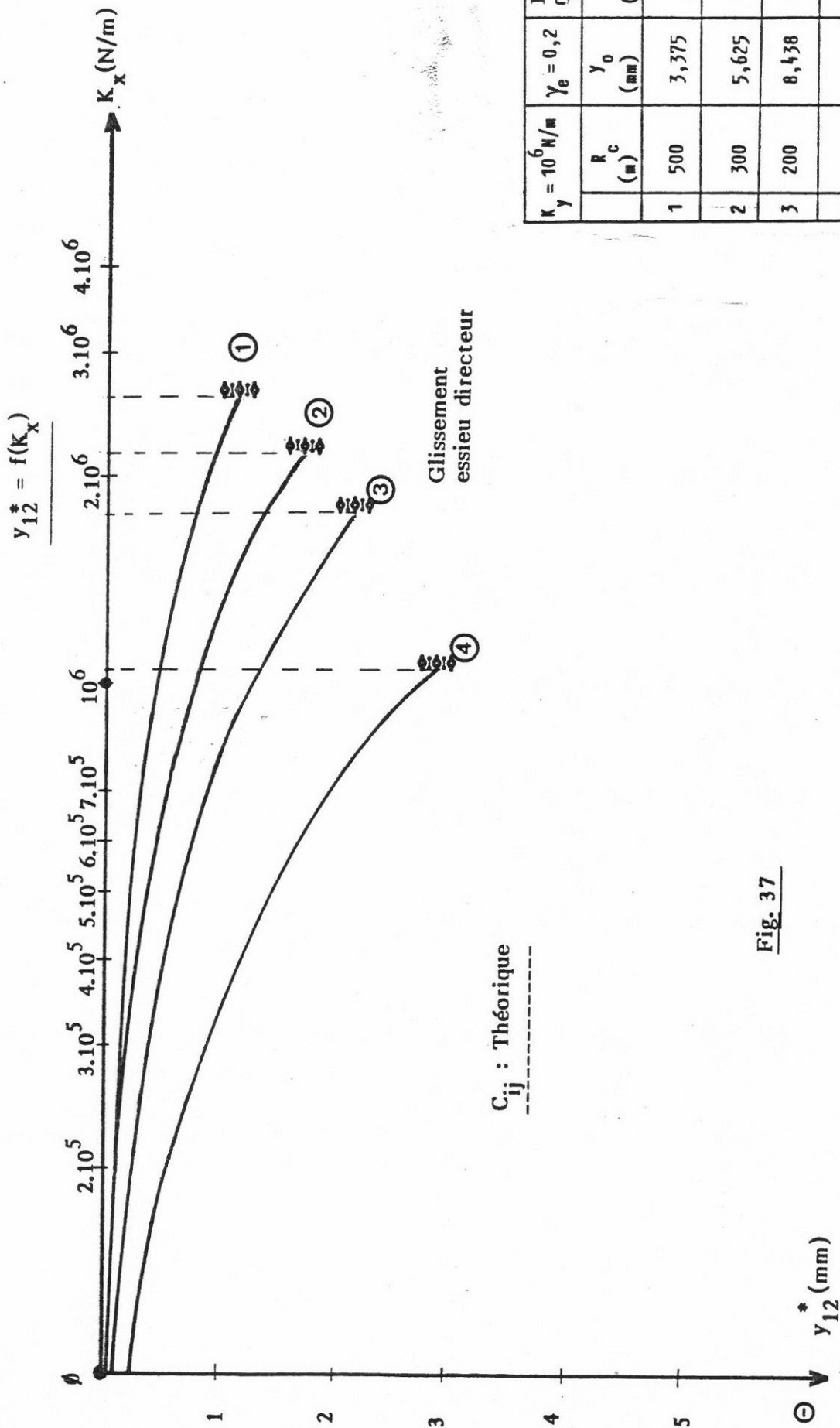


Fig. 37

$K_y = 10^6$ N/m	R_c (m)	$\gamma_e = 0,2$	IND =	$2\alpha = 3,0$ m
		y_0 (mm)	V (m/s)	Jeu (mm)
1	500	3,375	24,9	± 10
2	300	5,625	19,3	± 10
3	200	8,438	15,7	$\pm 12,5$
4	100	16,880	11,1	$\pm 22,5$

CIRCULATION EN COURBE

$$y_{11}^* = f(K_x)$$

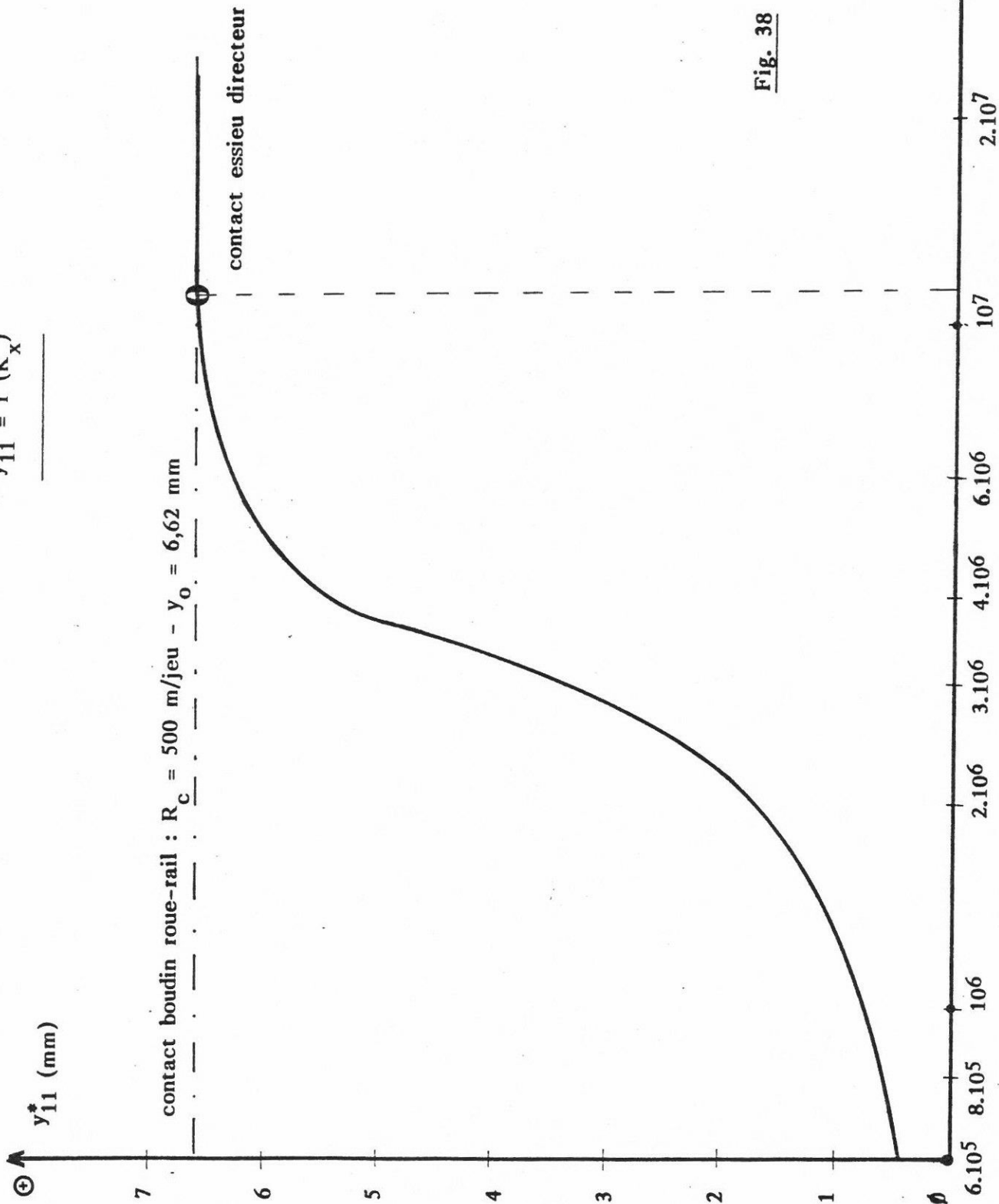


Fig. 38

C_{ij} : théorique

$K_y = 10^6$ N/m	$\gamma_e = 0,2$	IND =	$2\alpha = 3,0$ mm
R_c (m)	y_0 (mm)	$\frac{V}{(m/s)}$	Jeu (mm)
500	3,375	24,9	± 10

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11} = f(K_x)$$

α_{11} (mrad)

C_{ij} : théorique

glissement
essieu directeur

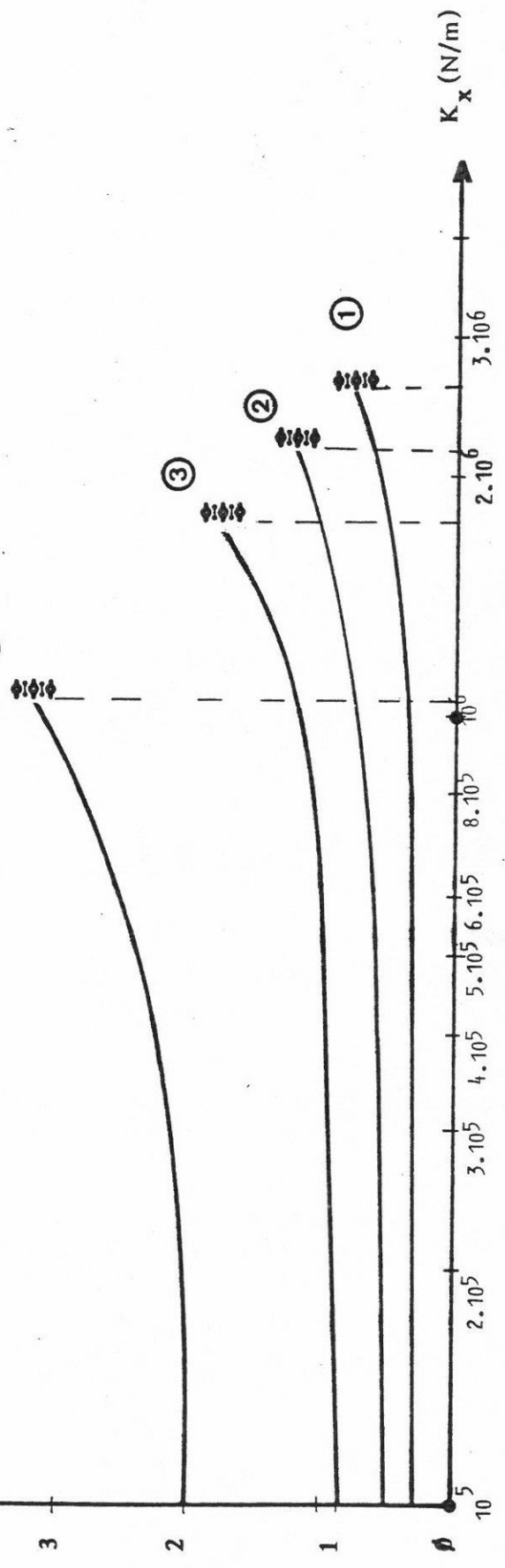


Fig. : 39

$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,2$	IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
R_c (m)	y_0 (mm)	V (m/s)	Jeu (mm)
1 500	3,375	24,9	± 10
2 300	5,625	19,3	± 10
3 200	8,438	15,7	$\pm 12,5$
4 100	16,880	11,1	$\pm 22,5$

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{12} = f(K_x)$$

C_{ij} : théorique

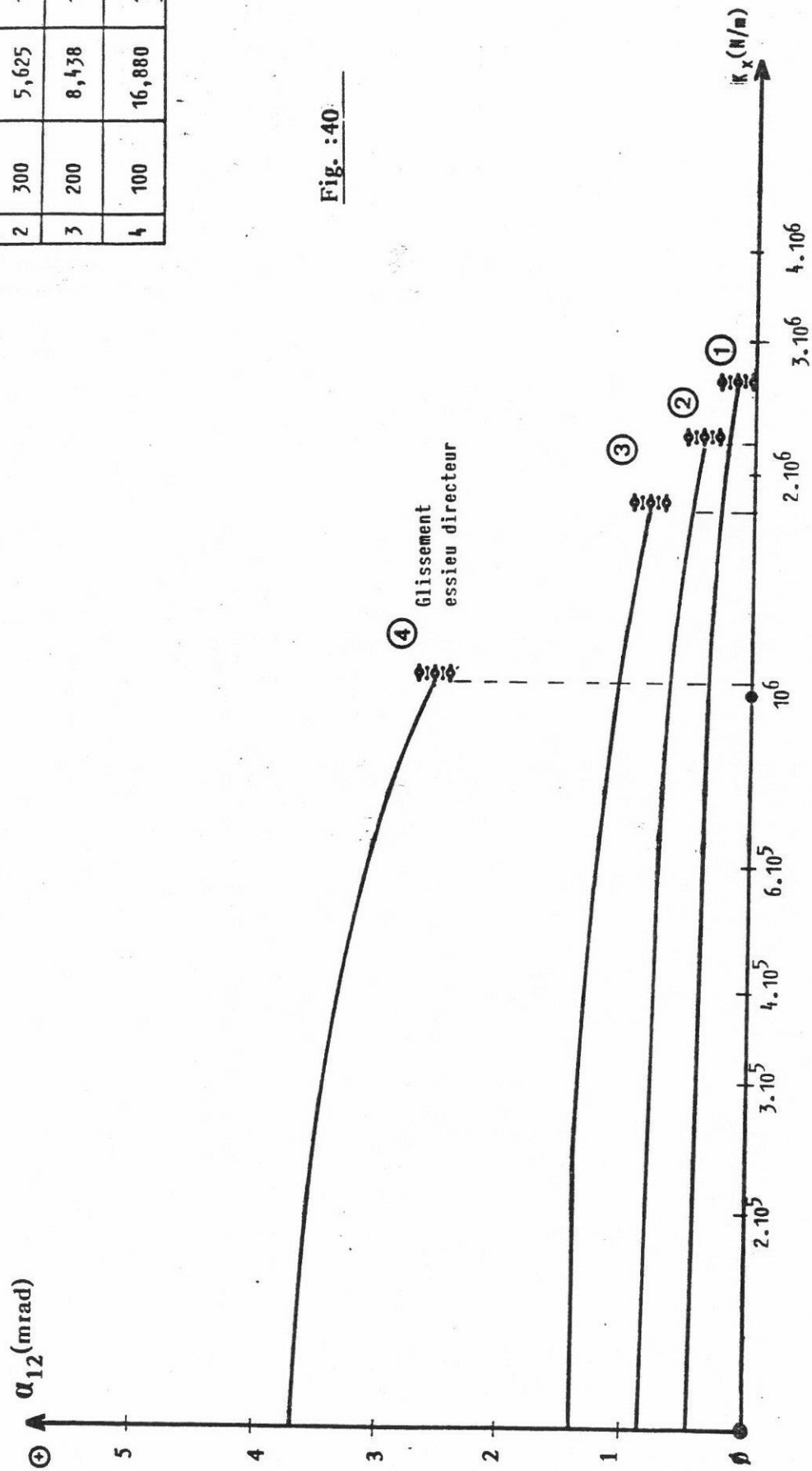


Fig. :40

$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	R_c (m)	$\gamma_e = 0,2$	IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
		γ_0 (mm)	V (m/s)	Jeu (mm)
1	500	3,375	24,9	± 10
2	300	5,625	19,3	± 10
3	200	8,438	15,7	$\pm 12,5$
4	100	16,880	11,1	$\pm 22,5$

Avec une liaison châssis de bogie-essieux souple en longitudinal, les axes des essieux sont orientés vers le centre de la courbe, ils sont pratiquement confondus avec les rayons de la courbe aux points de contact.

L'apparition du glissement ne nous permet pas, compte tenu des hypothèses de cette étude, d'extrapoler les courbes α_{11} et $\alpha_{12} = f(K_x)$ et de déterminer les angles de lacet que l'on aurait avec des bogies dont la rigidité longitudinale châssis de bogie-essieux est $> 10^7$ N/m (cas des bogies destinés aux grandes vitesses).

L'essieu directeur est sur-vireur⁽¹⁾ et l'essieu mené est sous-vireur.⁽¹⁾

Le tableau ci-après donne, pour les caractéristiques prises en compte (R_c , K_x), les puissances dissipées au droit des deux essieux avec :

- P_{cd} : puissance dissipée au niveau de l'essieu directeur,
- P_{cm} : puissance dissipée au niveau de l'essieu mené,
- P_{ct} : $P_{cd} + P_{cm}$ = puissance dissipée au niveau de 2 essieux

R_c (m)	K_x (N/m)	P_{cd} (kW)	P_{cm} (kW)	P_{ct} (kW)
100	$5 \cdot 10^5$	1,45	2,19	3,64
	10^6	2,90	2,00	4,90
	$1,2 \cdot 10^6$	glissement	2,08	glissement
200	$5 \cdot 10^5$	0,42	0,59	1,01
	10^6	0,82	0,57	1,39
	$1,2 \cdot 10^6$	1,06	0,58	1,64
300	$5 \cdot 10^5$	0,20	0,28	0,48
	10^6	0,40	0,28	0,68
	$1,2 \cdot 10^6$	0,52	0,28	0,80
500	$5 \cdot 10^5$	0,07	0,10	0,17
	10^6	0,16	0,10	0,26
	$1,2 \cdot 10^6$	0,21	0,10	0,31

La fig.41 donne la variation de la puissance dissipée au niveau des deux essieux du bogie (P_{ct}) en fonction du rayon de courbure.

La valeur de P_{ct} diminue de 4,9 kW à 0,25 kW lorsque le rayon de courbure varie de 100 à 750 m.

(1) La définition "essieu sur-vireur, sous-vireur" est donnée à l'annexe 3.

CIRCULATION EN COURBE

$P_{ct} = f(R_c)$

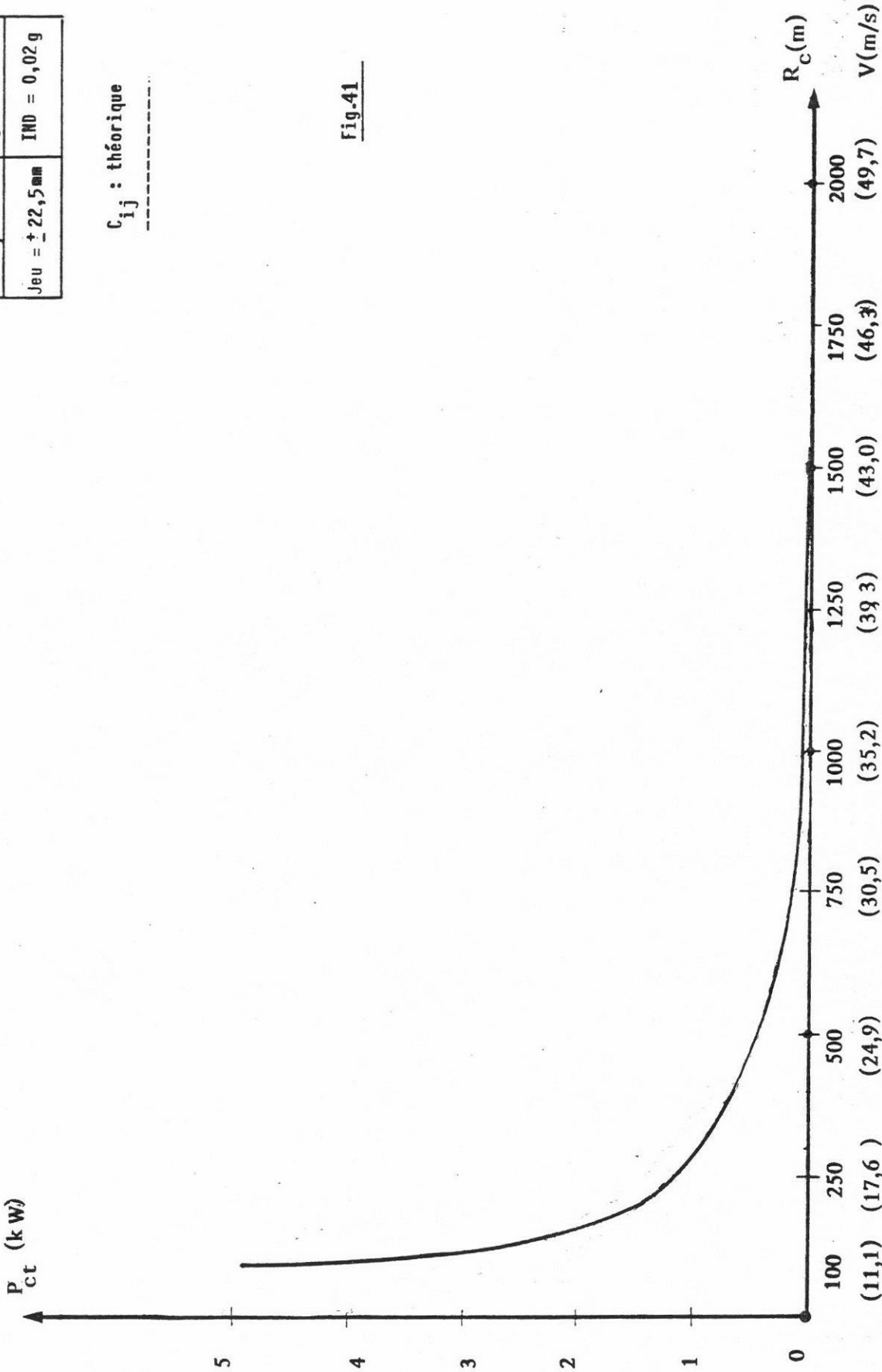


Fig.41

C_{ij} : théorique

$K_x = K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
Jeu = $\pm 22,5 \text{ mm}$	IND = 0,02 g

Influence de la rigidité transversale châssis de bogie-essieux (K_y)

La fig.42 donne les variations de y_{11}^* et y_{12}^* en fonction de K_y .

La rigidité transversale K_y de la suspension primaire n'a pas d'influence significative sur les déplacements transversaux des essieux dans la voie. On montrerait qu'il en est de même pour les angles de lacet.

Avec $R_c = 300$ m, $K_x = 10^6$ N/m et K_y compris entre 10^5 et 10^7 N/m on n'a pas de glissement et de contact boudin roue-rail.

Influence du rayon de roulement des roues (r_o), de l'empattement du bogie ($2a$) et de l'écartement de la voie ($2e_o$).

Les fig. 43, 44 et 45 montrent l'influence de r_o , a et e_o sur le déplacement transversal de l'essieu directeur y_{11}^* .

Influence de la conicité équivalente (γ_e)

Les fig. 46 et 47 donnent les variations de y_{11}^* et α_{11} en fonction de γ_e . Une augmentation de la conicité équivalente entraîne une diminution du déplacement transversal de l'essieu directeur y_{11}^* .

La variation de γ_e n'a pratiquement pas d'influence sur les angles de lacet.

Avec les caractéristiques de construction indiquées sur la fig. 46 l'essieu directeur vient en contact avec le rail extérieur pour $\gamma_e = 0,14$ (Jeu total essieu-voie ± 10 mm).

Avec des profils de roues neufs $\gamma_e \approx \gamma_o$ on a contact dans des courbes de 1500 m de rayon.

Avec des profils de roues ayant, à l'état neuf, une conicité équivalente plus élevée, le déplacement transversal de l'essieu directeur est plus faible, le contact boudin roue-rail est retardé.

Influence du spin (C_{23} , $C_{33} \neq 0$)

L'effet de spin n'a pratiquement pas d'influence sur le positionnement des essieux dans les courbes de faible rayon (fig. 48 et 49).

Remarque

Les courbes des fig.48 et 49 ont été tracées en considérant les forces de pseudoglisement linéaires. Le système linéaire (5x5) utilisé est donné à l'annexe 8 de la première partie.

Influence de la force centrifuge (F_{nc})

Les fig. 50 et 51 donnent les variations de y_{11} , y_{12} , α_{11} , α_{12} en fonction de la force centrifuge non compensée (F_{nc}) s'exerçant sur les deux essieux.

$$y_{11}^*, y_{12}^* = f(K_y)$$

C_{ij} = théorique

$K_x = 10^6 \text{ N/m}$	$R_c = 300 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$
$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	$IND = 0,02 \text{ g}$	$Jeu = \pm 10 \text{ mm}$
1	$y_{11}^* = f(K_y)$	2
		$y_{12}^* = f(K_y)$

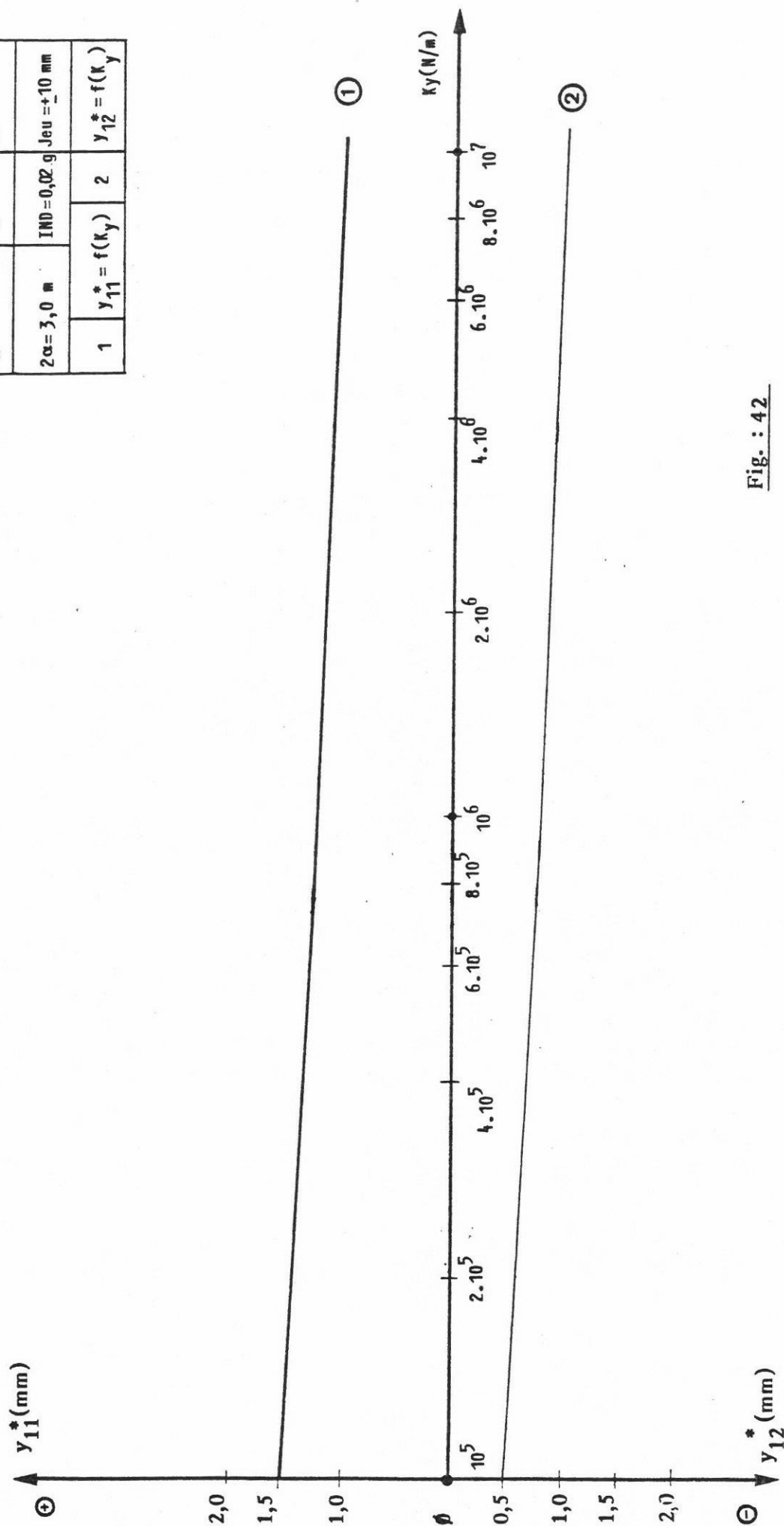


Fig. : 42

CIRCULATION EN COURBE

$$y_{11}^* = f(r_0)$$

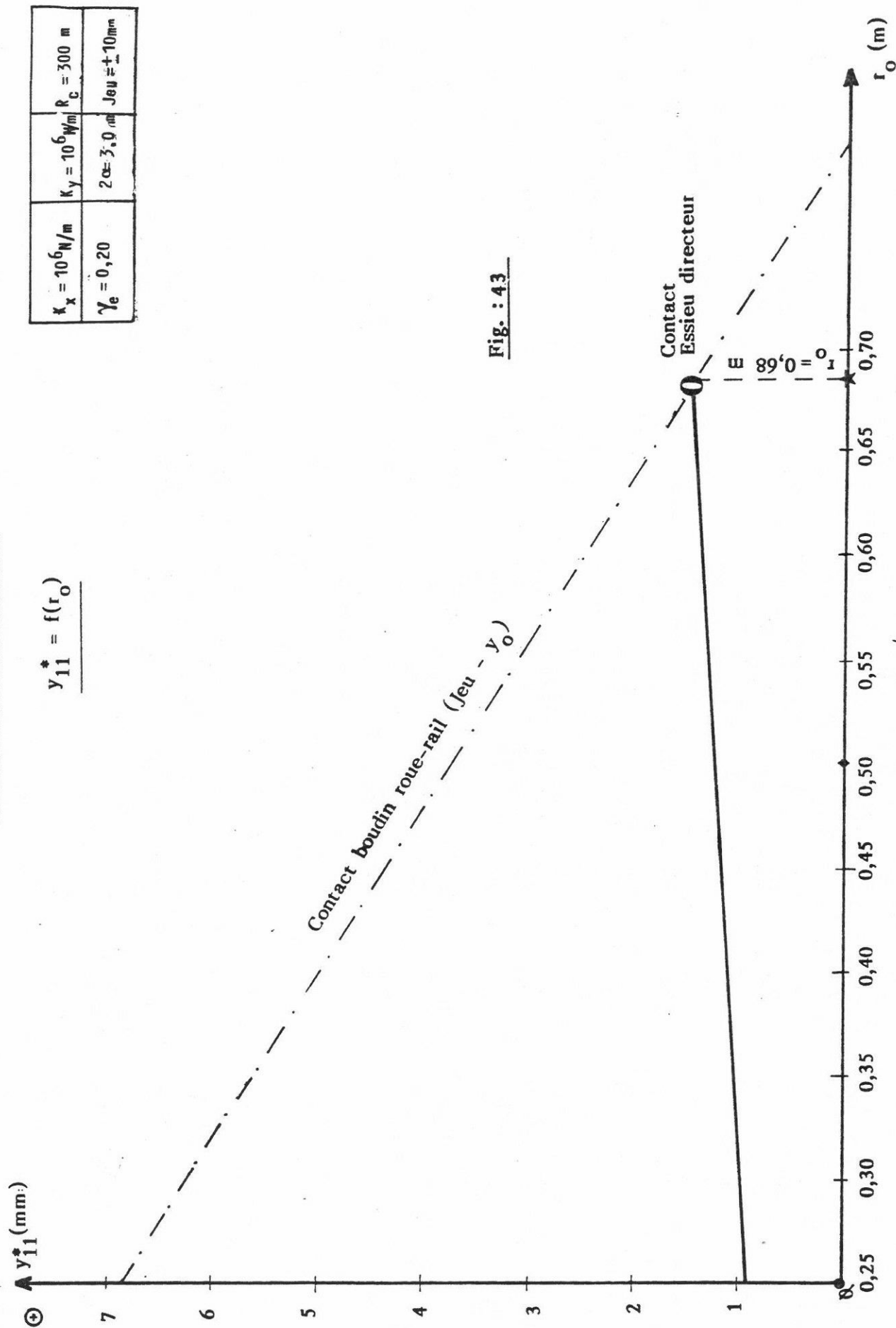


Fig. : 43

CIRCULATION EN COURBE

$$y_{11}^* = f(\alpha), f(e_0)$$

$K_x = K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,2$	$2\alpha = 3,0\text{m}$
$R_c = 300 \text{ m}$	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$	$V = 19,2 \text{ m/s}$
1	$y_{11}^* = f(\alpha)$	2
		$y_{11}^* = f(e_0)$

C_{ij} : théorique

$y_{11}^* (\text{mm})$

2,5

2,0

1,5

1,0

0,5

0

0,50

1,0

1,5

2,0

2,5

Fig. 44

①

$y_{11}^* (\text{mm})$

⊕

4,0

3,0

2,0

1,0

0,55

α (m)

0,60

0,65

0,70

0,75

0,80

0,85

0,90

0,95

1,00

1,05

1,10

1,15

1,20

1,25

1,30

1,35

1,40

1,45

1,50

1,55

1,60

1,65

1,70

1,75

1,80

1,85

1,90

1,95

2,00

2,05

2,10

2,15

2,20

2,25

2,30

2,35

2,40

2,45

2,50

2,55

2,60

2,65

2,70

2,75

2,80

2,85

2,90

2,95

3,00

3,05

3,10

3,15

3,20

3,25

3,30

3,35

3,40

3,45

3,50

3,55

3,60

3,65

3,70

3,75

3,80

3,85

3,90

3,95

4,00

4,05

4,10

4,15

4,20

4,25

4,30

4,35

4,40

4,45

4,50

4,55

4,60

4,65

4,70

4,75

4,80

4,85

4,90

4,95

5,00

5,05

5,10

5,15

5,20

5,25

5,30

5,35

5,40

5,45

5,50

5,55

5,60

5,65

5,70

5,75

5,80

5,85

5,90

5,95

6,00

6,05

6,10

6,15

6,20

6,25

6,30

6,35

6,40

6,45

6,50

6,55

6,60

6,65

6,70

6,75

6,80

6,85

6,90

6,95

7,00

7,05

7,10

7,15

7,20

7,25

7,30

7,35

7,40

7,45

7,50

7,55

7,60

7,65

7,70

7,75

7,80

7,85

7,90

7,95

8,00

8,05

8,10

8,15

8,20

8,25

8,30

8,35

8,40

8,45

8,50

8,55

8,60

8,65

8,70

8,75

8,80

8,85

8,90

8,95

9,00

9,05

9,10

9,15

9,20

9,25

9,30

9,35

9,40

9,45

9,50

9,55

9,60

9,65

9,70

9,75

9,80

9,85

9,90

9,95

10,00

10,05

10,10

10,15

10,20

10,25

10,30

10,35

10,40

10,45

10,50

10,55

10,60

10,65

10,70

10,75

10,80

10,85

10,90

10,95

11,00

11,05

11,10

11,15

11,20

11,25

11,30

11,35

11,40

11,45

11,50

11,55

11,60

11,65

11,70

11,75

11,80

11,85

11,90

11,95

12,00

12,05

12,10

12,15

12,20

12,25

12,30

12,35

12,40

12,45

12,50

12,55

12,60

12,65

12,70

12,75

12,80

12,85

12,90

12,95

13,00

13,05

13,10

13,15

13,20

13,25

13,30

13,35

13,40

13,45

13,50

13,55

13,60

13,65

13,70

13,75

13,80

13,85

13,90

13,95

14,00

14,05

14,10

14,15

14,20

14,25

14,30

14,35

14,40

14,45

14,50

14,55

14,60

$$y_{11}^* = f(\gamma_e)$$

$K_x = 10^6 \text{ N/m}$	$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	IND = 0,02 g
$R_c = 300 \text{ m}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$

C_{ij} : théorique

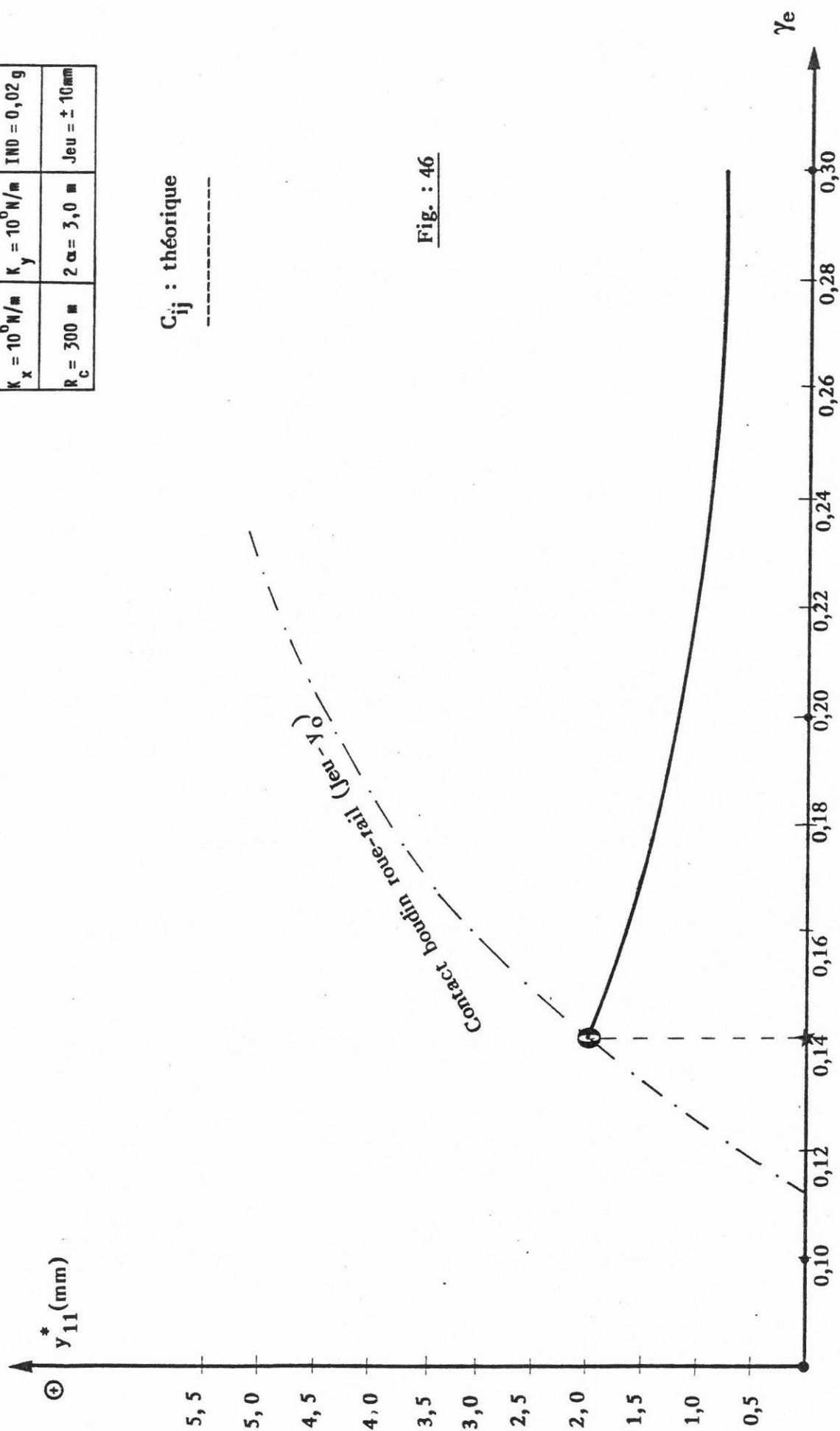


Fig. : 46

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11} = f(\gamma_e)$$

$\alpha_{11}(\text{mrad})$

$K_x = 10^6 \text{ N/m}$	$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	IND = 0,02 g
$R_c = 300 \text{ m}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$

c_{ij} : théorique

Fig. 47

Contact
essieu
directeur

γ_e

Influence du spin

$$y_{11}^* = f(K_x)$$

y_{11}^* (mm)

2,4

2,2

2,0

1,8

1,6

1,4

1,2

1,0

0,8

0,6

0,4

0,2

$0,10^5$

$1,2 \cdot 10^5$

$2,2 \cdot 10^5$

$3 \cdot 10^5$

$4 \cdot 10^5$

$6 \cdot 10^5$

$8 \cdot 10^5$

10^6

$2 \cdot 10^6$

$3 \cdot 10^6$

$6 \cdot 10^6$

K_x (N/m)

Glissement
essieu directeur

① ②

$K_x = 1,8 \cdot 10^6$ N/m

$K_x = 2,2 \cdot 10^6$ N/m

C_{ij} : théorique

$K_x = K_y$	$R_c = 300$ m	$\gamma_e = 0,20$
$2\alpha = 3,0$ m	Jeu = ± 10 mm	IND = 0,02 g
1 Spin $\neq \emptyset$	2 Spin = \emptyset	

Fig. : 48

CIRCULATION EN COURBE

Influence du spin

$$\alpha_{11} = i(K_x)$$

C_{ij} : théorique

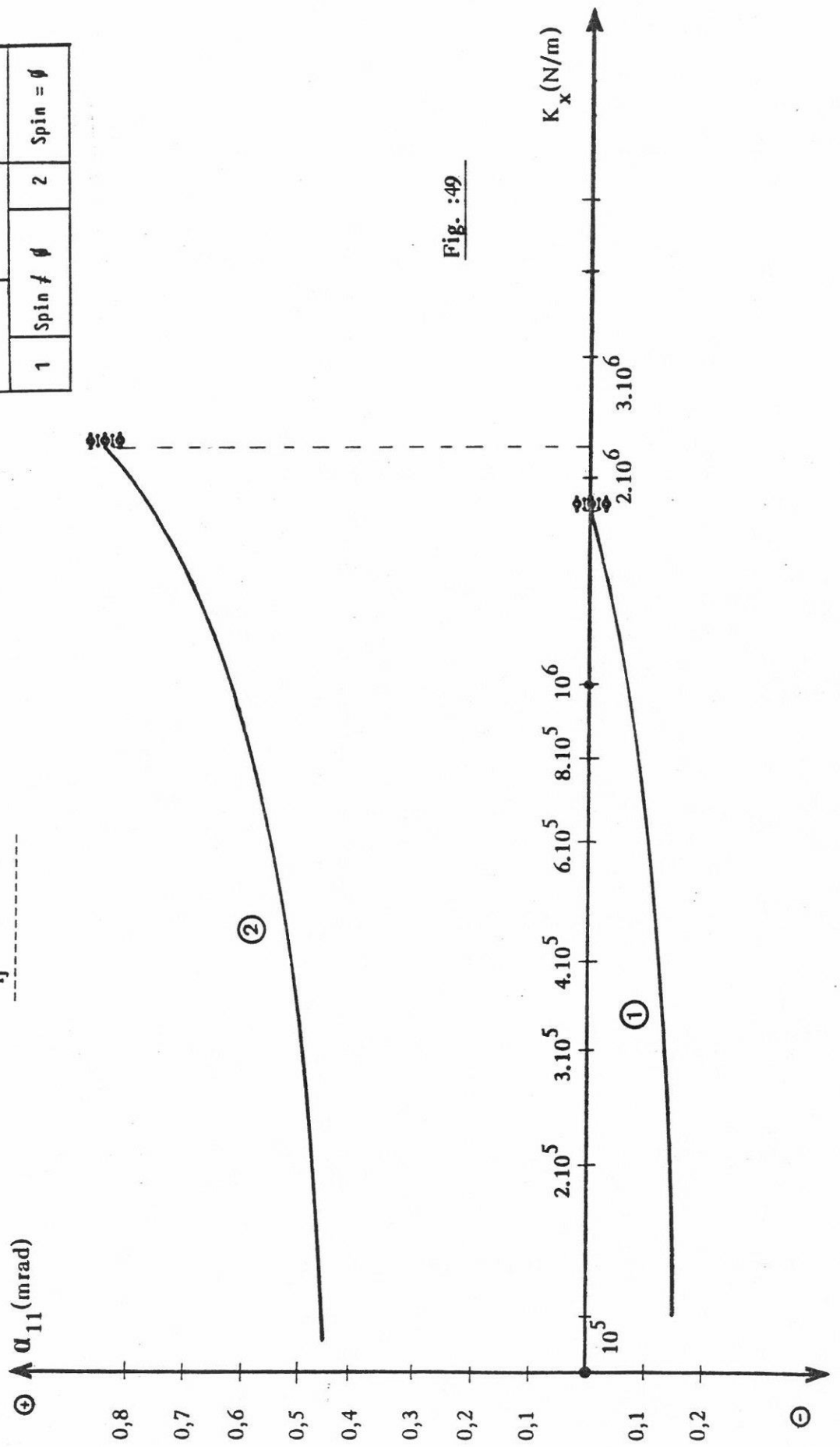


Fig. :49

$K_x = K_y$	$R_c = 300 \text{ m}$	$\gamma_\theta = 0,20$
$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	$\text{Jeu} = \pm 10 \text{ mm}$	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$
1 Spin $\neq \emptyset$	2 Spin $= \emptyset$	

CIRCULATION EN COURBE

$$y_{11}, y_{12} = f(F_{nc})$$

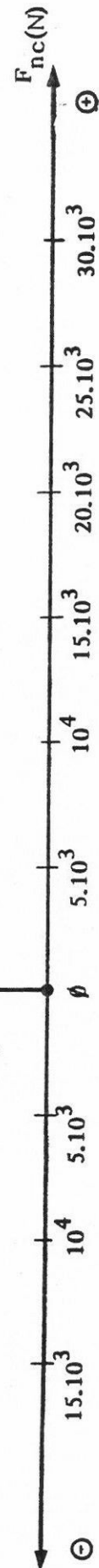
C_{ij} : théorique

f_{nc}	$(\frac{V^2}{R} - g \delta p)(Ch)$
$K_x = K_y = 10^6 N/m$	$R_c = 300 m$
$\gamma_e = 0,20$	$Jeu = \pm 10 mm$
1	$y_{11} = f(F_{nc})$
2	$y_{12} = f(F_{nc})$

①

②

Fig. : 50



$\alpha_{11}, \alpha_{12} = f(F_{nc})$

$F_{nc} = (Ch) \left(\frac{V^2}{R_c} - g^6 p \right)$	
$K_x = K_y = 10 \frac{N}{mm}$	$R_c = 300 \text{ mm}$
$\gamma_e = 0,20$	$Jeu = \pm 10 \text{ mm}$
1	$\alpha_{11} = f(F_{nc})$
2	$\alpha_{12} = f(F_{nc})$

c_{ij} : théorique

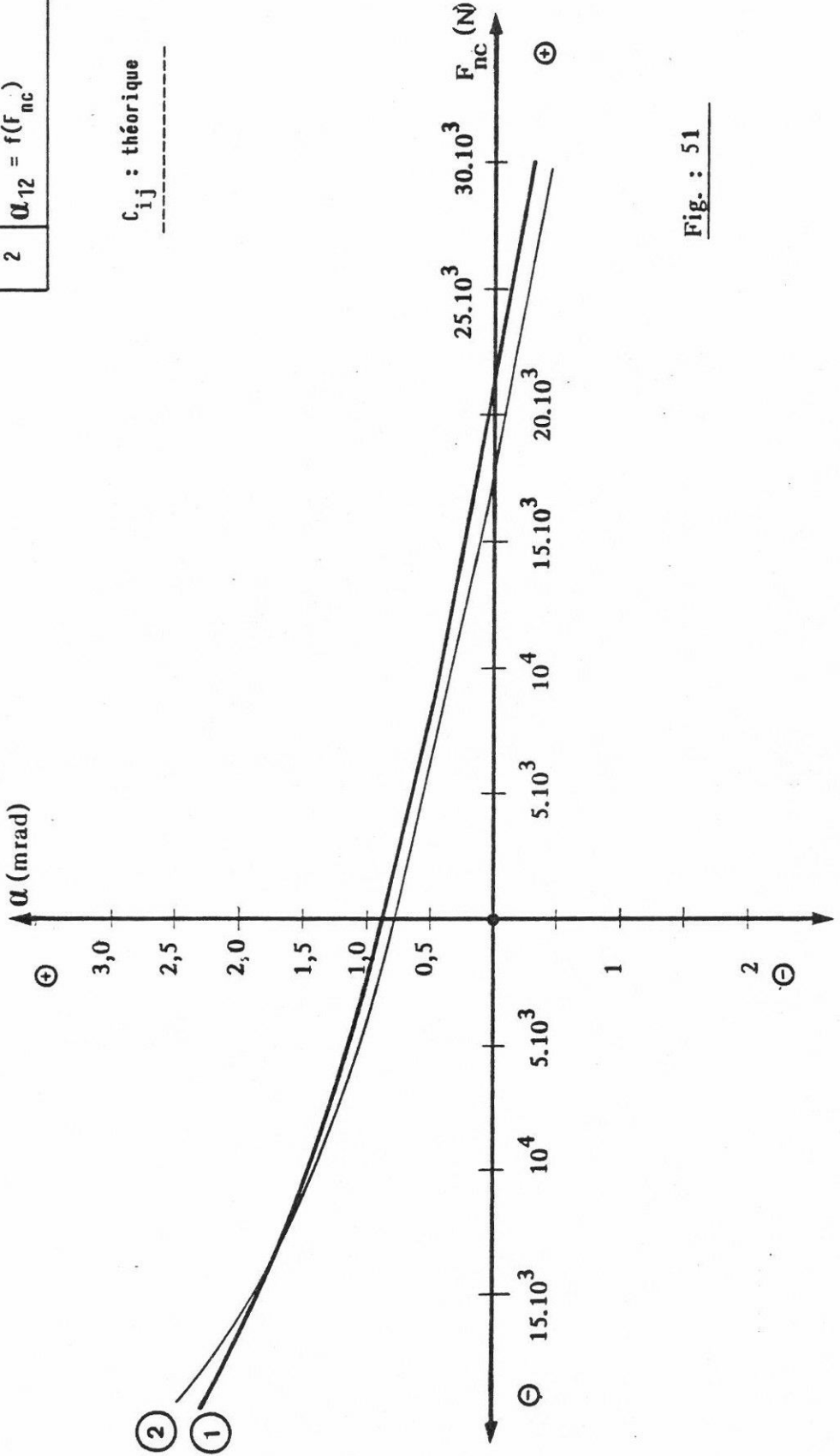


Fig. : 51

Une force centrifuge non compensée $< 3.10^4$ N n'a pas d'influence sur les déplacements transversaux des essieux. Par contre, elle influence les valeurs des angles de lacet.

Pour $IND = 0,012g$ ($F_{nc} = 16,5.10^3$ N) on obtient la valeur minimale de la puissance dissipée au niveau des deux essieux ($P_{ct} = 0,35$ kW).

Influence de la force de pesanteur (S_p)

Les fig.52 et 53 donnent les variations de y_{11} , y_{12} , α_{11} , α_{12} en fonction de la composante horizontale de pesanteur (avec spin négligé).

$$S_{p1} = (Ch) g \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} y_{11} \quad (N)$$

$$\text{avec } (Ch) = \frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \quad (Kg)$$

Pour étudier l'influence de la force de pesanteur on a supposé une force centrifuge non compensée, égale à zéro ($F_{nc} = 0$) et on a fait varier la quantité (Ch) de 5000 kg à 50 000 kg.

L'augmentation de la force de pesanteur entraîne une diminution du déplacement transversal de l'essieu directeur.

Les angles de lacet α_{11} et α_{12} des deux essieux augmentent quand S_p devient plus grand.

On peut constater que l'augmentation du poids du véhicule (Ch) défavorise son inscription dans les courbes de faible rayon.

Le tableau ci-après donne pour les valeurs des paramètres indiqués sur les fig.52 à 53 les variations de la puissance dissipée au contact, en fonction de la charge par essieu

(Ch) (kg)	P_{cd} (kW)	P_{cm} (kW)	P_{ct} (kW)
9 000	0,44	0,24	0,68
15 000	0,47	0,36	0,83
27 000	0,76	0,67	1,43
35 000	1,01	0,92	1,93
43 000	1,31	1,18	2,50
49 000	1,50	1,40	2,97

$$y_{11}, y_{12} = f(sp_1) / \alpha_{11}, \alpha_{12} = f(sp_1)$$

C_{ij} : théorique

$K_x = 10^6 \text{ N/m}$	$K_y = 10^6 \text{ N/m}$
$R_c = 300 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$
$IND = \emptyset$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $\alpha_{11} = f(sp_1)$	2 $y_{12} = f(sp_1)$

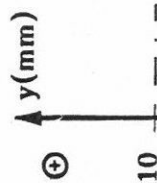


Fig. : 52

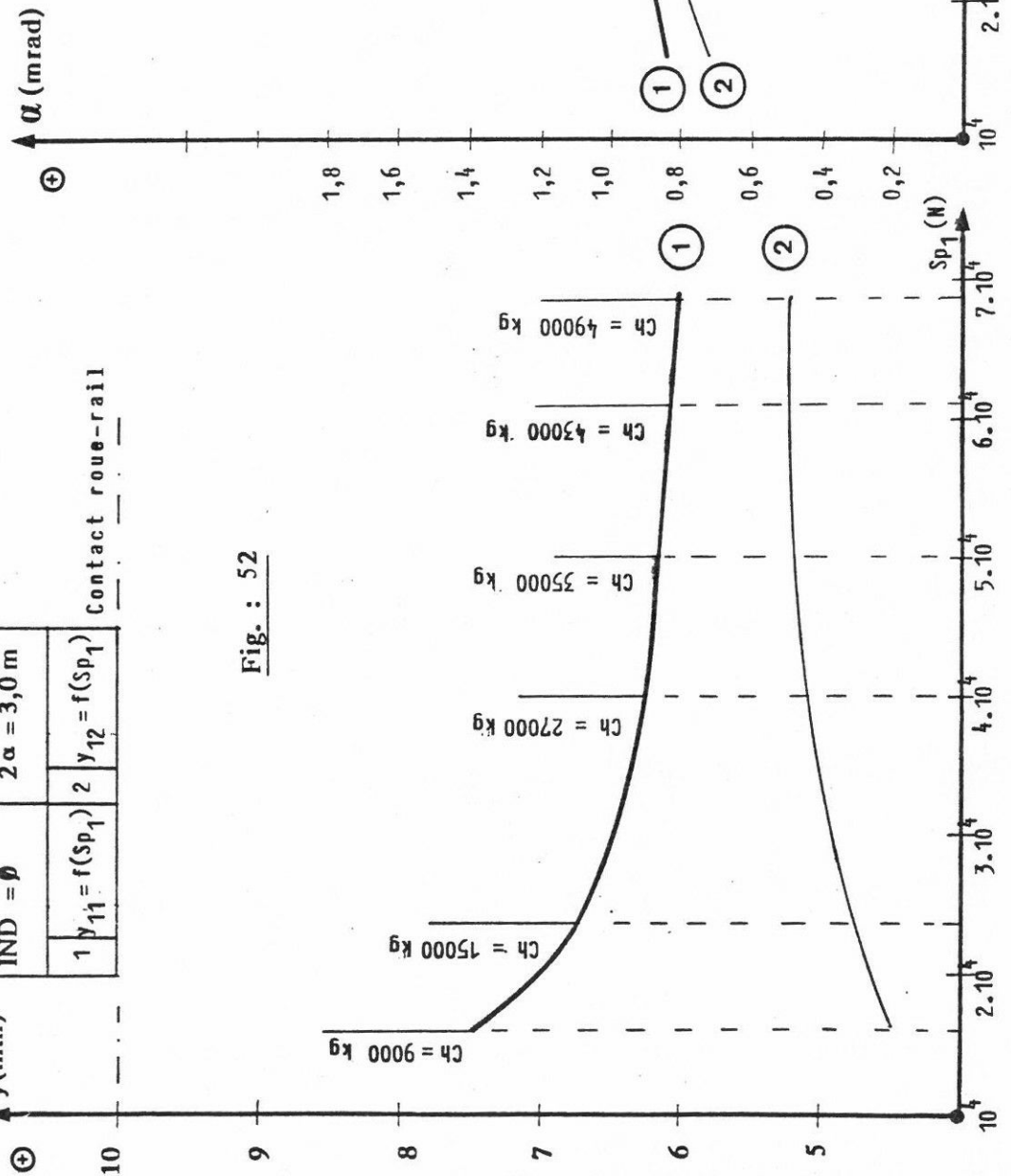


Fig. : 53

$K_x = 10^6 \text{ N/m}$	$K_y = 10^6 \text{ N/m}$
$R_c = 300 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$
$IND = \emptyset$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $\alpha_{11} = f(sp_1)$	2 $\alpha_{12} = f(sp_1)$

L'augmentation de la charge, supportée par les essieux, entraîne une augmentation de la puissance dissipée au contact ; par contre, pour des charges inférieures à 9 000 kg on constate une augmentation de y_{11} qui provoque le glissement.

Forces agissant au contact rail-roue

Pour les valeurs des paramètres indiquées ci-après :

$$\gamma_e = 0,20$$

$$K_x = K_y = 10^6 \text{ N/m}$$

$$IND = 0,02 \text{ g}$$

le tableau de la page 306 donne les variations des forces de pseudoglissement, de la composante horizontale de pesanteur et de la puissance dissipée au contact, en fonction de R_c .

Toutes ces grandeurs augmentent quand R_c diminue.

Calcul des efforts de guidage (F_{ij})

Quand les essieux viennent en contact avec les rails

- essieu directeur en contact avec le rail extérieur,
- essieu mené en contact avec le rail intérieur,

les déplacements transversaux des essieux sont connus. Dans ces conditions, il est possible d'introduire les efforts exercés par les essieux sur la voie.

La fig. 53 donne la variation de l'effort de guidage au droit de l'essieu directeur F_{11} en fonction de K_x , pour trois valeurs de rayon de courbure ($R_c = 100, 200, 300 \text{ m}$) et pour $\gamma_e = 0,20$.

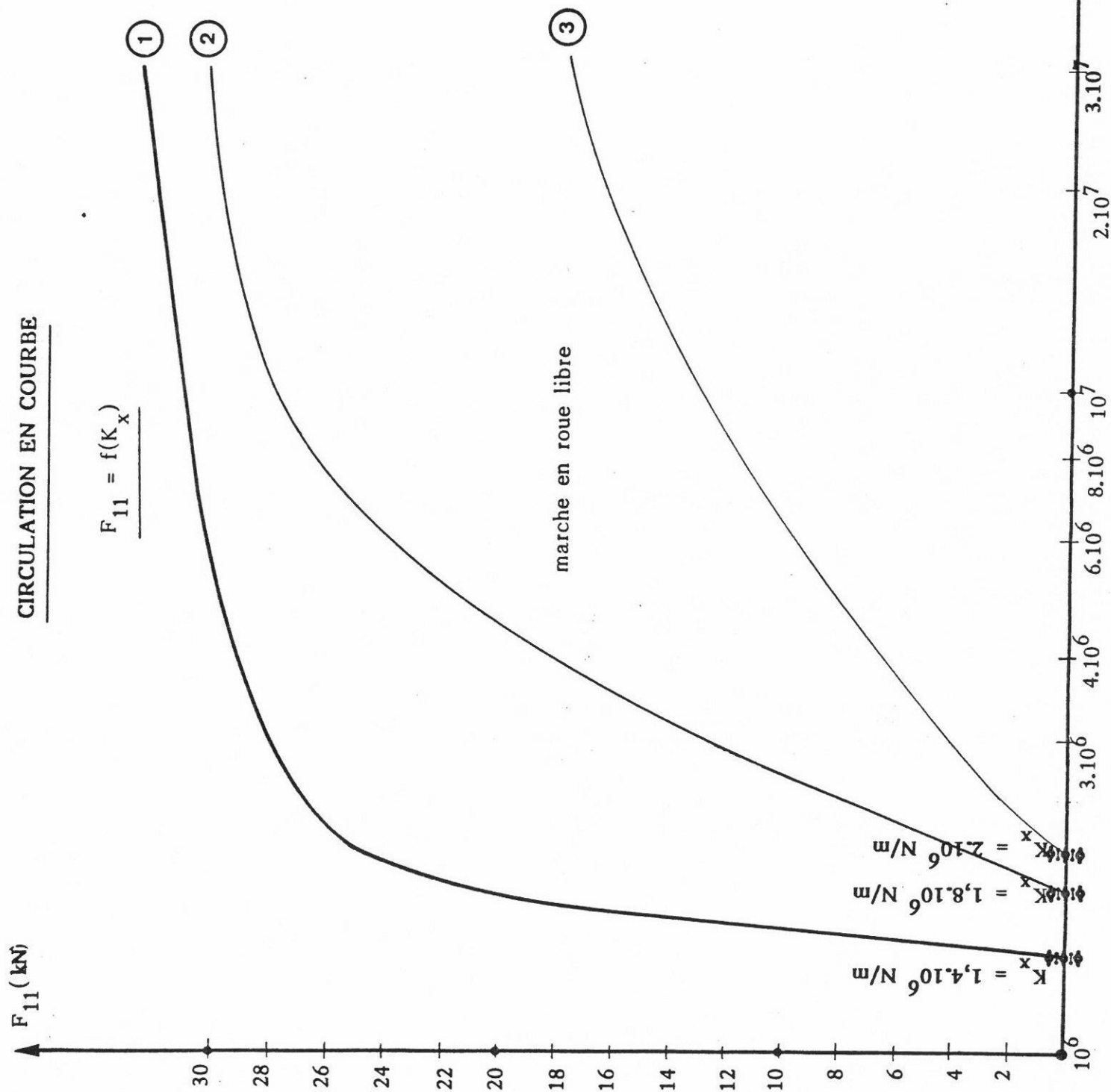
La rigidification de la liaison longitudinale essieux-châssis de bogie (K_x) entraîne une augmentation des efforts de contact rail-roue.

L'augmentation du rayon de la courbe entraîne une diminution de l'effort de guidage

./.

R _c (m)	V (m/s)	Forces de pseudoglissement (kN)						P _{cd} (kW)	P _{cm} (kW)	P _{ct} (kW)
		longitudinal		transversal		Forces de rappel de pesanteur (kN)				
X ₁₁ = -X ₁₂	X ₂₁ = -X ₂₂	I ₁₁ = I ₁₂	I ₂₁ = I ₂₂	S _{p1}	S _{p2}					
500	24,8	4,7	- 3,2	4,6	4,2	- 13,5	- 9,5	0,16	0,10	0,26
400	22,2	5,9	- 4,0	6,1	5,6	- 16,9	- 11,9	0,24	0,16	0,40
300	19,3	7,8	- 5,5	8,6	7,9	- 22,5	- 15,9	0,40	0,28	0,68
250	17,6	9,3	- 6,5	10,6	9,7	- 27,1	- 19,0	0,55	0,38	0,93
200	15,7	11,6	- 8,3	13,6	12,5	- 34,0	- 23,7	0,82	0,57	1,39
150	13,6	15,4	- 11,0	18,7	17,0	- 45,5	- 31,5	1,36	0,95	2,31
100	11,1	22,6	- 16,8	29,0	26,2	- 68,8	- 46,7	2,90	2,00	4,90

CIRCULATION EN COURBE



$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $R_c = 100 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 22,5 \text{ mm}$
2 $R_c = 200 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 12,5 \text{ mm}$
3 $R_c = 300 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$

C_{ij} : théorique

Fig. : 54

Le tableau ci-après, récapitule les efforts de guidage obtenus avec $K_x = 5 \cdot 10^6$ N/m, $\gamma_e = 0,20$ et $R_c = 100, 200$ et 300 m

R_c (m)	γ_e	K_x (N/m)	F_{11} (kN)
100	0,20	$5 \cdot 10^6$	30
200	0,20	$5 \cdot 10^6$	21,6
300	0,20	$5 \cdot 10^6$	6,2

Le tableau de la page 309 donne pour deux bogies de conception classique ayant les caractéristiques de construction ci-dessous :

- $K_x = 10^6$ N/m, $K_y = 10^6$ N/m, $\gamma_e = 0,20$ $2\alpha = 3$ m
 - $K_x = 3,9 \cdot 10^7$ N/m, $K_y = 7,85 \cdot 10^6$ N/m, $\gamma_e = 0,10$, $2\alpha = 3$ m
- et IND = 0,02 g (cas du bogie TGV)

les déplacements transversaux des essieux dans la voie, les angles de lacet, les efforts de guidage et la puissance dissipée au contact.

Un bogie ayant des caractéristiques de guidage K_x et K_y voisines de 10^6 N/m est apte à circuler dans une courbe de 100 m de rayon sans glissement et sans contact boudin roue-rail.

Les fig. 55 et 56 donnent, pour les deux types de bogies considérés, les conditions d'équilibre dans une courbe de 300 m.

Les fig. 57, 58, 59 donnent, pour un bogie ayant des caractéristiques de guidage essieux-châssis de bogie voisines de celles du TGV, les variations de l'effort de guidage au droit de l'essieu directeur en fonction de γ_e , de l'empattement et de la force centrifuge non compensée.

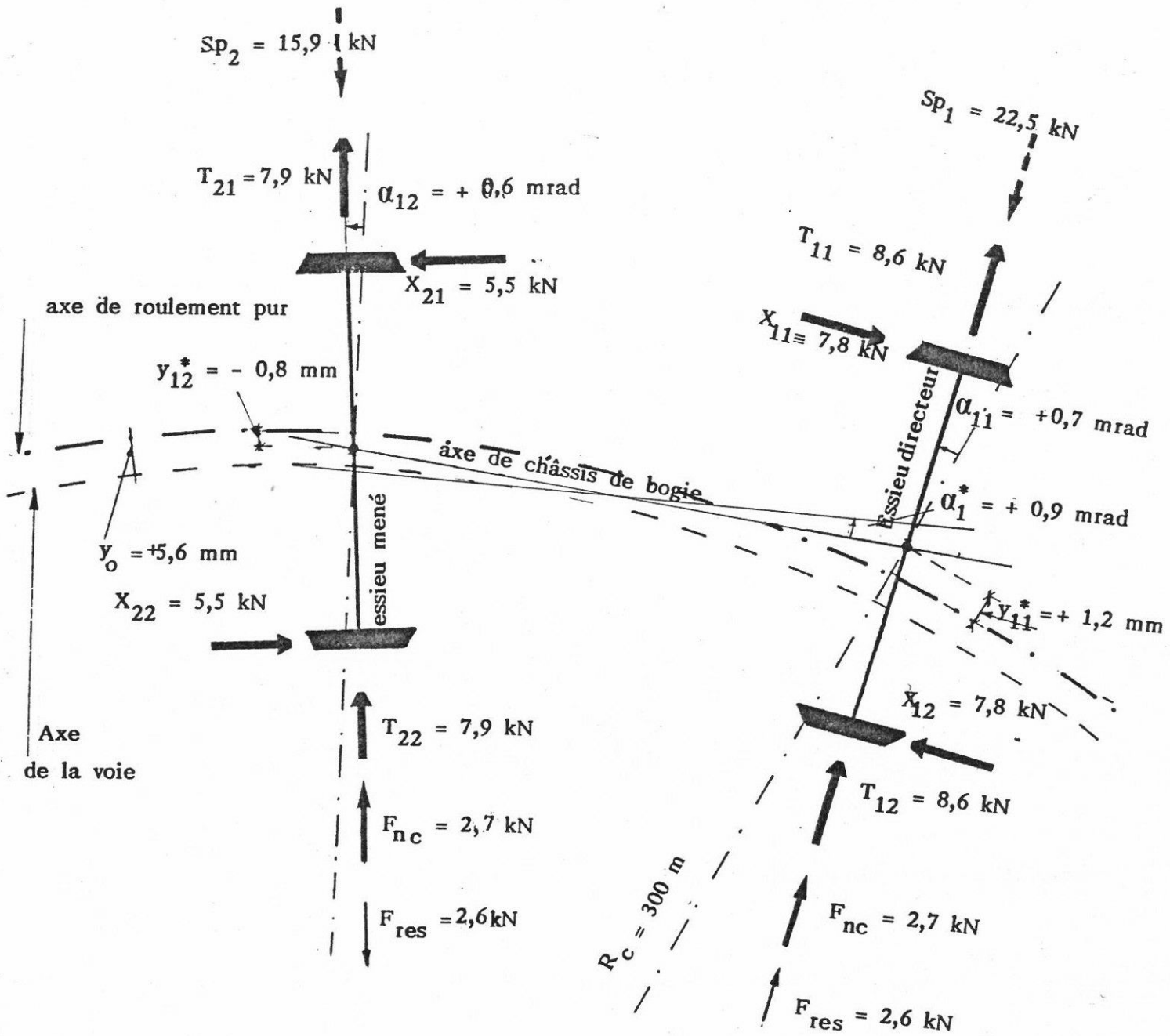
Les coefficients de pseudoglissement sont égaux à $0,67 C_{ij}$ théorique

Dans le cas d'un tel bogie, on a une position crabe (inscription forcée) pour :

$$\left. \begin{array}{l} R_c = 100 \text{ m} \quad \text{et} \quad 2\alpha > 3,10 \text{ m} \\ R_c = 200 \text{ m} \quad \text{et} \quad 2\alpha > 3,40 \text{ m} \\ R_c = 300 \text{ m} \quad \text{et} \quad 2\alpha > 3,80 \text{ m} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{cas d'un bogie} \\ 3 \text{ essieux} \end{array}$$

./.

C _{ij} théorique	R _c (m)	y ₀ (mm)	Jeu (mm)	Contact		X _{ij}		I _{ij}		Puissance dissipée			Efforts de guidage	
				y ₁₁ (mm)	y ₁₂ (mm)	y ₁₁ [*] (mm)	y ₁₂ [*] (mm)	α ₁₁ (mrad)	α ₁₂ (mrad)	P _{cd} (kW)	P _{cm} (kW)	P _{ce} (kW)	F ₁₁ (kN)	F ₁₂ (kN)
$K_x = K_y = 10^6 \text{ N/m}$ $\gamma_e = 0,20$	100	+ 16,9	± 22,5	+ 20,9	+ 14,2	+ 4,0	- 2,7	+ 3,1	+ 2,7	2,90	2,00	4,90	∅	∅
	200	+ 8,4	± 12,5	+ 10,3	+ 7,2	+ 1,8	- 1,3	+ 1,2	+ 1,1	0,80	0,57	1,37	∅	∅
	300	+ 5,6	± 10	+ 6,83	+ 4,8	+ 1,2	- 0,8	+ 0,7	+ 0,6	0,40	0,28	0,68	∅	∅
	500	+ 3,4	± 10	+ 4,1	+ 2,9	+ 0,7	- 0,5	+ 0,4	+ 0,3	0,16	0,10	0,26	∅	∅
Bogie TGV $K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $\gamma_e = 0,10$	100	+ 33,7	± 22,5	+ 22,5 contact	- 16,9	$y_0 > \text{Jeu}$		+ 29,5	+ 0,2	Contact boudin roue-rail			78	∅
	200	+ 16,9	± 12,5	+ 12,5 contact	- 6,9			+ 14,9	+ 0,4				60	∅
	300	+ 11,2	± 10	+ 10 contact	- 3,0			+ 10,0	+ 0,3				46	∅
	500	+ 6,7	± 10	+ 10 contact	+ 1,6			+ 5,8	± 0,2				20	∅



BOGIE 1

Fig. 5.5

$\theta_0 = 0,75 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$	$y_0 = 5,6 \text{ mm}$	$\bar{A} = 9,06 \text{ m}$	$\alpha = 1,5 \text{ m}$	$r_0 = 0,45 \text{ m}$	$IND = 0,02 \text{ g}$	$Jeu = \pm 10 \text{ mm}$	$\mu = 0,30$
$R_c = 300 \text{ m}$	$K_x = 10^6 \text{ N/m}$	$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$d = 1 \text{ m}$	$R' = 0,30 \text{ m}$	$C_{ij} \text{ théorique}$	$N = 70,3 \text{ kN}$		

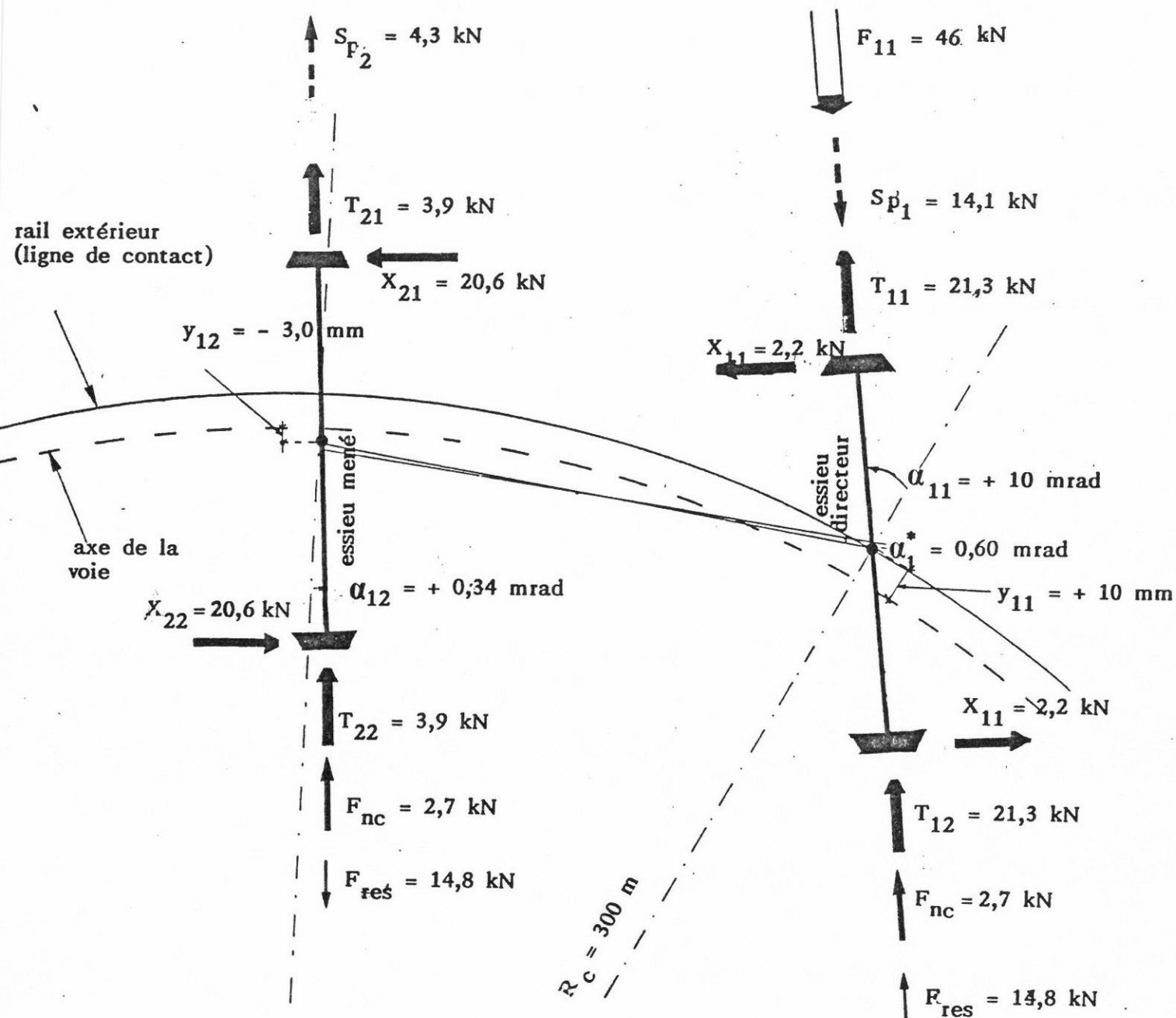


Fig. 56

BOGIE TGV

$e_0 = 0,75 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,10$	$y_0 = 11,2 \text{ mm}$	$\bar{A} = 9,06 \text{ m}$	$\alpha = 1,5 \text{ m}$	$r_0 = 0,45 \text{ m}$	$IND = 0,02 \text{ g}$	$J_{ev} = \pm 10 \text{ mm}$	$\mu = 0,30$
$R_c = 300 \text{ m}$	$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$d = 1 \text{ m}$	$R' = 0,30 \text{ m}$	C_{ij} théorique	$\bar{K} = 70,3 \text{ kN}$		

CIRCULATION EN COURBE

$$F_{11} = f(\gamma_e)$$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij} \text{ théorique}$$

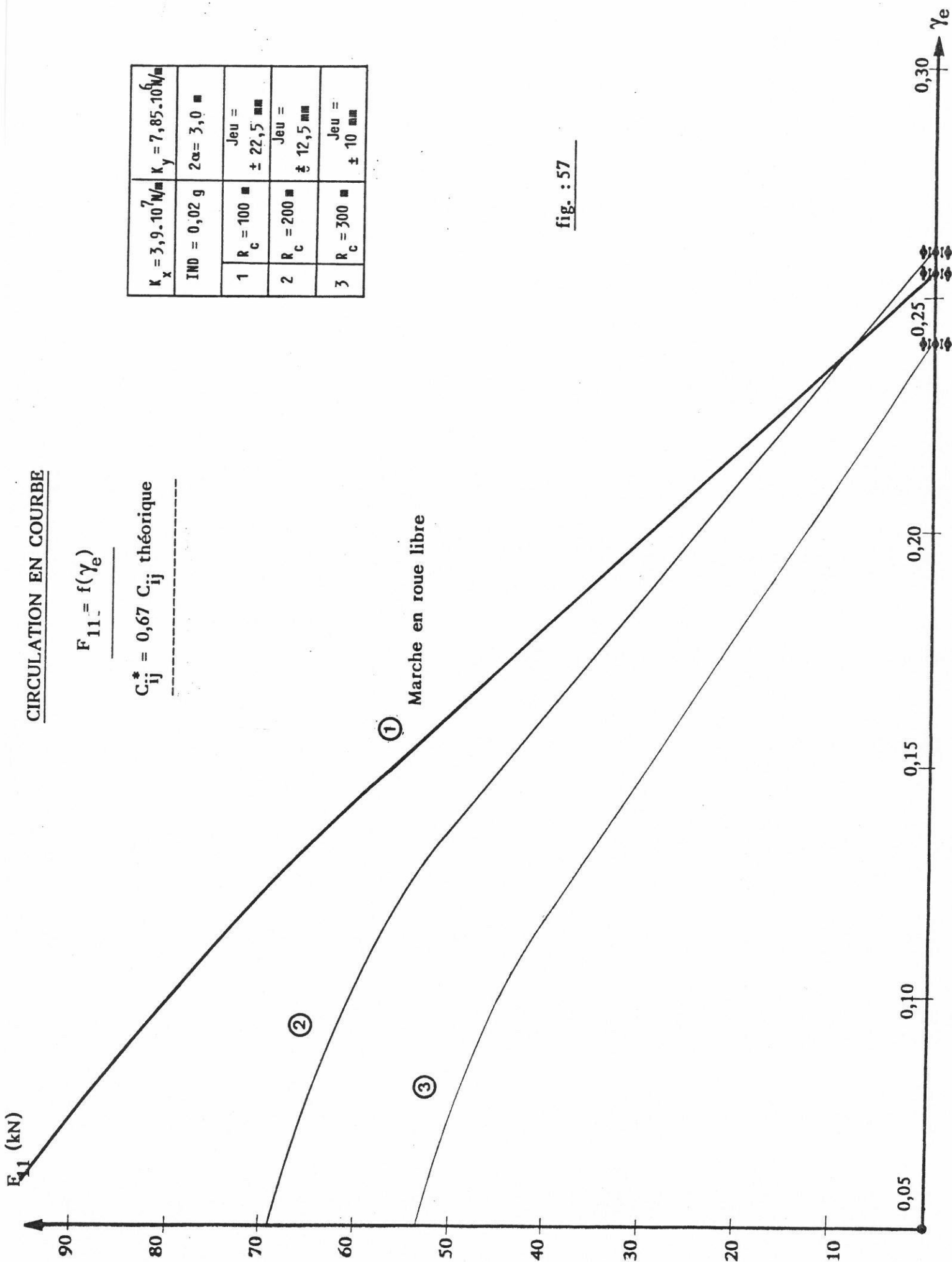


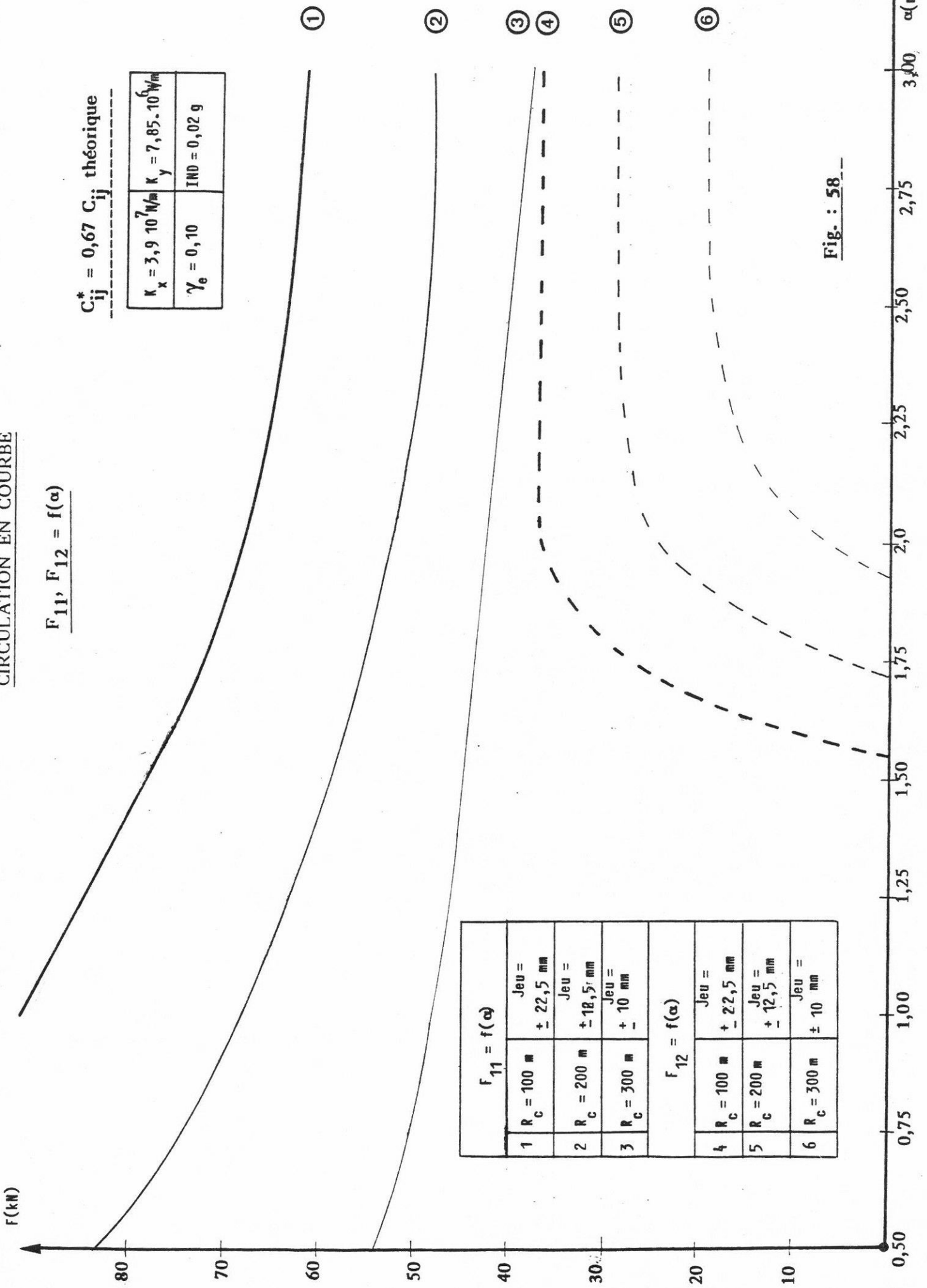
fig. : 57

CIRCULATION EN COURBE

$$F_{11}, F_{12} = f(\alpha)$$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij} \text{ théorique}$$

$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
$\gamma_e = 0,10$	IND = 0,02 g



$F_{11} = f(\alpha)$		
1	$R_c = 100 \text{ m}$	Jeu = $\pm 22,5 \text{ mm}$
2	$R_c = 200 \text{ m}$	Jeu = $\pm 18,5 \text{ mm}$
3	$R_c = 300 \text{ m}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$
$F_{12} = f(\alpha)$		
4	$R_c = 100 \text{ m}$	Jeu = $\pm 22,5 \text{ mm}$
5	$R_c = 200 \text{ m}$	Jeu = $\pm 12,5 \text{ mm}$
6	$R_c = 300 \text{ m}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$

Fig. : 58

F_{11} (kN)

CIRCULATION EN COURBE

$$F_{11} = f(\text{IND})$$

$$C_{ij} = 0,67 C_{ij} \text{ théorique}$$

$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
$\gamma_g = 0,10$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $R_c = 100 \text{ m}$	Jeu = $+ 22,5 \text{ mm}$
2 $R_c = 200 \text{ m}$	Jeu = $+ 12,5 \text{ mm}$
3 $R_c = 300 \text{ m}$	Jeu = $+ 10 \text{ mm}$

①

②

③

MARCHE EN ROUE LIBRE

Fig. 59

IND

2.4 - BOGIE A LIAISONS DIRECTES ENTRE ESSIEUX

2.4.1 - ANALYSE DES RESULTATS

Influence de la raideur angulaire entre essieux (K_b)

Déplacements transversaux des deux essieux (fig.60 et 61)

La rigidification de la liaison angulaire entre essieux entraîne une augmentation des déplacements transversaux des deux essieux dans la voie.

$y_{11}, y_{12} > 0$:

Les deux essieux se déplacent latéralement vers l'extérieur de la voie.

Le déplacement transversal de l'essieu directeur y_{11} est supérieur à celui de l'essieu mené.

Dans les courbes de rayon $100 < R_c < 150$ m et pour $K_b < 10^6$ N.m la valeur du déplacement transversal y_{11} est inférieure au jeu essieu-voie (22,5 mm) pris pour le calcul.

Pour $R_c \leq 100$ m : $|y_{12}^*| > |y_{11}^*|$, les forces de pseudoglissement longitudinal au niveau de l'essieu mené sont supérieures à celles enregistrées au droit de l'essieu directeur.

Pour $R_c > 100$ m et $K_b < 8.10^5$ N.m $|y_{12}^*| > |y_{11}^*|$

Pour $R_c > 100$ m $K_b > 8.10^5$ N.m $|y_{12}^*| < |y_{11}^*|$

Pour $K_b \approx 6.10^5$ N.m : $y_{11}^* = 0$ La composante longitudinale des forces de pseudoglissement est nulle.

Angle de lacet de deux essieux (fig. 62 et 63)

L'angle de lacet de l'essieu directeur croît avec la rigidification de K_b .

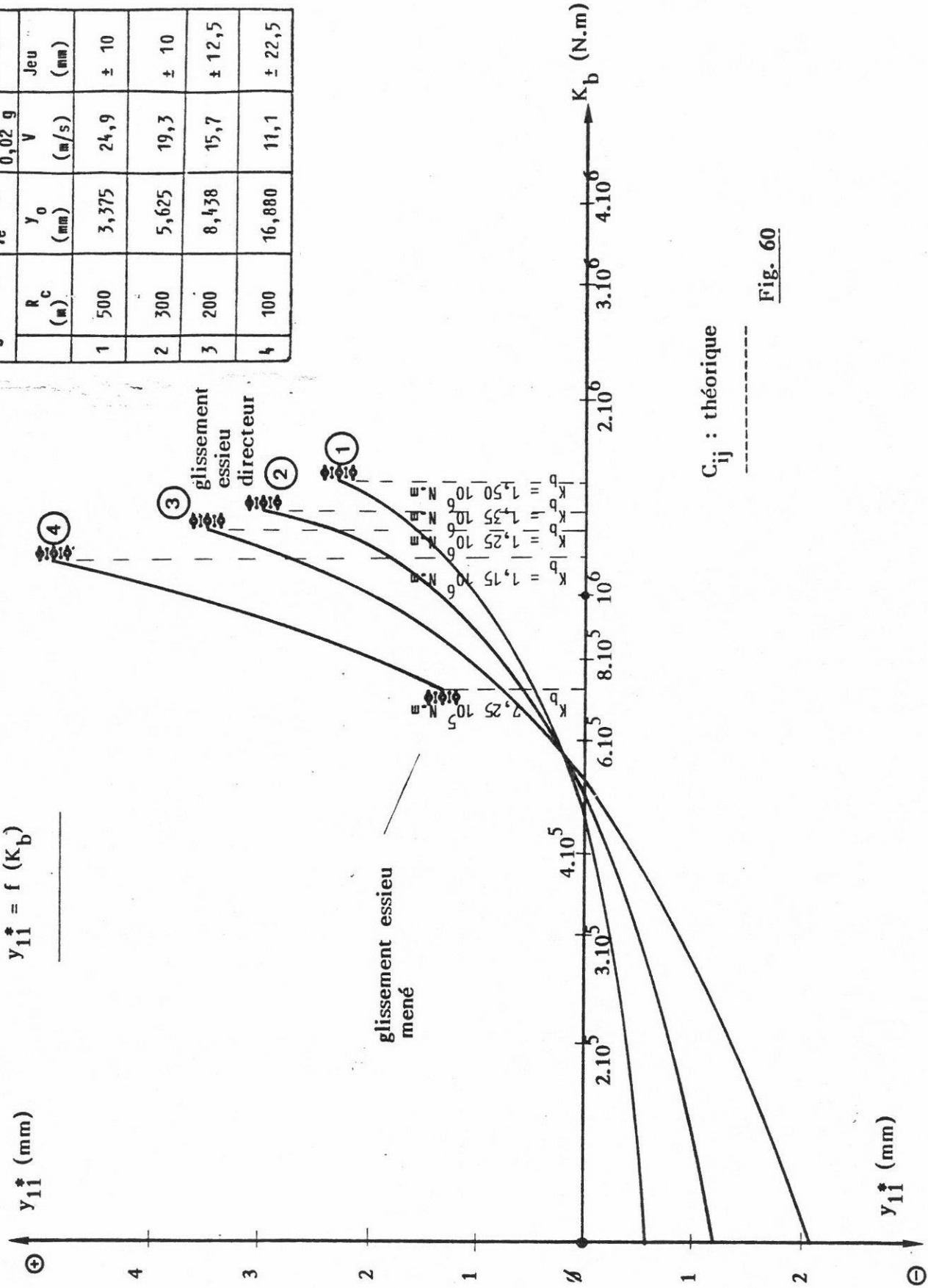
Pour $R_c \geq 200$ m, la variation de K_b a une faible influence sur la valeur de α_{12} .

Dans les courbes de faible rayon ($R_c < 200$ m), α_{12} diminue rapidement avec l'augmentation de K_b .

CIRCULATION EN COURBE

$y_{11}^* = f(K_b)$

$K_s = 10^7 \text{ N/m}$		$\gamma_e = 0,2$	IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
	R_c (m)	y_0 (mm)	V (m/s)	Jeu (mm)
1	500	3,375	24,9	± 10
2	300	5,625	19,3	± 10
3	200	8,438	15,7	$\pm 12,5$
4	100	16,880	11,1	$\pm 22,5$



C_{ij} : théorique

Fig. 60

CIRCULATION EN COURBE

$$\gamma_{12}^* = f(K_b)$$

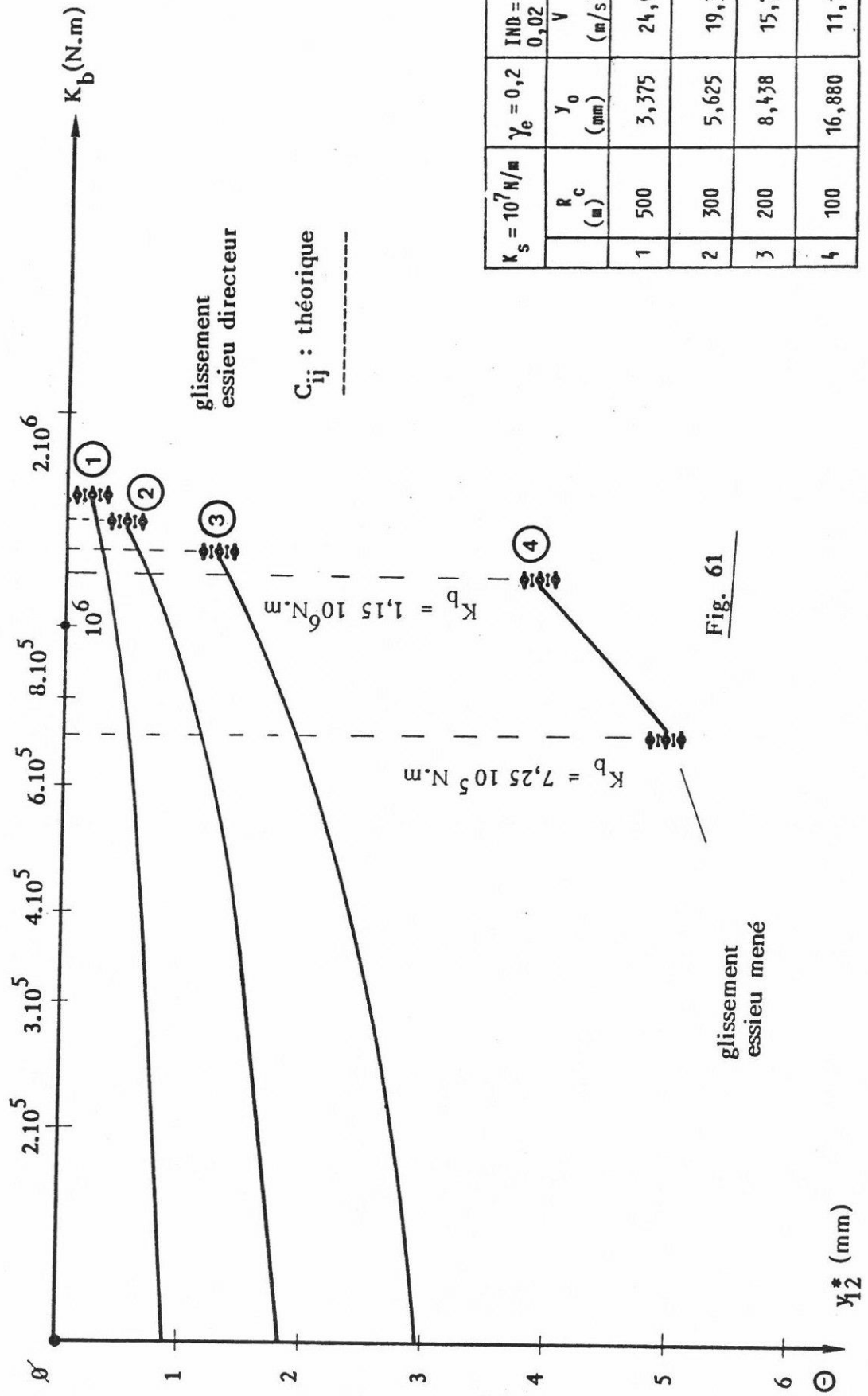
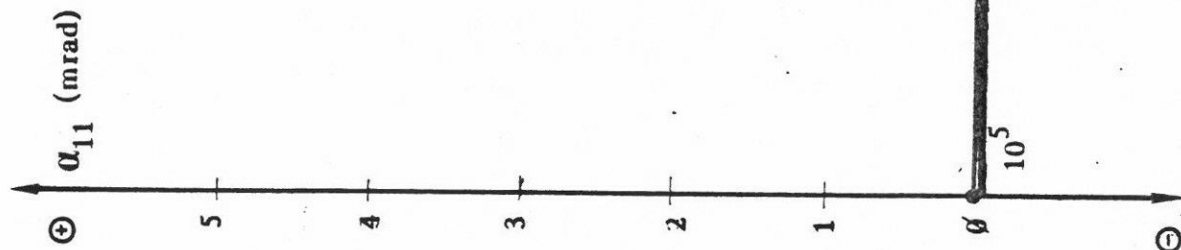


Fig. 61

	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$		$\gamma_e = 0,2$	IND = 0,02 q		$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
	R_c (m)	γ_o (mm)		V (m/s)	Jeu (mm)	
1	500	3,375	24,9	± 10		
2	300	5,625	19,3	± 10		
3	200	8,438	15,7	$\pm 12,5$		
4	100	16,880	11,1	$\pm 22,5$		

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11} = f(\kappa_b)$$



Glissement
essieu mené

Glissement
essieu directeur

Fig. 62

$K_s = 10^7 \text{ N/m}$	R_c (mm)	$\gamma_e = 0,2$ y_0 (mm)	$IND = \frac{\dot{\gamma}}{V}$ $0,02 \text{ g}$ (m/s)	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$ Jeu (mm)
1	500	3,375	24,9	± 10
2	300	5,625	19,3	± 10
3	200	8,438	15,7	$\pm 12,5$
4	100	16,880	11,1	$\pm 22,5$

CIRCULATION EN COURBE

$\alpha_{12} = f(K_b)$

C_{ij} : théorique

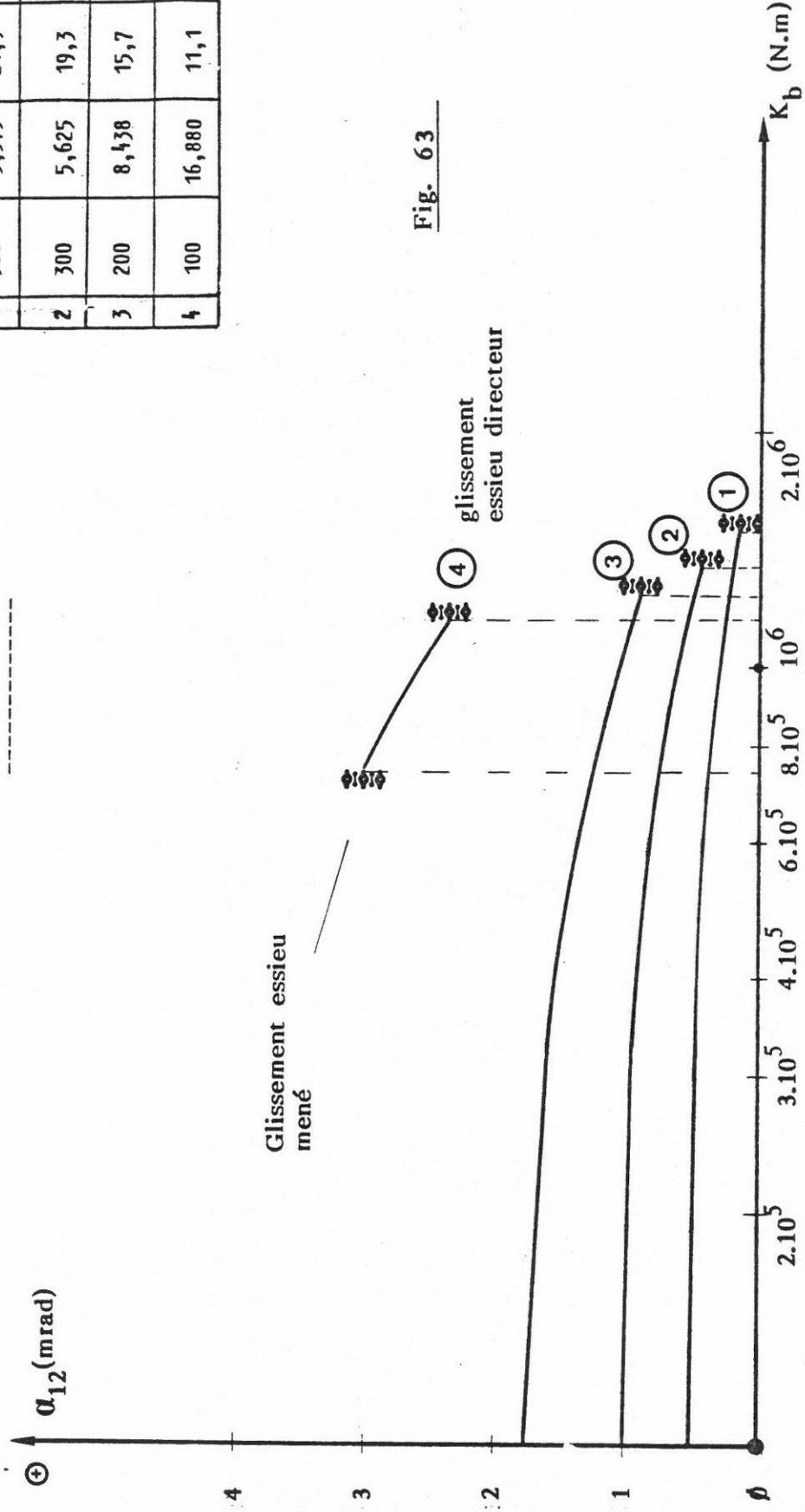


Fig. 63

$K_S = 10^7 N/m$	R (m)	$\gamma_e = 0,2$	y_0 (mm)	$IND = 0,02 g$	$2\alpha = 3,0 m$
			v (m/s)		Jeu (mm)
1	500		3,375	24,9	± 10
2	300		5,625	19,3	± 10
3	200		8,438	15,7	$\pm 12,5$
4	100		16,880	11,1	$\pm 22,5$

L'essieu directeur est sur-vireur et l'essieu mené est sous-vireur (voir annexe 3).

Pour des valeurs de K_b faibles ($\approx 4 \cdot 10^5$ N.m) et dans des courbes de faible rayon ($R_c \leq 500$ m), la puissance dissipée au contact par l'essieu directeur est inférieure à celle dissipée au droit de l'essieu mené (tableau ci-après).

R_c (m)	K_b (N.m)	P_{cd} (kW)	P_{cm} (kW)	P_{ct} (kW)
100	$4 \cdot 10^5$	0,30	glissement	glissement
	$9 \cdot 10^5$	1,60	2,64	4,25
	$1,1 \cdot 10^6$	3,34	2,46	5,80
200	$4 \cdot 10^5$	0,07	1,20	1,27
	$9 \cdot 10^5$	0,56	0,72	1,28
	$1,1 \cdot 10^6$	1,30	0,55	1,85
300	$4 \cdot 10^5$	0,04	0,56	0,60
	$9 \cdot 10^5$	0,33	0,37	0,64
	$1,1 \cdot 10^6$	0,75	0,25	1,00
500	$4 \cdot 10^5$	0,012	0,19	0,21
	$9 \cdot 10^5$	0,18	0,09	0,27
	$1,1 \cdot 10^6$	0,35	0,06	0,41

Pour une rigidité angulaire $K_b > 9 \cdot 10^5$ N.m et $R_c > 300$ m la puissance dissipée au niveau de l'essieu directeur est supérieure à celle dissipée au droit de l'essieu mené.

A partir d'une certaine valeur de K_b variant avec le rayon de courbure (tableau ci-après) on enregistre un glissement au niveau de l'essieu directeur.

R_c (m)	Apparition glissement Essieu directeur	Apparition glissement Essieu mené
100	$K_b = 1,15 \cdot 10^6 \text{ N.m/}$ $y_{11}^* = 5,00 \text{ mm}$	$K_b = 7,25 \cdot 10^5 \text{ N.m}$ $y_{12}^* = + 1,251 \text{ mm}$
200	$K_b = 1,25 \cdot 10^6 \text{ N.m/}$ $y_{11}^* = 3,50 \text{ mm}$	-
300	$K_b = 1,35 \cdot 10^6 \text{ N.m/}$ $y_{11}^* = 3,00 \text{ mm}$	-
500	$K_b = 1,50 \cdot 10^6 \text{ N.m/}$ $y_{11}^* = 2,25 \text{ mm}$	-

Pour des courbes de rayon $R_c = 100 \text{ m}$ et pour des valeurs de $K_b < \approx 7 \cdot 10^5 \text{ N.m}$ on a glissement au droit de l'essieu mené.

Pour les cas considérés, le contact rail-roue arrive après l'apparition du glissement.

L'augmentation du rayon de courbure facilite l'inscription des essieux. L'apparition du glissement et du contact est retardée.

La fig. 64 donne la variation de la puissance dissipée totale du bogie en fonction du rayon de courbure. La valeur de P_{ct} croît de 0,15 à 4,25 kW pour une variation du rayon de courbure de 750 à 100 m.

En conclusion, avec des valeurs de $K_b < 10^6 \text{ N.m}$ on obtient une position radiale pour les deux essieux d'un bogie en courbe de rayon $R_c > 100 \text{ m}$ et l'essieu directeur ne vient jamais au contact du rail extérieur.

Avec des valeurs de K_b situées entre $1,15 \cdot 10^6 \text{ N.m}$ et $7,25 \cdot 10^5 \text{ N.m}$ il est possible de circuler avec cette technologie dans des courbes de rayon $R_c < 200 \text{ m}$ sans glissement et sans contact boudin roue-rail.

$$P_{ct} = f(R_c)$$

$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$
$K_x = 10^5 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
$K_y = 10^6 \text{ N/m}$	
IND = 0,02 g jeu = +22,5 mm	

C_{ij} : théorique

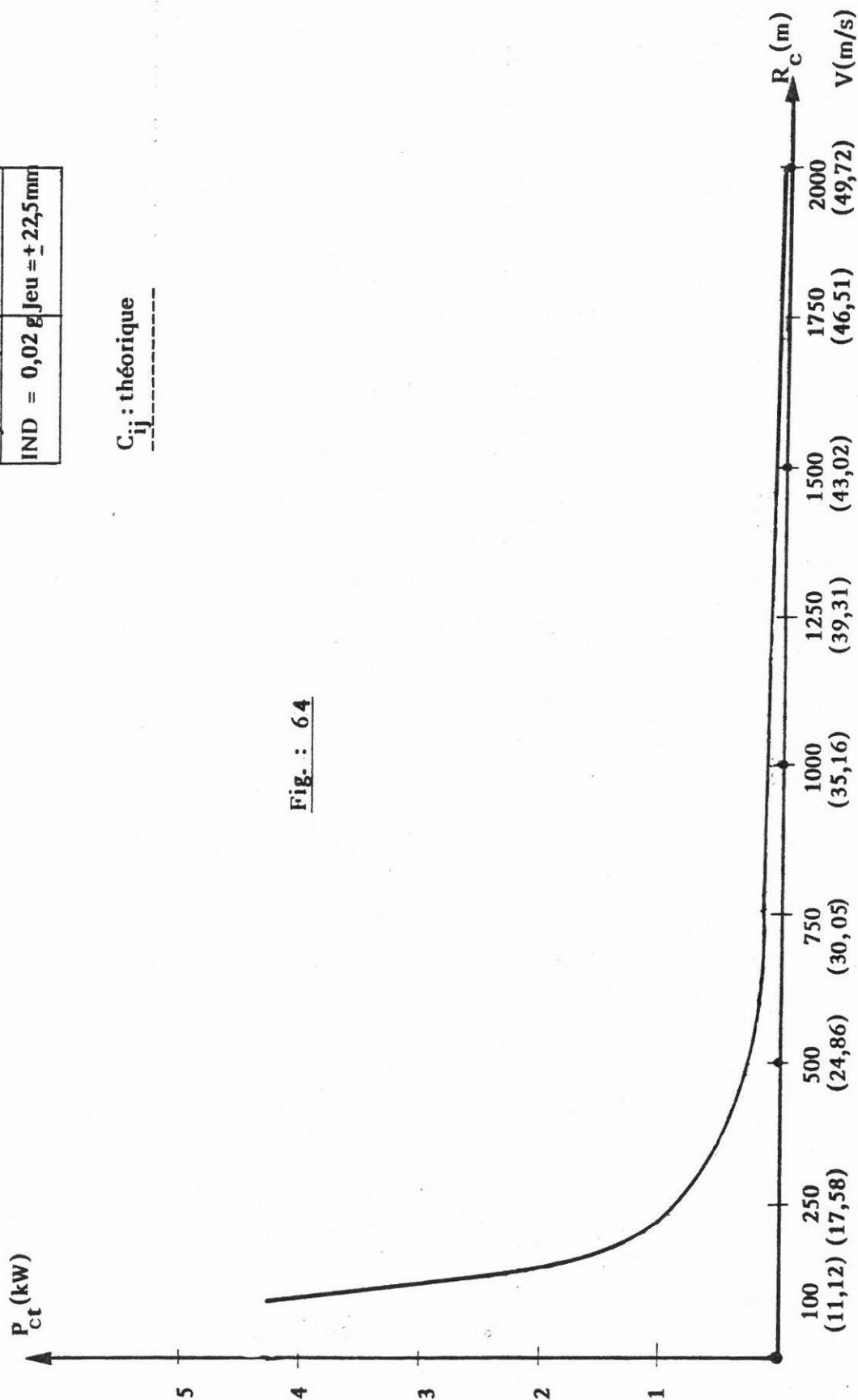


Fig. : 64

Influence de la rigidité transversale entre essieux (K_s)

La fig. 65 donne la variation de y_{11}^* et y_{12}^* en fonction de K_s .

La raideur transversale entre essieux n'a pas d'influence sur le positionnement des essieux en courbe (résultat comparable à celui obtenu avec K_y pour un bogie de conception classique).

Influence du rayon de roulement des roues (r_o) et de l'empattement du bogie (2α)

Les fig. 66 et 67 donnent la variation de la puissance dissipée totale (P_{ct}) en fonction de r_o et de α . La diminution du rayon de roulement des roues et de l'empattement du bogie favorise d'une manière significative l'inscription des essieux en courbe de faible rayon. La puissance dissipée totale et le déplacement transversal y_{11} de l'essieu directeur diminuent.

Influence de la conicité équivalente (γ_e)

Une augmentation de la conicité équivalente entraîne une diminution importante du déplacement transversal y_{11} et de l'angle de lacet α_{11} de l'essieu directeur (fig. 68 et 69). Le comportement de l'essieu mené reste, par contre, inchangé.

Avec un profil usé, l'inscription dans les courbes de l'essieu directeur est améliorée et le contact rail-roue est retardé.

Influence de la force de pesanteur (S_p)

Les fig. 70 et 71 donnent les variations des déplacements transversaux et des angles de lacet des essieux en fonction de la composante horizontale de la force de pesanteur existant au droit de l'essieu directeur (S_{p1}).

L'augmentation de la force de pesanteur entraîne une diminution des déplacements transversaux des deux essieux (plus importante pour l'essieu directeur).

L'angle de lacet de l'essieu directeur diminue ; par contre celui de l'essieu mené augmente.

L'augmentation de la charge par essieu entraîne une diminution de la puissance dissipée au droit de l'essieu mené.

Pour des charges par essieu < 13000 kg le déplacement transversal de l'essieu directeur augmente rapidement (voir tableau, p 329).

CIRCULATION EN COURBE

$y_{11}^*, y_{12}^* = f(\kappa_s)$

C_{ij} : Théorique

$\kappa_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m}$		$\kappa = 10^5 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
		$\kappa \gamma = 10^6 \text{ N/m}$	
$R_c = 300 \text{ mm}$		IND = 0,02 g	
1	$y_{11}^* = f(\kappa_s)$	2	$y_{12}^* = f(\kappa_s)$

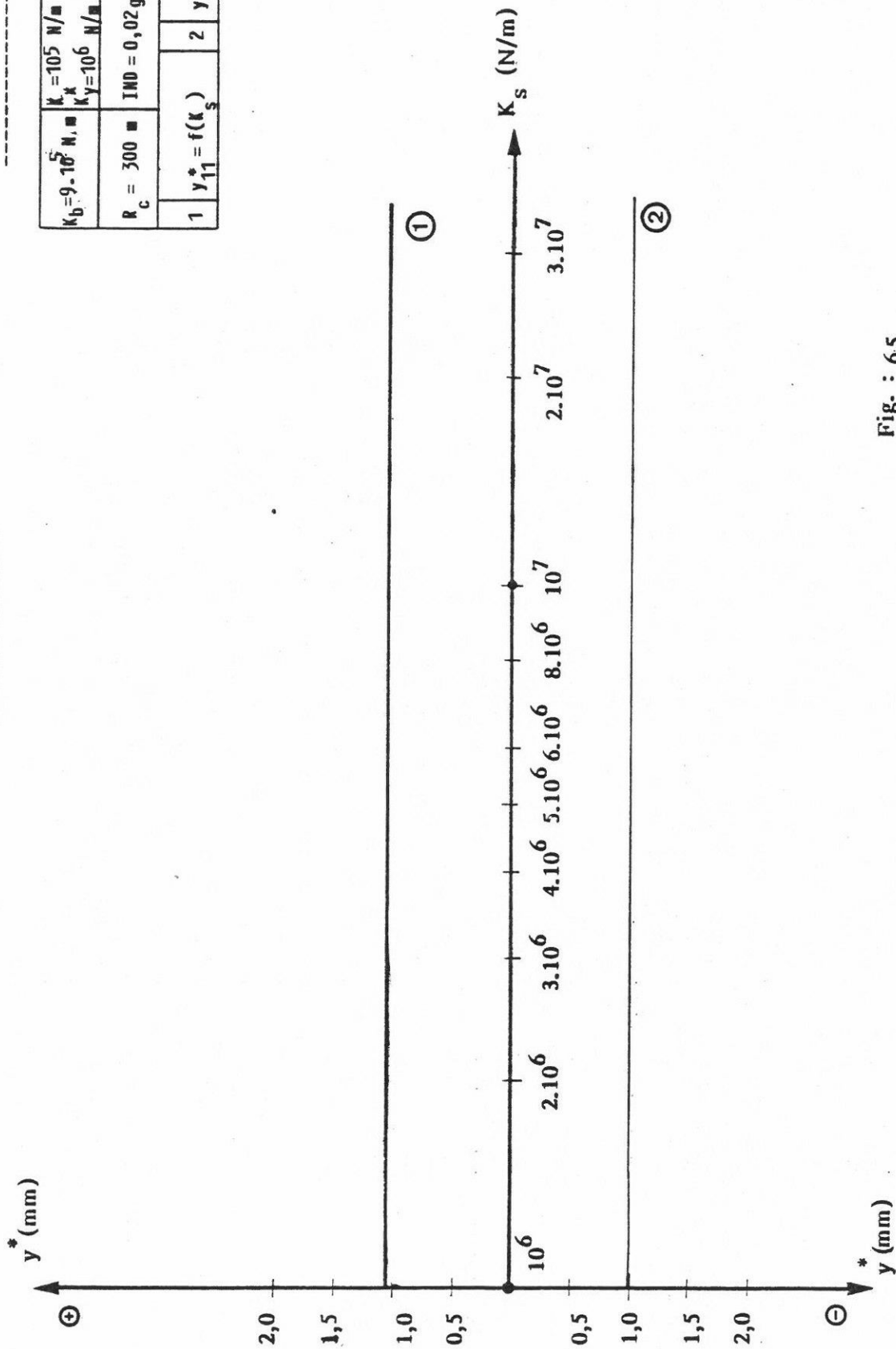


Fig. : 65

CIRCULATION EN COURBE

$$P_{ct} = f(r_o), f(\alpha)$$



Contact essieu
directeur

$R_c = 300 \text{ m}$	$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$
$\gamma_e = 0,20$	$IND = 0,02 \text{ g}$	$K_x = 10^5 \text{ N/m}$ $K_y = 10^6 \text{ N/m}$
1 $P_{ct} = f(r_o)$	2 $P_{ct} = f(\alpha)$	

C_{ij} : théorique

①

Fig. 66

②

Fig. 67

CIRCULATION EN COURBE

$$y_{11}^*, y_{12}^* = f(\gamma_e)$$

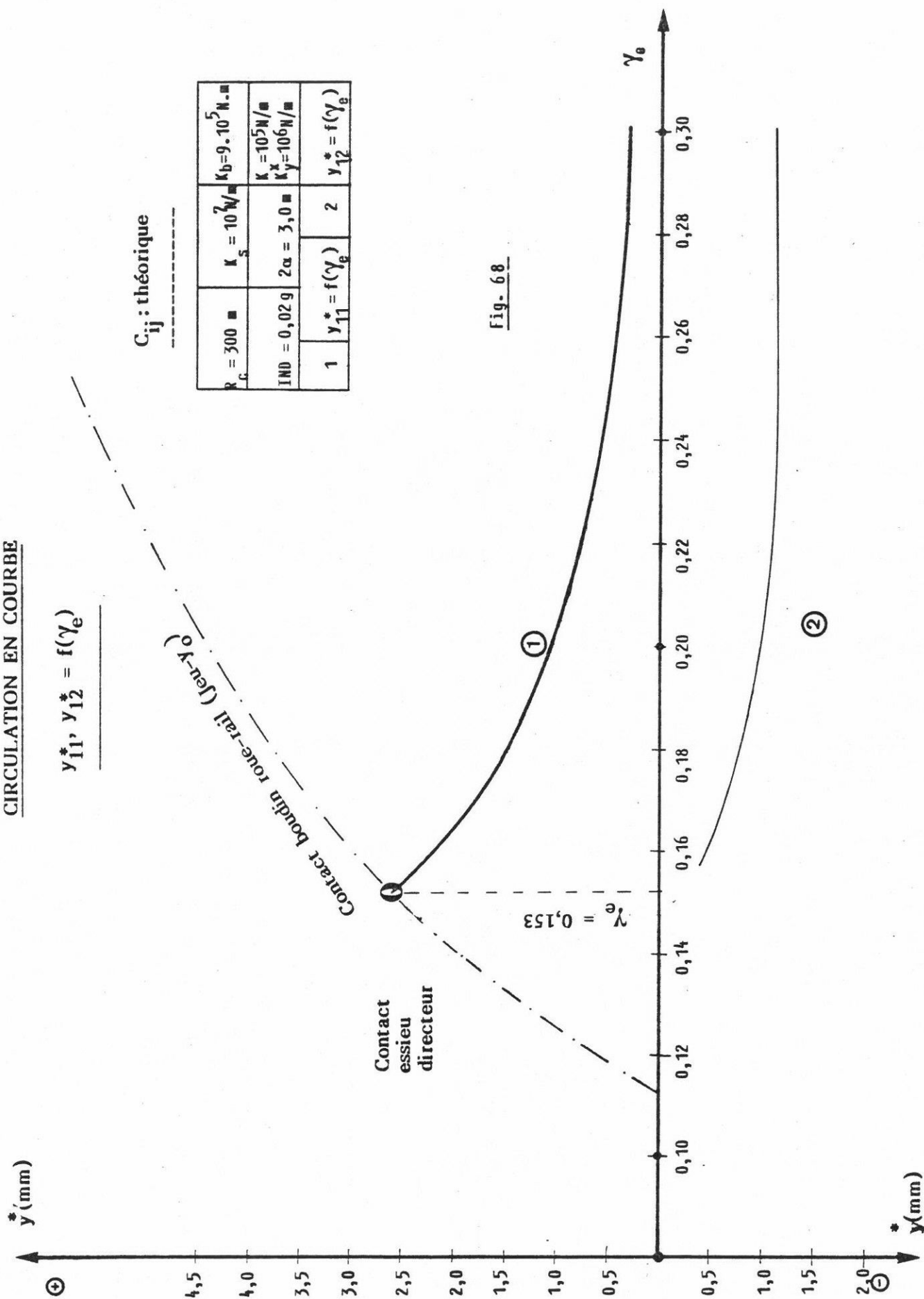


Fig. 68

C_{ij} : théorique

$R_c = 300 \text{ m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$	$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$IND = 0,02 \text{ g}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	$K = 10^5 \text{ N/m}$ $K_y^x = 10^6 \text{ N/m}$
1	$y_{11}^* = f(\gamma_e)$	2 $y_{12}^* = f(\gamma_e)$

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11}, \alpha_{12} = f(\gamma_e)$$

$R_c = 300 \text{ m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$	$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N.m}$
$IND = 0,02 \text{ g}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	$K_x = 10^5 \text{ N/m}$ $K_y = 10^6 \text{ N/m}$
1	$\alpha_{11} = f(\gamma_e)$	2 $\alpha_{12} = f(\gamma_e)$

C_{ij} = théorique

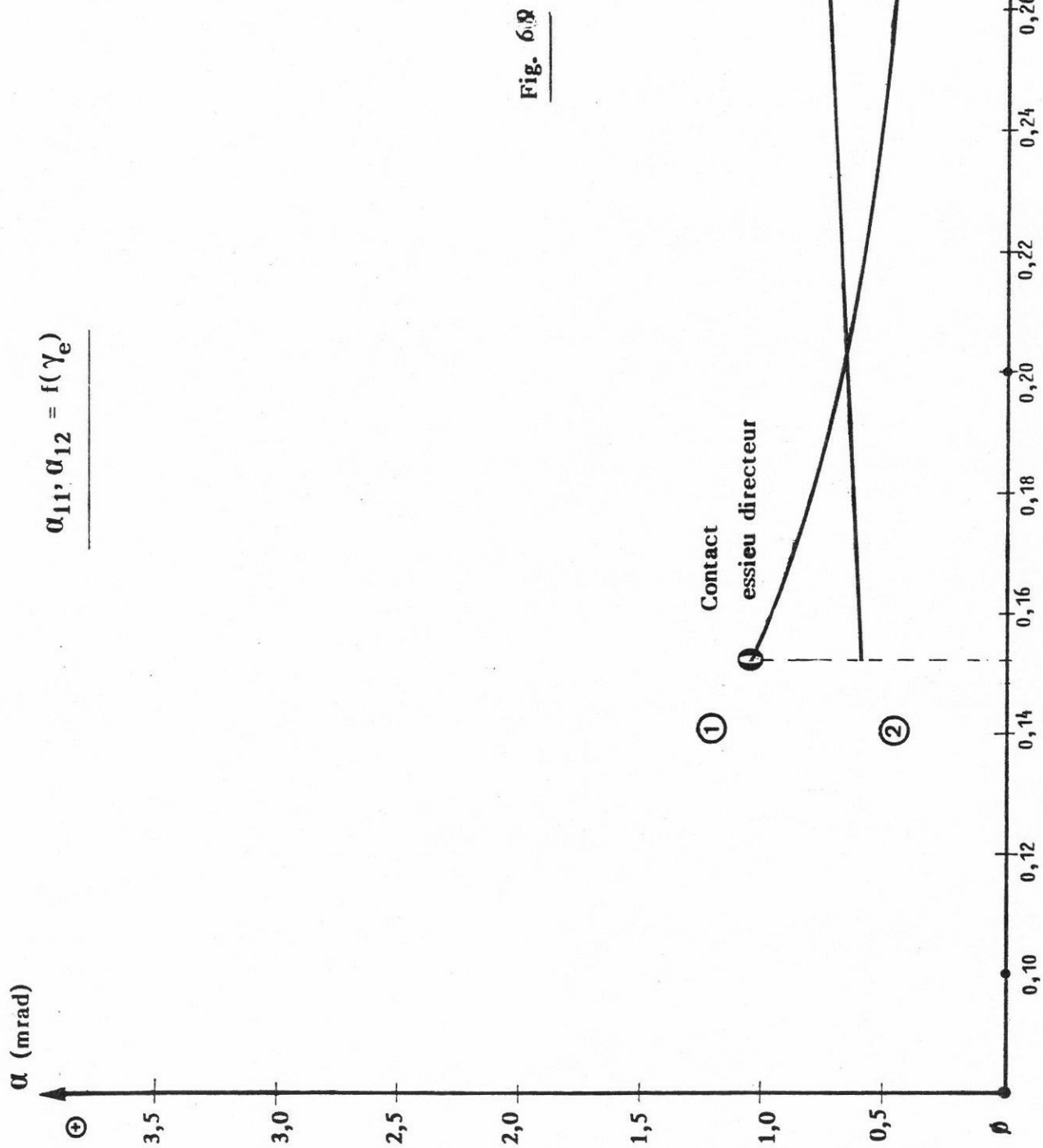
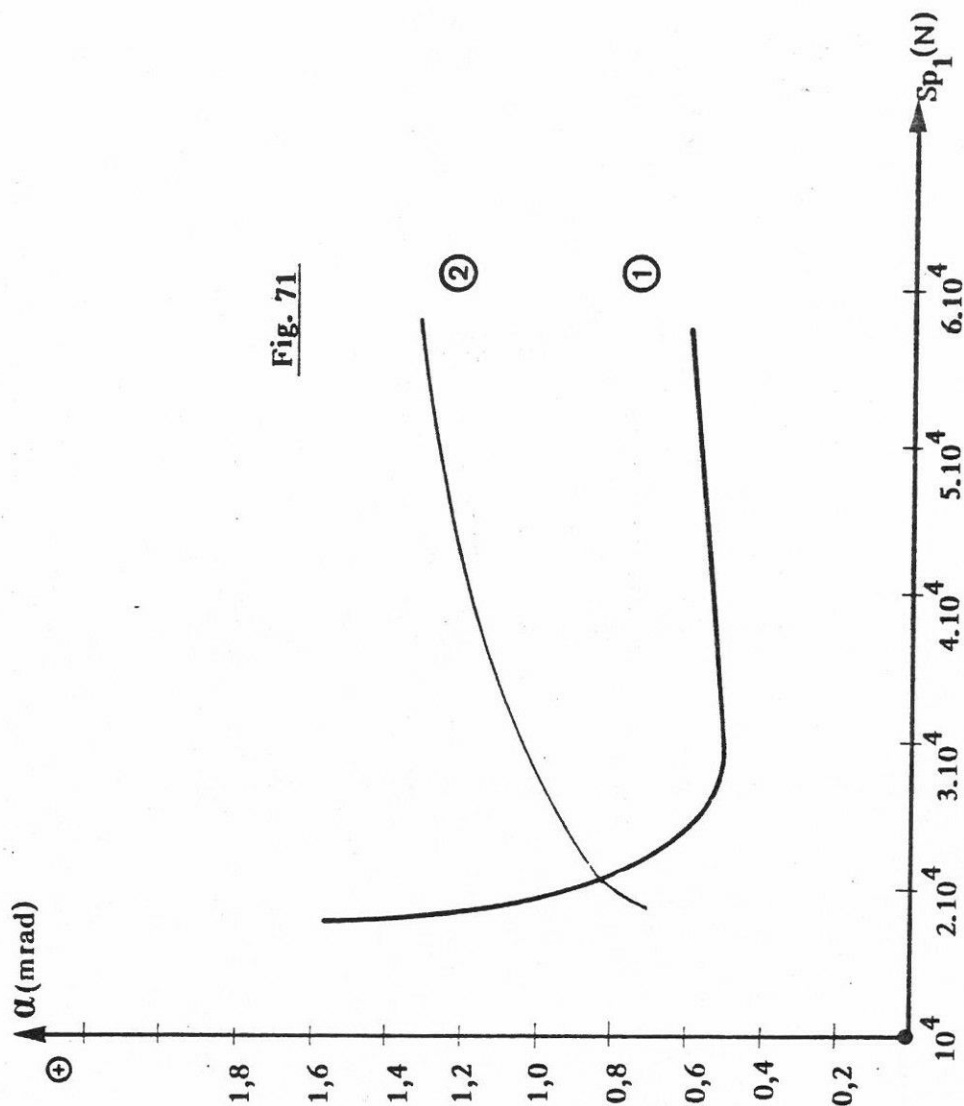
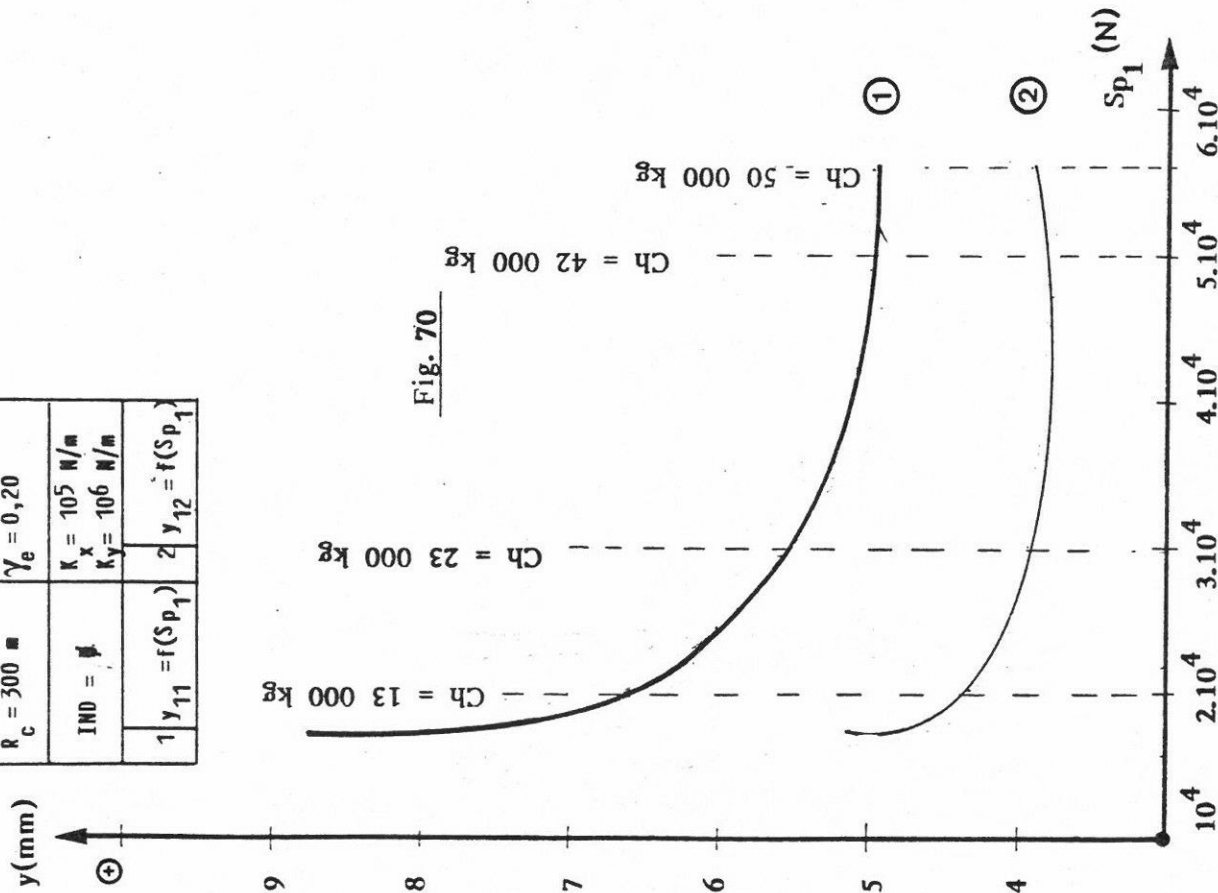


Fig. 6.9

$y, \alpha = f(Sp_1)$

$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$
$R_c = 300 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$
$IND = \varnothing$	$K_x = 10^5 \text{ N/m}$ $K_y = 10^6 \text{ N/m}$
1 $y_{11} = f(Sp_1)$	2 $y_{12} = f(Sp_1)$

$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$
$R_c = 300 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$
$IND = \varnothing$	$K_x = 10^5 \text{ N/m}$ $K_y = 10^6 \text{ N/m}$
1 $\alpha_{11} = f(Sp_1)$	2 $\alpha_{12} = f(Sp_1)$



(Ch) (kg)	P _{cd} (kW)	P _{cm} (kW)	P _{ct} (kW)
9 000	glissement	0,14	glissement
15 000	0,22	0,54	0,76
27 000	0,21	1,18	1,39
35 000	0,30	1,57	1,87
43 000	0,40	1,95	2,35
49 000	0,50	2,20	2,70

Forces agissant au contact rail-roue

Pour les valeurs des paramètres ci-après :

$$\gamma_e = 0,20$$

$$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N.m} \quad - \quad K_x = 10^5 \text{ N/m}$$

$$K_s = 10^7 \text{ N/m} \quad - \quad K_y = 10^6 \text{ N/m}$$

$$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$$

$$\text{Jeu} = \pm 22,5 \text{ mm}$$

$$2\alpha = 3,0 \text{ m}$$

Le tableau de la page 330 donne les variations des amplitudes des forces de pseudoglisement, des forces de pesanteur et de la puissance dissipée au droit des essieux du bogie.

La diminution du rayon de courbure entraîne une augmentation rapide des forces de pseudoglisement.

./.

R _c (m)	V (m/s)	Forces de pseudoglissement (kN)				Forces de rappel de pesanteur (kN)		P _{cd} (kW)	P _{cm} (kW)	P _{ct} (kW)
		longitudinal		transversal						
		X ₁₁ = -X ₁₂	X ₂₁ = -X ₂₂	T ₁₁ =T ₁₂	T ₂₁ =T ₂₂	SP ₁	SP ₂			
500	24,8	5,0	- 3,0	4,8	4,1	- 13,6	- 9,7	0,18	0,09	0,27
400	22,2	5,7	- 4,3	6,0	5,6	- 16,8	- 11,9	0,23	0,17	0,40
300	19,3	6,9	- 6,5	7,9	8,0	- 22,0	- 15,3	0,33	0,31	0,64
250	17,6	7,9	- 8,2	9,4	10,0	- 26,2	- 18,0	0,41	0,46	0,87
200	15,7	9,3	-11,0	11,7	12,9	- 32,5	- 22,1	0,56	0,72	1,28
150	13,6	11,7	-15,3	15,6	17,6	- 43,1	- 28,7	0,85	1,25	2,10
100	11,1	16,4	-24,3	23,4	26,6	- 64,4	- 41,0	1,60	2,64	4,24

D'une manière générale on a :

$$S_{p_1} > S_{p_2} \quad (y_{11} > y_{12})$$

$$\text{Pour } R_c > 300 \text{ m} \quad T_{1j} > T_{2j} \quad (\alpha_{11} > \alpha_{12})$$

$$\text{Pour } R_c < 300 \text{ m} \quad T_{1j} < T_{2j} \quad (\alpha_{11} < \alpha_{12})$$

$$\begin{aligned} & T_{ij} > X_{ij} \\ \text{Pour des faibles rayons } (R_c < 300 \text{ m}) \end{aligned}$$

$$X_{2j} > X_{1j}$$

$$P_{cm} > P_{cd}$$

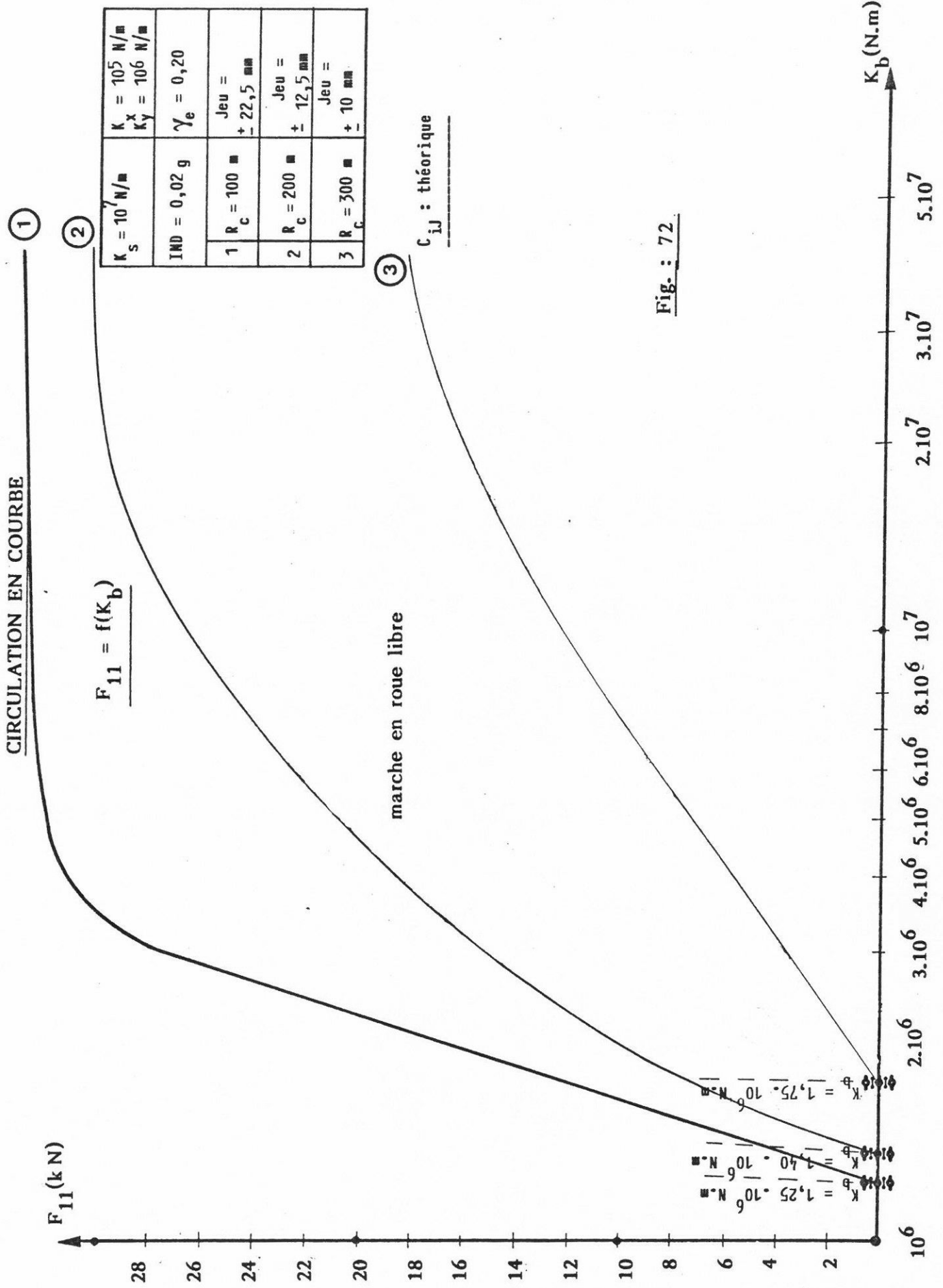
Calcul des forces de contact (F_{ij}) (efforts de guidage)

La fig. 71 donne les variations des efforts de contact F_{ij} roue-rail en fonction de K_b pour trois valeurs du rayon de courbure (100, 200, 300 m) et pour $\gamma_e = 0,20$.

La rigidification de la liaison angulaire entre essieux (K_b) et la diminution du rayon de courbure entraînent une augmentation des efforts du contact roue-rail.

Le tableau ci-dessous indique les valeurs de F_{11} pour $K_b = 5.10^6 \text{ N.m}$.

R_c (m)	F_{11} (kN)
100	32,0
200	18,0
300	7,8



Le tableau de la page 334 résume, pour deux bogies ayant les caractéristiques de construction indiquées ci-après :

bogie 1 : $K_x = 10^5 \text{ N/m}$, $K_b = 9,10^5 \text{ N.m}$, $K_s = 10^7 \text{ N/m}$, $\gamma_e = 0,20$,

$$K_y = 10^6 \text{ N/m} \qquad 2\alpha = 3 \text{ m}$$

bogie 2 : $K_x = 10^5 \text{ N/m}$, $K_b = 8,10^6 \text{ N.m}$, $K_s = 10^7 \text{ N/m}$, $\gamma_e = 0,10$

$$K_y = 10^6 \text{ N/m} \qquad 2\alpha = 3 \text{ m}$$

les résultats principaux obtenus dans des courbes de rayon R_c compris entre 100 et 500 m.

Les fig. 73 et 74 donnent pour les deux bogies considérés les conditions d'équilibre dans une courbe de 300 m de rayon.

2.4.2 - MECANISME DU POSITIONNEMENT D'UN BOGIE A ESSIEUX AUTO-ORIENTES DANS UNE COURBE DE FAIBLE RAYON

On considère un système mécanique composé de 2 essieux, solidaires de 2 cadres métalliques de masses négligeables, reliés entre eux au centre géométrique du bogie (G) par une articulation sphérique [30].

Cette articulation permet une rotation sans frottement des deux essieux autour d'un axe vertical ; par contre, elle oppose une résistance très grande à un déplacement relatif transversal.

Les boîtes d'essieux sont reliées longitudinalement par des ressorts de raideur K_x .

La position initiale de ce système mécanique est définie de la façon suivante (fig. 75).

Les centres de gravité des deux essieux sont décalés vers l'extérieur de la courbe, par rapport à l'axe de la voie d'une quantité $y_o = \frac{e_o r_o}{\gamma_e R_c}$; de plus, les essieux occupent une position radiale dans la voie.

	R_c (m)	y_o (mm)	Jeu (mm)	Contact		X_{ij}		T_{ij}		Puissance dissipée au contact			Efforts de guidage	
				y_{12} (mm)	y_{12} (mm)	y_{11}^* (mm)	y_{12}^* (mm)	α_{11} (mrad)	α_{12} (mrad)	P_{cd} (kW)	P_{cm} (kW)	P_{ct} (kW)	F_{11} (kN)	F_{12} (kN)
Bogie 1	100	+ 16,8	$\pm 22,5$	+ 19,5	+ 12,4	+ 2,6	- 4,4	+ 2,2	+ 2,7	1,60	2,64	4,25	\emptyset	\emptyset
	200	+ 8,4	$\pm 12,5$	+ 9,9	+ 6,7	+ 1,4	- 1,7	+ 1,0	+ 1,15	0,56	0,72	1,28	\emptyset	\emptyset
	300	+ 5,6	± 10	+ 6,6	+ 4,6	+ 1,0	- 1,0	+ 0,7	+ 0,7	0,33	0,31	0,64	\emptyset	\emptyset
	500	+ 3,4	± 10	+ 4,1	+ 2,9	+ 0,8	- 0,4	+ 0,4	+ 0,3	0,18	0,09	0,27	\emptyset	\emptyset
Bogie 2	100	+ 33,7	$\pm 22,5$	+ 22,5 contact	- 16,2	$y_o > \text{jeu}$		+ 27,0	+ 0,2	contact boudin roue rail			78	\emptyset
	200	+ 16,9	$\pm 12,5$	+ 12,5 contact	- 6,6			+ 13,4	+ 0,4				60	\emptyset
	300	+ 11,2	± 10	+ 10,0 contact	- 2,5			+ 8,7	+ 0,3				46	\emptyset
	500	+ 6,7	± 10	+ 10,0 contact	+ 2,8			+ 4,7	+ 0,2				18	\emptyset

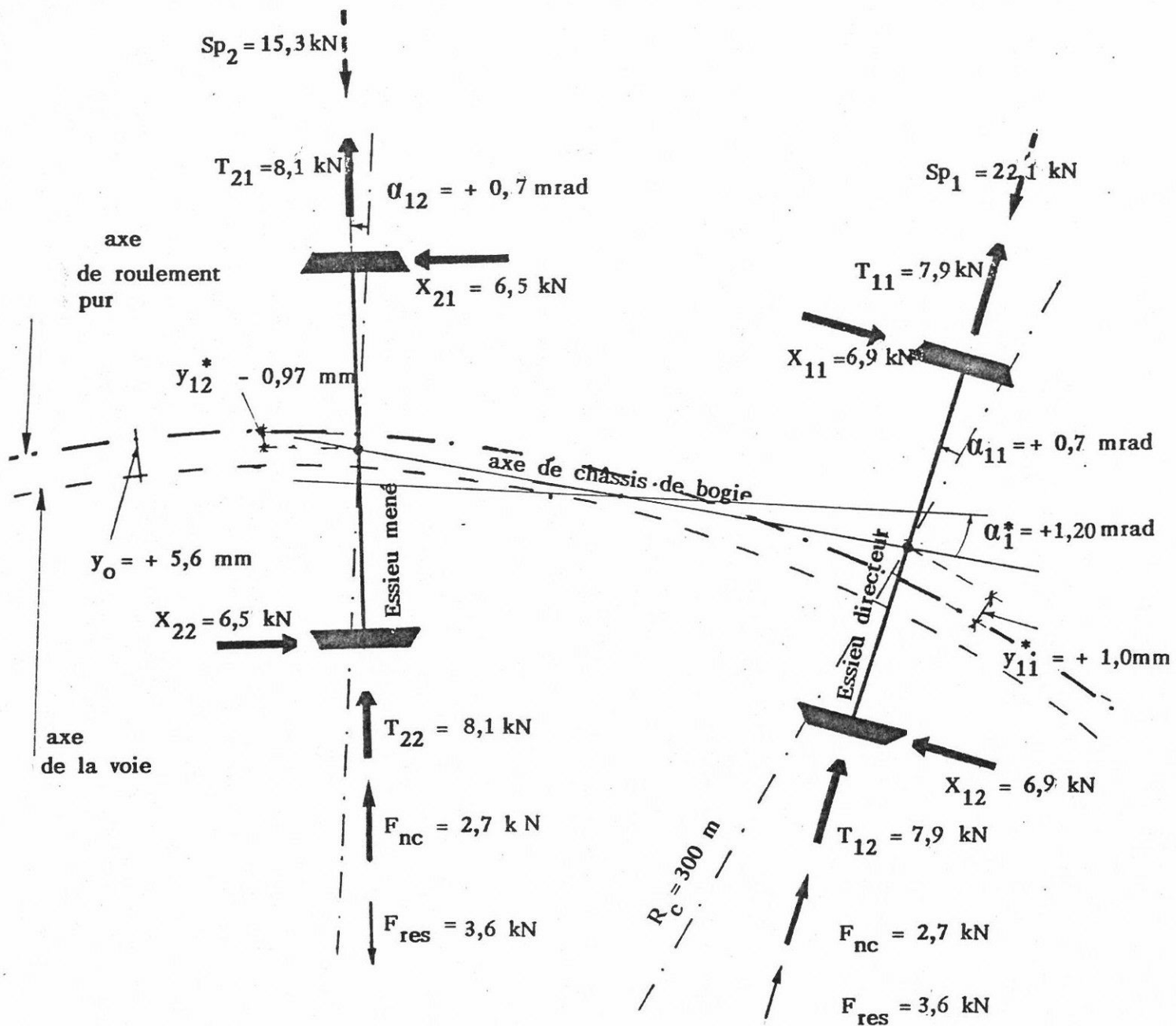


Fig. : 7.3 Bogie 1

$e_0 = 0,75 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$	$y_0 = 5,6 \text{ mm}$	$\bar{A} = 9,06 \text{ m}$	$\alpha = 1,5 \text{ m}$	$r_0 = 0,45 \text{ m}$	$IND = 0,02g$	$Jeu = \pm 10 \text{ mm}$	$\mu = 0,30$
$R_c = 300 \text{ m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$	$K_b = 9 \cdot 10^5 \text{ N.m}$	$K_x = 10^5 \text{ N/m}$ $K_y = 10^6 \text{ N/m}$	$R' = 0,30 \text{ m}$	$C_{ij} \text{ théori.}$	$N = 70,3 \text{ kN}$		

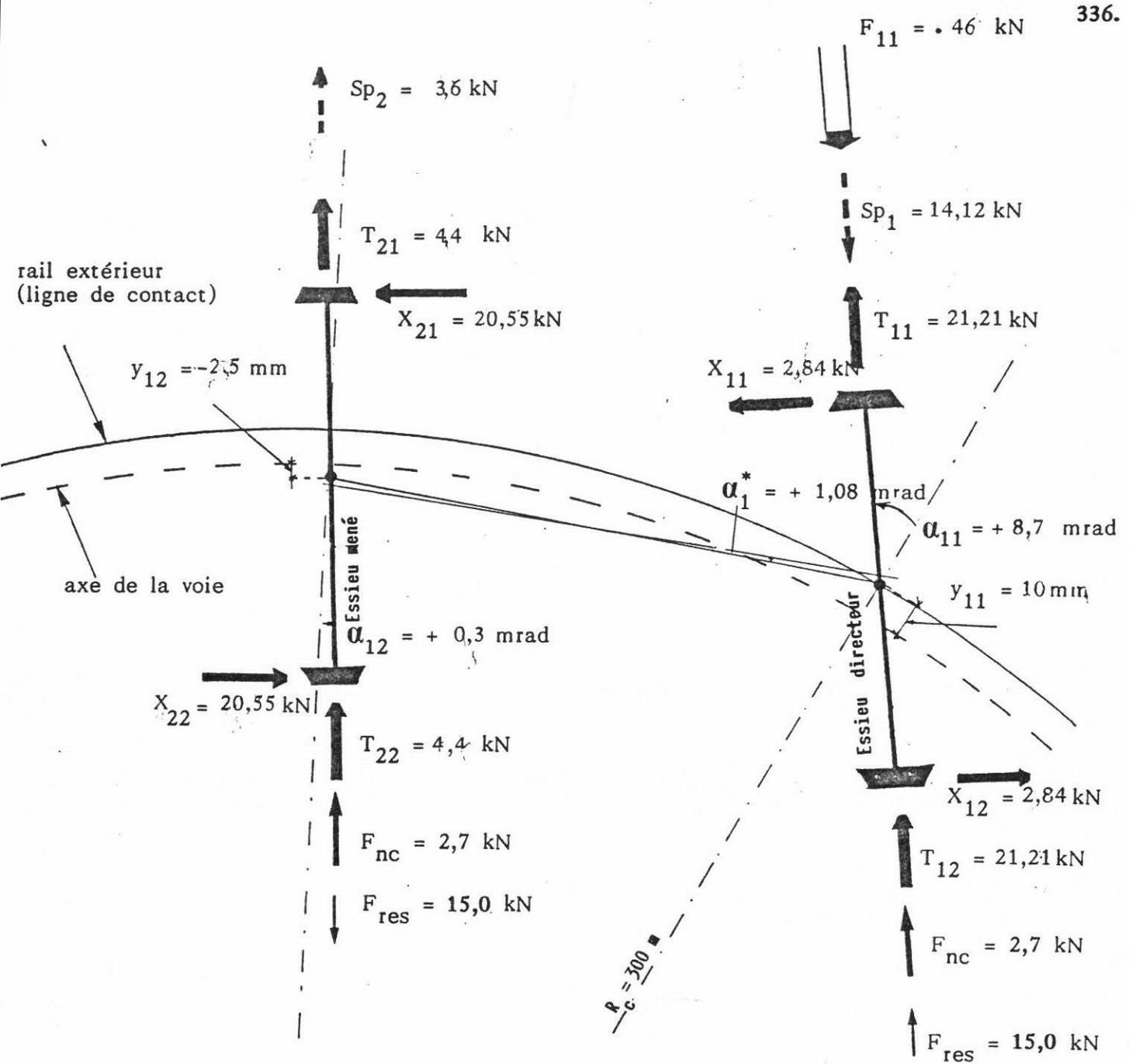


Fig. : 74 bogie 2

$e_o = 0,75 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,10$	$y_o = 11,2 \text{ mm}$	$\bar{A} = 9,06 \text{ m}$	$\alpha = 1,5 \text{ m}$	$r_o = 0,45 \text{ m}$	$IND = 0,02 \text{ g}$	$Jeu = \pm 10 \text{ mm}$	$\mu = 0,30$
$R_c = 300 \text{ m}$	$K_s = 10^7 \text{ N/m}$	$K_b = 8 \cdot 10^6 \text{ N.m}$	$K_x = 105 \text{ N/m}$ $K_y = 106 \text{ N/m}$	$R' = 0,30 \text{ m}$	$C_{ij} \text{ théor.}$	$N = 70,3 \text{ kN}$		

Dans ces conditions, les forces de pseudoglissement agissant sur les essieux sont nulles.

Les déplacements y_0 des essieux engendrent des forces de pesanteur dirigées vers l'intérieur de la courbe. Ces forces ont au droit de chaque essieu une amplitude égale à :

$$S_p = 2 K_p \cdot y_0$$

avec $2K_p$: raideur latérale de pesanteur =

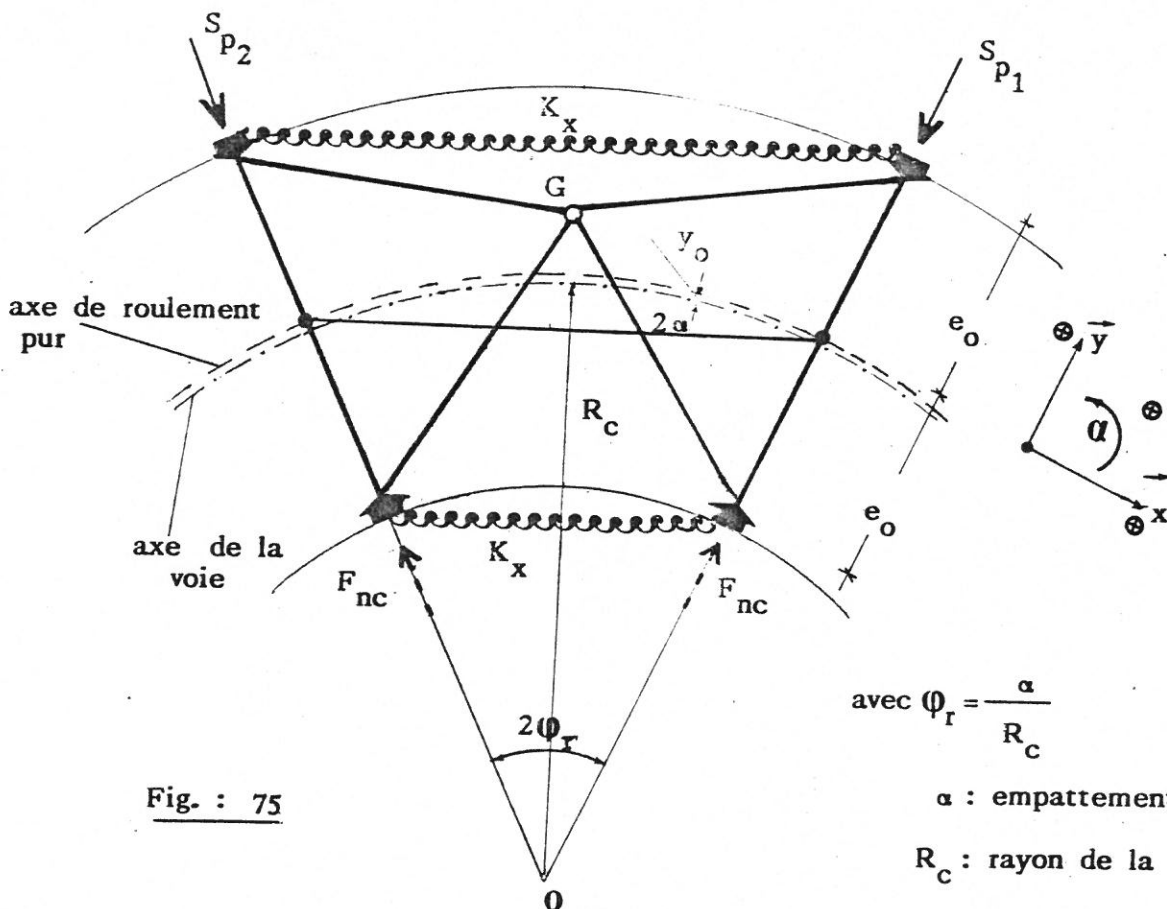
$$\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \frac{y_e}{R_c \gamma_0}$$

Les forces centrifuges non compensées $2F_{nc}$ s'exerçant sur les deux essieux sont dirigées vers l'extérieur de la courbe.

Au droit d'un essieu on a :

$$F_{nc} = \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) \left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$$

$\left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p \right)$ = accélération centrifuge non compensée au niveau de la voie



avec $\phi_r = \frac{\alpha}{R_c}$

α : empattement du bogie

R_c : rayon de la courbe

Supposons $F_{nc} < 2K_p y_0$, cas pratiquement toujours satisfait. Dans ces conditions, le système n'est pas en équilibre dans le sens transversal.

Pour obtenir une position d'équilibre, l'ensemble du système mécanique doit tourner d'un angle positif ψ_c . Cette rotation autour d'un axe vertical passant par le centre géométrique du bogie engendre des forces de pseudoglisement transversales (T_1, T_2) dirigées vers l'extérieur de la courbe (fig. 76).

Dans ces conditions on a au droit de chaque essieu :

$$2C_{22} \psi_c - 2K_p y_0 + F_{nc} = 0 \quad (1)$$

$$\text{avec } T_1 = T_2 = 2C_{22} \psi_c \quad (3)$$

Sous l'effet de cette rotation ψ_c le centre de gravité de l'essieu directeur se déplace d'une quantité $\alpha \psi_c$ vers l'extérieur de la courbe, tandis que le centre de gravité de l'essieu mené se déplace de la même quantité vers l'intérieur de la courbe.

Pour compenser les forces de pesanteur (Sp'_1, Sp'_2) qui prennent naissance au droit des essieux lors de ces déplacements transversaux il faut que ces derniers tournent dans **un sens opposé d'un même angle ϕ_c** (fig. 76).

Cette rotation engendre des forces de pseudoglisement (T'_1, T'_2) qui ont pour expressions $\pm 2C_{22} \phi_c$. Ces forces de pseudoglisement transversal équilibrent les composantes de pesanteur.

Dans ces conditions on a :

$$+ 2C_{22} \phi_c - 2K_p \alpha \psi_c = 0 \text{ (essieu directeur)}$$

$$- 2C_{22} \phi_c + 2K_p \alpha \psi_c = 0 \text{ (essieu mené)} \quad (4)$$

Compte tenu de la liaison de 2 cadres au niveau de l'articulation, les rotations de sens opposé des 2 essieux engendrent obligatoirement un déplacement transversal de leurs centres de gravité vers l'intérieur de la courbe ; ce déplacement est noté y_c , (fig. 77). Ce déplacement provoque de nouveau des forces de pesanteur dont l'expression est :

$$- 2K_p y_c \quad (5)$$

La rotation ψ_c de l'ensemble du système mécanique, les rotations ϕ_c de signes opposés des 2 essieux et le déplacement transversal négatif y_c de l'ensemble du bogie engendrent des forces élastiques de rappel au niveau des ressorts et des forces de pseudoglisement longitudinal et transversal aux points de contact roue-rail.

Ecrivons l'équilibre du système en tenant compte des relations 3 à 5, on a, au droit de chaque cadre triangulaire, les relations ci-après (fig. 79).

(1) Le couple engendré par les forces de pseudoglisement longitudinal est nul. ./.

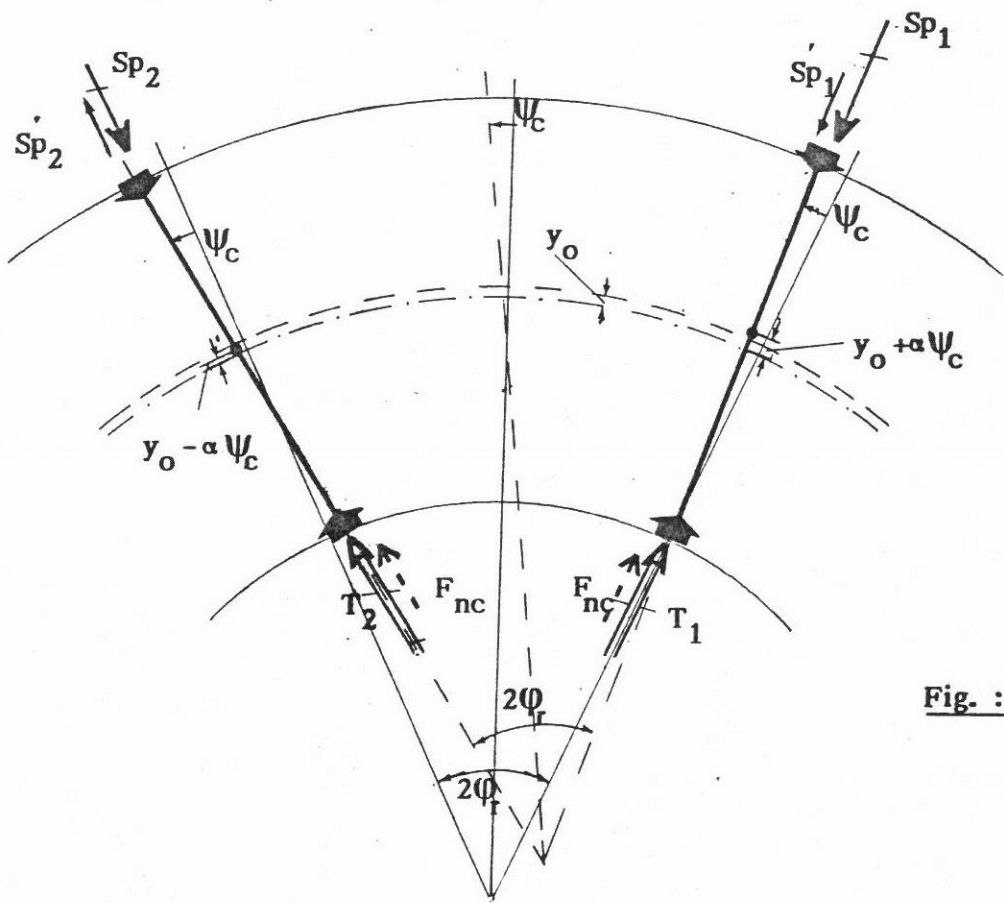


Fig. : 76

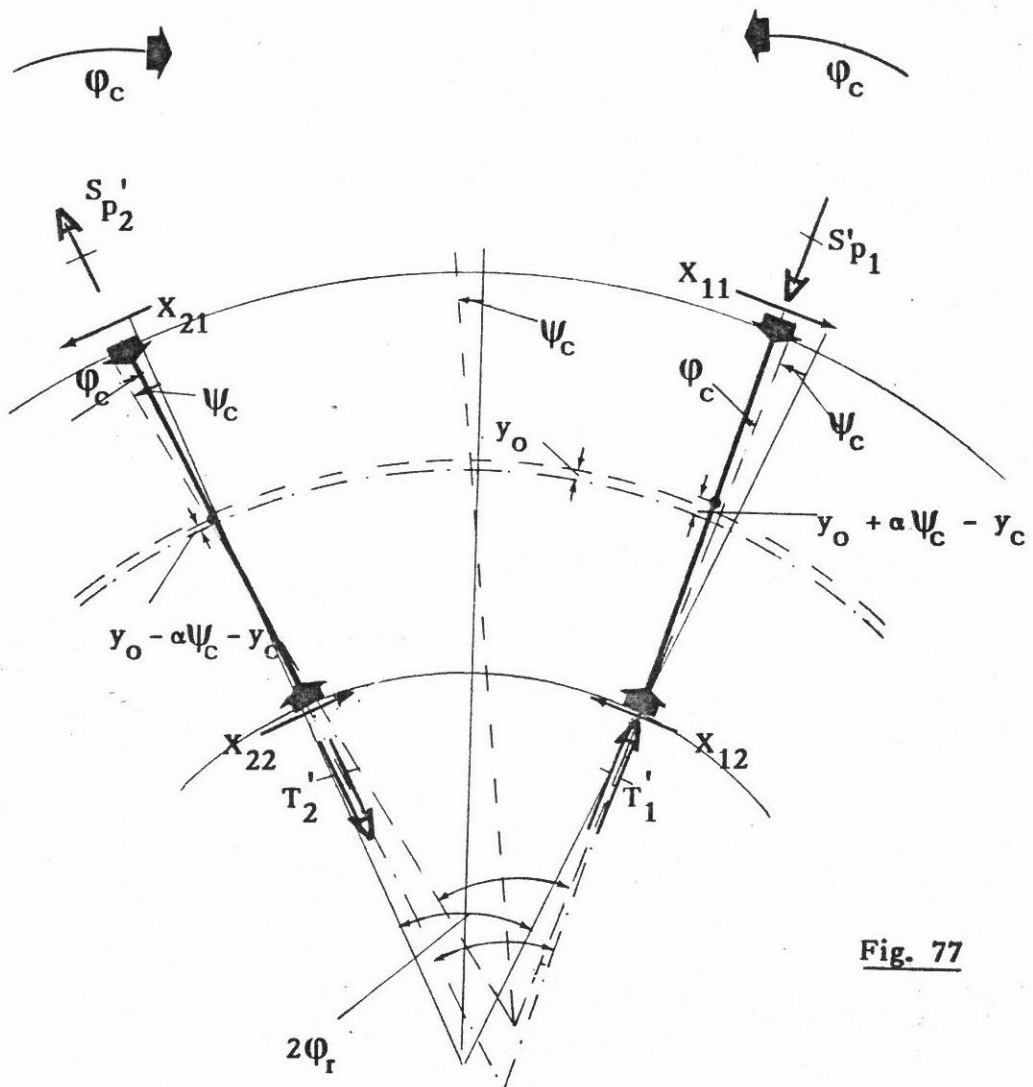


Fig. 77

Essieu directeur

$$2C_{22}(\psi_c + \varphi_c) + F_{nc} - 2Kp(y_o - y_c + \alpha\psi_c) + F_{ks} = 0 \quad (6)$$

Essieu mené

$$2C_{22}(\psi_c - \varphi_c) + F_{nc} - 2Kp(y_o - y_c - \alpha\psi_c) - F_{ks} = 0 \quad (7)$$

avec F_{ks} : force latérale agissant à l'articulation de chaque cadre triangulaire

En ajoutant les équations (6) et (7) on obtient :

$$2C_{22}\psi_c + F_{nc} - 2Kp(y_o - y_c) = 0 \quad (8)$$

Les composantes des forces de pseudoglisement longitudinal aux points de contact rail-roue ont pour expressions :

$$\pm C_{11} \frac{\gamma_e}{r_o} (\alpha\psi_c - y_c) \text{ (essieu directeur)} \quad (9)$$

$$\pm C_{11} \frac{\gamma_e}{r_o} (-y_c - \alpha\psi_c) \text{ (essieu mené)} \quad (10)$$

Ces forces de pseudoglisement doivent être compensées par les forces élastiques prenant naissance au niveau des ressorts K_x ; les moments de ces forces élastiques par rapport au centre de gravité x du système mécanique peuvent être facilement calculés.

Considérons la fig. 78:

soit X l'angle que font les deux essieux en position finale :

on a $X = X_1 - X_2$ avec :

$X_1 = \psi_c - \varphi_c + \varphi_r$: angle de l'essieu mené avec Oy_o

$X_2 = \varphi_c + \psi_c - \varphi_r$: angle de l'essieu directeur avec Oy_o

$$\varphi_r = \frac{\alpha}{R_c}$$

d'où l'on tire :

$$X = 2(\varphi_r - \varphi_c)$$

et les forces agissant sur chaque essieu au niveau des roues. Ces forces ont des sens opposés.

$$2K_x d \left(\frac{\alpha}{R_c} - \varphi_c \right) \quad (\text{fig. 79})$$

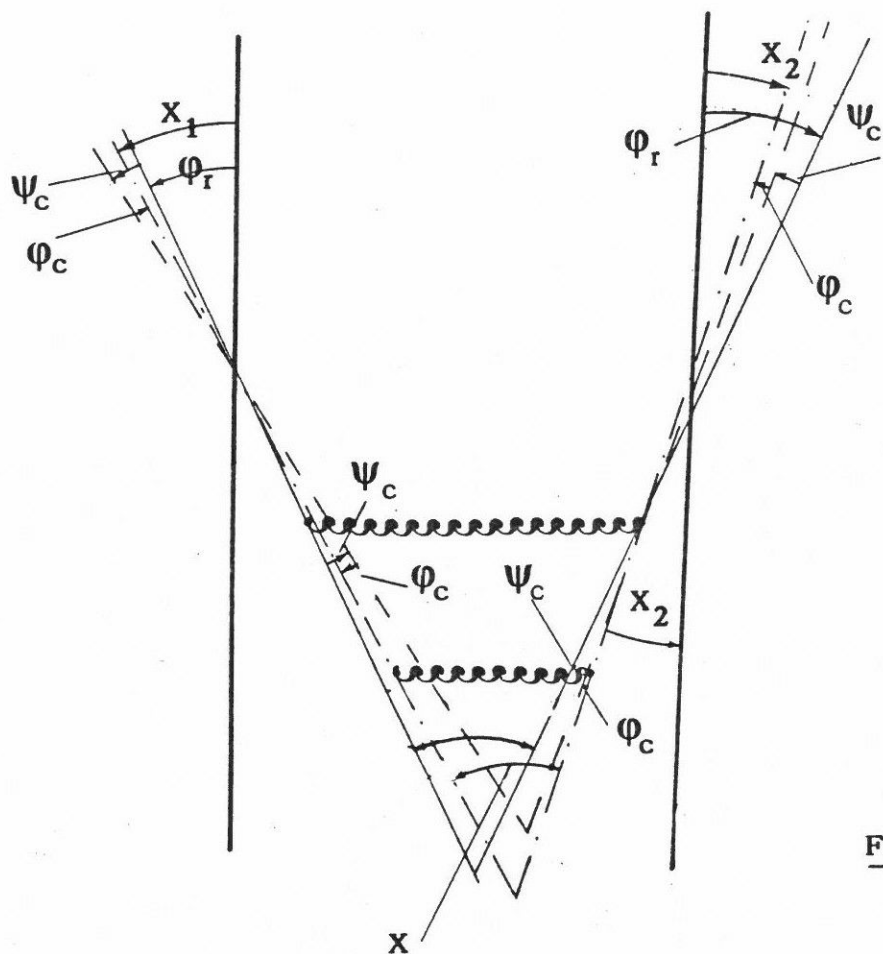


Fig. 78

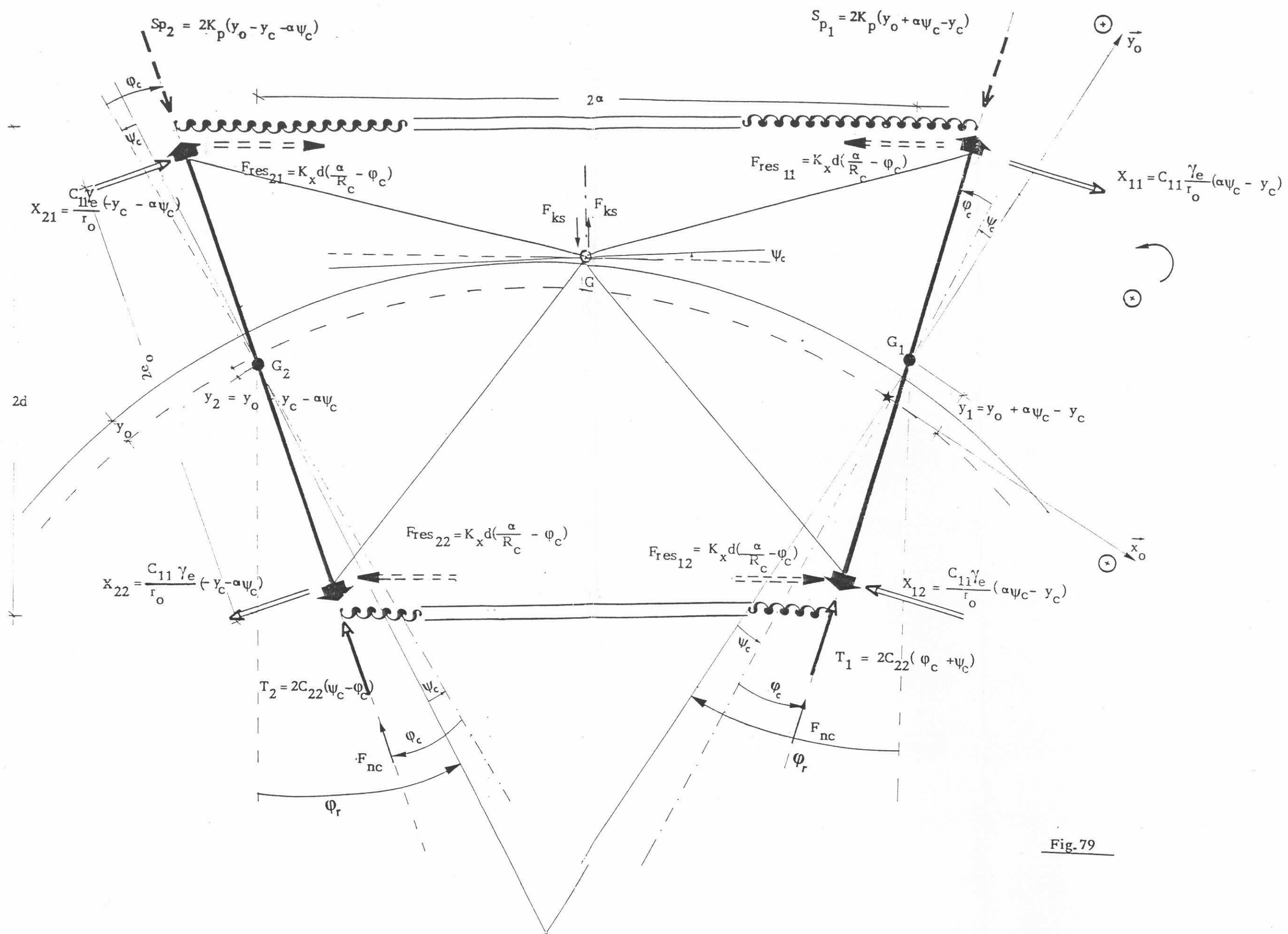


Fig. 79

L'équilibre des moments en G est donné par les expressions ci-après :

Essieu directeur

$$2C_{22}(\psi_c + \phi_c)\alpha + F_{nc}\alpha - 2K_p(y_o - \alpha y_c + \psi_c)\alpha + 2K_x d^2 \left(\frac{\alpha}{R_c} - \phi_c \right) - 2C_{11} \frac{e_o}{r_o} \gamma_e (\alpha \psi_c - y_c) = 0 \quad (11)$$

Essieu mené

$$2C_{22}(\psi_c - \phi_c)\alpha + F_{nc}\alpha - 2K_p(y_o - y_c - \alpha \psi_c)\alpha + 2K_x d^2 \left(\frac{\alpha}{R_c} - \phi_c \right) + 2C_{11} \frac{\gamma_e e_o}{r_o} (-y_c - \alpha \psi_c) = 0 \quad (12)$$

En résolvant le système des équations 8, 11 et 12⁽¹⁾ on obtient les expressions des paramètres de position du système mécanique au moment de l'équilibre statique.

Les résultats sont résumés par les expressions de ψ_c , ϕ_c et y_c

$$\phi_c = \frac{2K_x d^2 + \frac{\gamma_e e_o F_{nc} R_c}{r_o} - 2K_p e_o^2}{2K_x d^2 + 2K_p \alpha^2} \frac{\alpha}{R_c} \quad (13)$$

$$\psi_c = \frac{2K_x d^2}{2C_{11} \gamma_e e_o} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{\phi_c}{\alpha} \right) \quad (14)$$

$$y_c = - \frac{F_{nc}}{2K_p} - \frac{r_o}{\gamma_e} \left[\frac{2K_x d^2}{2K_p e_o} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{\phi_c}{\alpha} \right) - \frac{e_o}{R_c} \right] \quad (15)$$

avec :

$$y_1 = y_o + \alpha \psi_c - y_c \quad (16)$$

$$y_2 = y_o - \alpha \psi_c - y_c \quad (17)$$

$$y_o = \frac{e_o r_o}{\gamma_e R_c} \quad (18)$$

$$K_p = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) g \frac{\gamma_e}{R \gamma_o} \quad (19)$$

$$F_{nc} = \left(-\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} \right) \left(\frac{V}{R_c} - g \delta p \right) \quad (20)$$

(1)

On a supposé des coefficients de pseudoglisement égaux ($C_{11}=C_{22}=C$) et on a négligé K_p^2 devant C^2 .

./.

COMMENTAIRES - CONDITIONS PARTICULIERES

Positionnement optimal

Le positionnement optimal des essieux dans la voie est obtenu quand les forces de pseudoglissement agissant au niveau du contact sont minimales.

Cette situation est atteinte quand φ_c et y_c sont nuls

En supposant F_{nc} faible (donc négligeable) les relations (13) et (15) montrent que ces conditions sont satisfaites pour $K_x = K_p e_o^2$

En remplaçant dans les équations (13) à (17) K_x par $K_p e_o^2$, avec $d = 1$ m, on obtient :

$$\varphi_c = 0$$

$$y_c = 0$$

$$\psi_c = \frac{K_x r_o d^2}{C_{11} \gamma_e e_o R_c}$$

$$y_1 = y_o \left(1 + \frac{K_x d^2 \alpha}{C_{11} e_o^2} \right)$$

$$y_2 = y_o \left(1 - \frac{K_x d^2 \alpha}{C_{11} e_o^2} \right)$$

Application numérique

Pour :

$$e_o = 0,75 \text{ m} \quad r_o = 0,45 \text{ m} \quad \gamma_o = 0,025 \quad \alpha = 1,5 \text{ m} \quad \gamma_e = 0,20$$

$$R = 0,344 \text{ m} \quad R' = 0,30 \text{ m} \quad R_c = 300 \text{ m} \quad d = 1 \text{ m}$$

$$\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m + \hat{m} = 14\,060 \text{ kg} \quad C_{11} = 1,67 \cdot 10^7 \text{ N} \quad C_{22} = 1,34 \cdot 10^7 \text{ N}$$

$$K_x = K_p e_o^2$$

On obtient à partir des relations (13) à (20) :

$$K_x = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m} \quad K_p = 1,6 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad y_o = + 5,65 \text{ m}$$

$$\varphi_c = 0, \quad \psi_c = 5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}, \quad y_c = 0$$

$$y_1 = 6,46 \text{ mm}$$

$$y_2 = 4,84 \text{ mm}$$

Cas particuliers

1 - Roues coniques ($R = \infty$), $F_{nc} = \emptyset$

Dans le cas des roues coniques la raideur latérale de pesanteur est nulle ($K_p = \emptyset$).

Dans ces conditions on déduit des relations (13) et (14) :

$$\varphi_c = \frac{\alpha}{R_c} \quad \psi_c = \emptyset$$

En remplaçant φ_c par $\frac{\alpha}{R_c}$ et en considérant $K_p = \emptyset$, $\psi_c = \emptyset$

et $C_{11} = C_{12} = C$, on obtient de la relation (11)

$$y_c = - \frac{\alpha^2 r_o}{e_o \gamma_e R_c}$$

Afin de trouver une position d'équilibre, les deux essieux se déplacent par rapport à la ligne de roulement pur d'une quantité $y_c = \frac{\alpha^2 r_o}{\gamma_e R_c e_o}$ vers l'extérieur de la courbe.

Si $y_c < (\text{Jeu} - y_o)$ le contact boudin **roue-rail** est évité et les deux essieux restent parallèles.

En remplaçant y_c par $\frac{\alpha^2 r_o}{\gamma_e R_c e_o}$ et y_o par $\frac{e_o r_o}{\gamma_e R_c}$ dans l'inégalité $y_c < (\text{Jeu} - y_o)$ et en précisant la valeur du jeu dans la voie on peut estimer la valeur du rayon de courbure (R_c) à partir duquel le contact boudin/roue-rail se produit.

$$R_c \leq \frac{r_o (\alpha^2 + e_o^2)}{\text{Jeu } \gamma_e e_o}$$

Application numérique

$$r_o = 0,45 \text{ m} \quad \alpha = 1,5 \text{ m} \quad e_o = 0,75 \text{ m} \quad \gamma_e = 0,20$$

$$\text{Jeu} = \pm 10 \text{ mm}$$

$$R_c \leq 844 \text{ m}$$

./.

2 - Roues profilées

$$F_{nc} = 2K_p y_o, \quad K_x = 0$$

Des relations 13 à 15 on tire :

$$\varphi_c = \psi_c = y_c = 0$$

Dans ces conditions on peut avoir **un roulement pur du bogie** dans la courbe.

2.5 - BOGIE A ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE

2.5.1 - ANALYSE DES RESULTATS

2.5.1.1 - Courbes de grand rayon ($R_c > 1\,000\text{ m}$)

On suppose un comportement semi-statique du véhicule.

Influence de la caractéristique d'amortissement du coupleur magnétique (C_φ), de la conicité équivalente (γ_e) et des caractéristiques de guidage des essieux (K_x, K_y).

Les fig. 80 à 85 donnent, pour trois valeurs du rayon de courbure ($R_c = 5\,000, 3\,000$ et $2\,500\text{ m}$), les variations du déplacement transversal " y_{11} " et de l'angle de lacet " α_{11} " de l'essieu directeur, en fonction de C_φ .

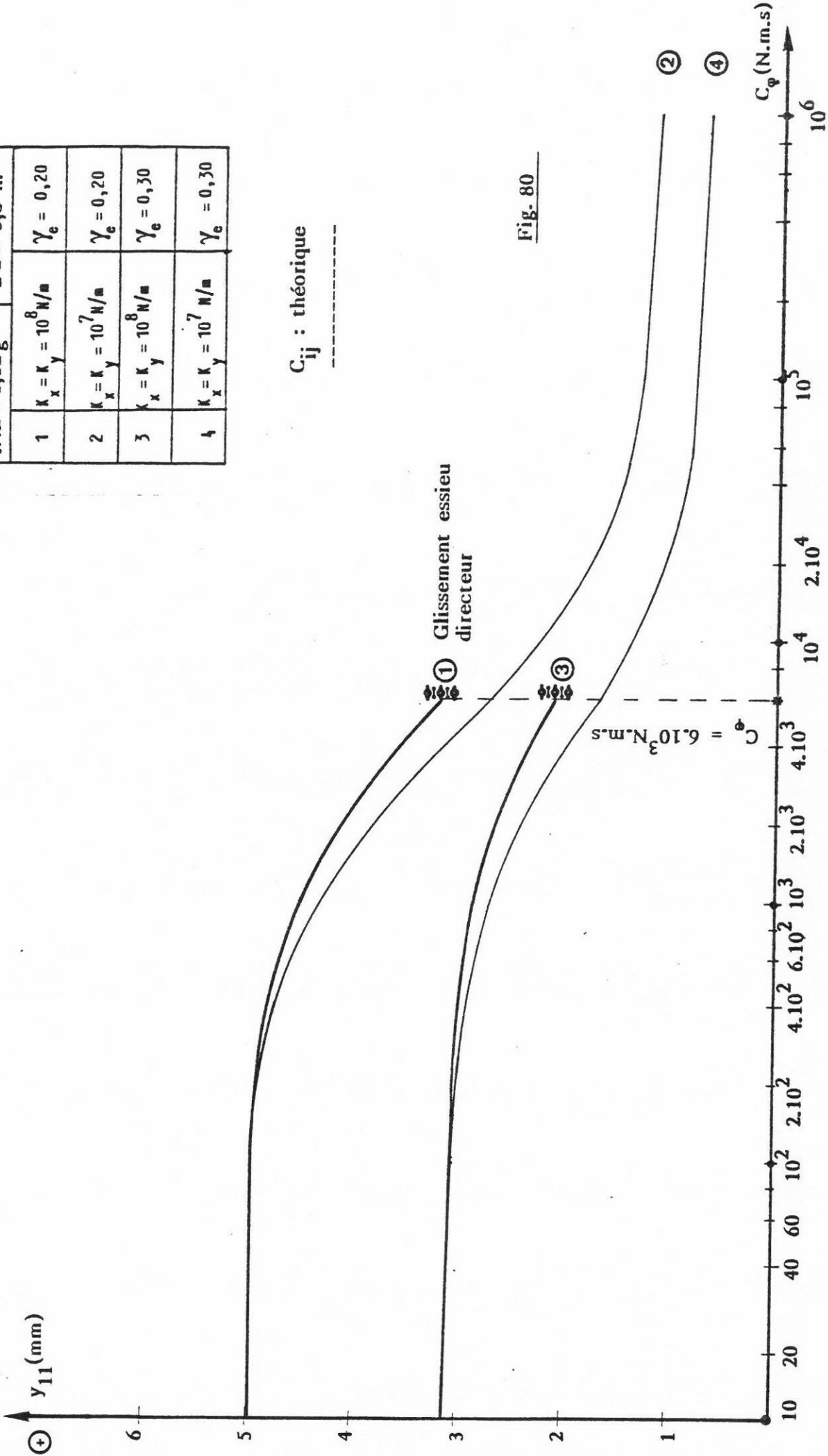
Les fig. 86 et 87 donnent, pour un rayon de $5\,000\text{ m}$, les variations du déplacement transversal " y_{12} " et de l'angle de lacet " α_{12} " de l'essieu mené, en fonction de C_φ .

Les fig. 88 et 89 donnent, pour un rayon de $5\,000\text{ m}$, les variations des glissements résiduels " φ_{ij}^{*} " des roues, en fonction de C_φ .

CIRCULATION EN COURBE

$y_{11} = f(C_\varphi)$

$R_c = 5000 \text{ m}$		$V = 78,6 \text{ m/s}$
$IND = 0,02 \text{ g}$		$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
2	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
3	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$
4	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$



CIRCULATION EN COURBE

$$y_{11} = f(C_\phi)$$

y_{11} (mm)

Glissement
essieu directeur

C_{ij} théorique

$R_c = 3000$ m	$V = 60,9$ m/s
$IND = 0,02$ g	$2\alpha = 3,0$ m
1 $K_x = K_y = 10^8$ N/m	$\gamma_e = 0,20$
2 $K_x = K_y = 10^7$ N/m	$\gamma_e = 0,20$
3 $K_x = K_y = 10^8$ N/m	$\gamma_e = 0,30$
4 $K_x = K_y = 10^7$ N/m	$\gamma_e = 0,30$

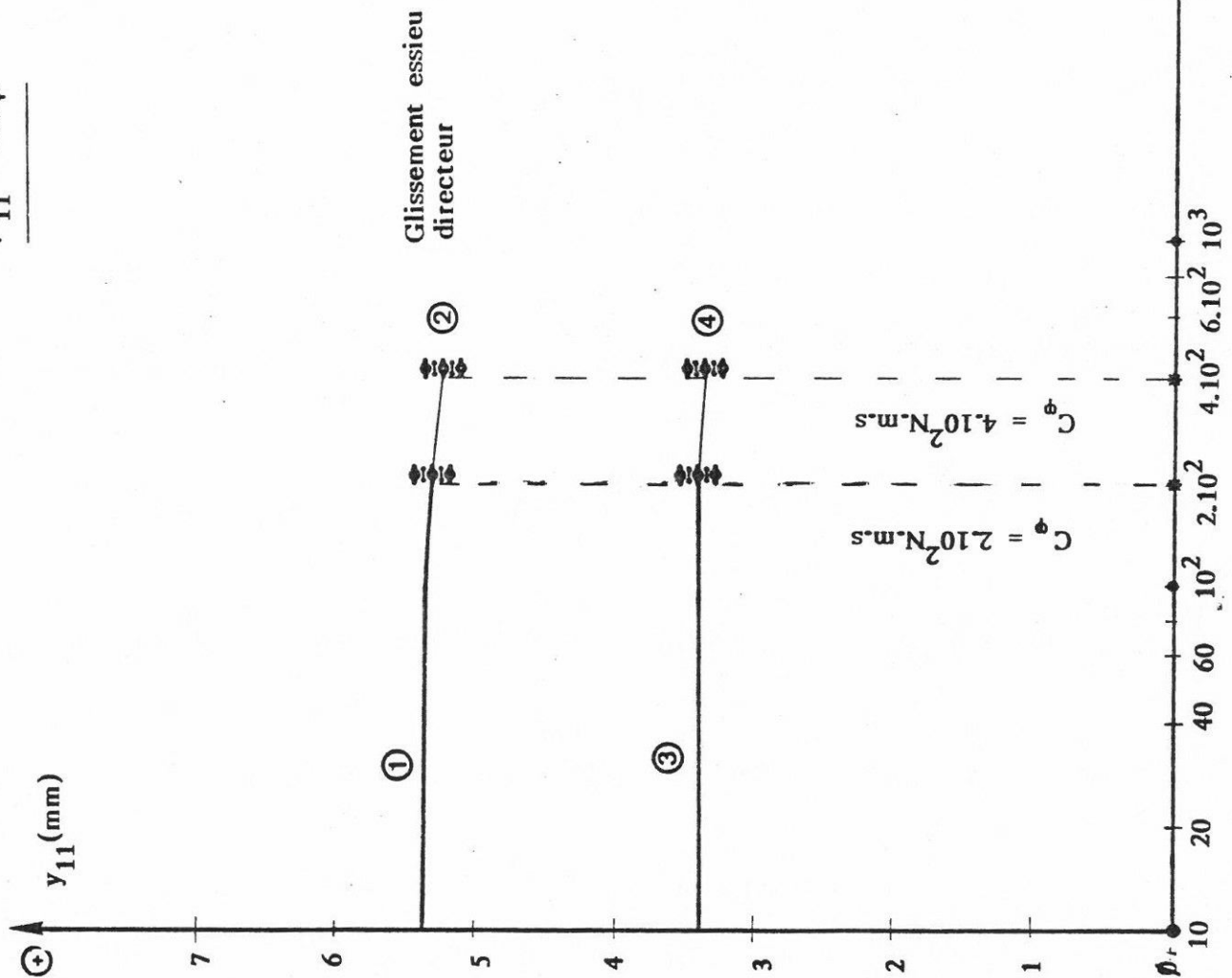
Fig. 81

$$C_\phi = 10^3 \text{ N.m.s}$$

$$C_\phi = 2 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$$

C_ϕ (N.m.s)

$$y_{11} = f(C_\phi)$$



$R_c = 2500$ m	$V = 55,6$ m/s
$IND = 0,02$ g	$2\alpha = 3,0$ m
1 $K_x = K_y = 10^8$ N/m	$\gamma_e = 0,20$
2 $K_x = K_y = 10^7$ N/m	$\gamma_e = 0,20$
3 $K_x = K_y = 10^8$ N/m	$\gamma_e = 0,30$
4 $K_x = K_y = 10^7$ N/m	$\gamma_e = 0,30$

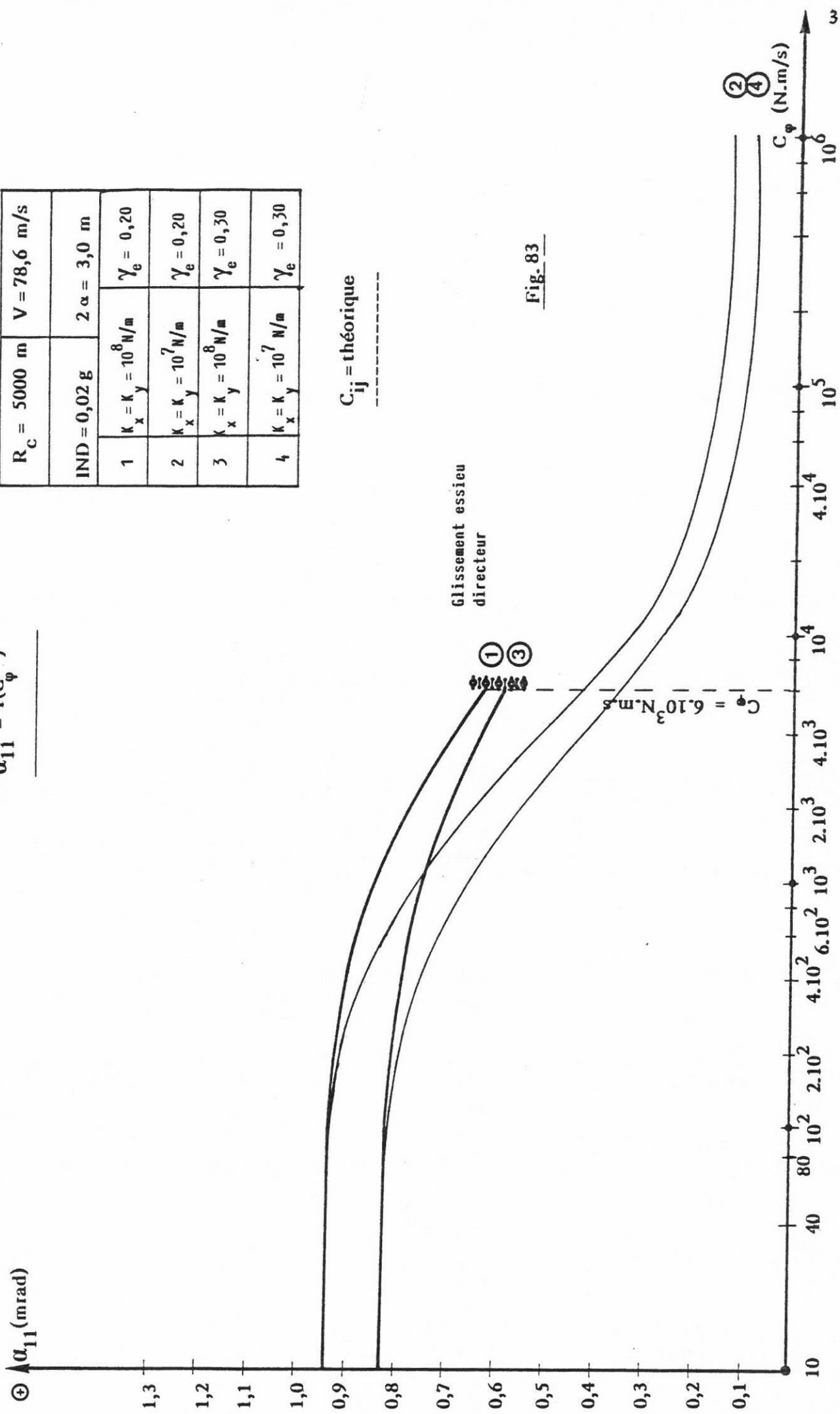
C_{ij} : théorique

Fig. 82

CIRCULATION EN COURBE

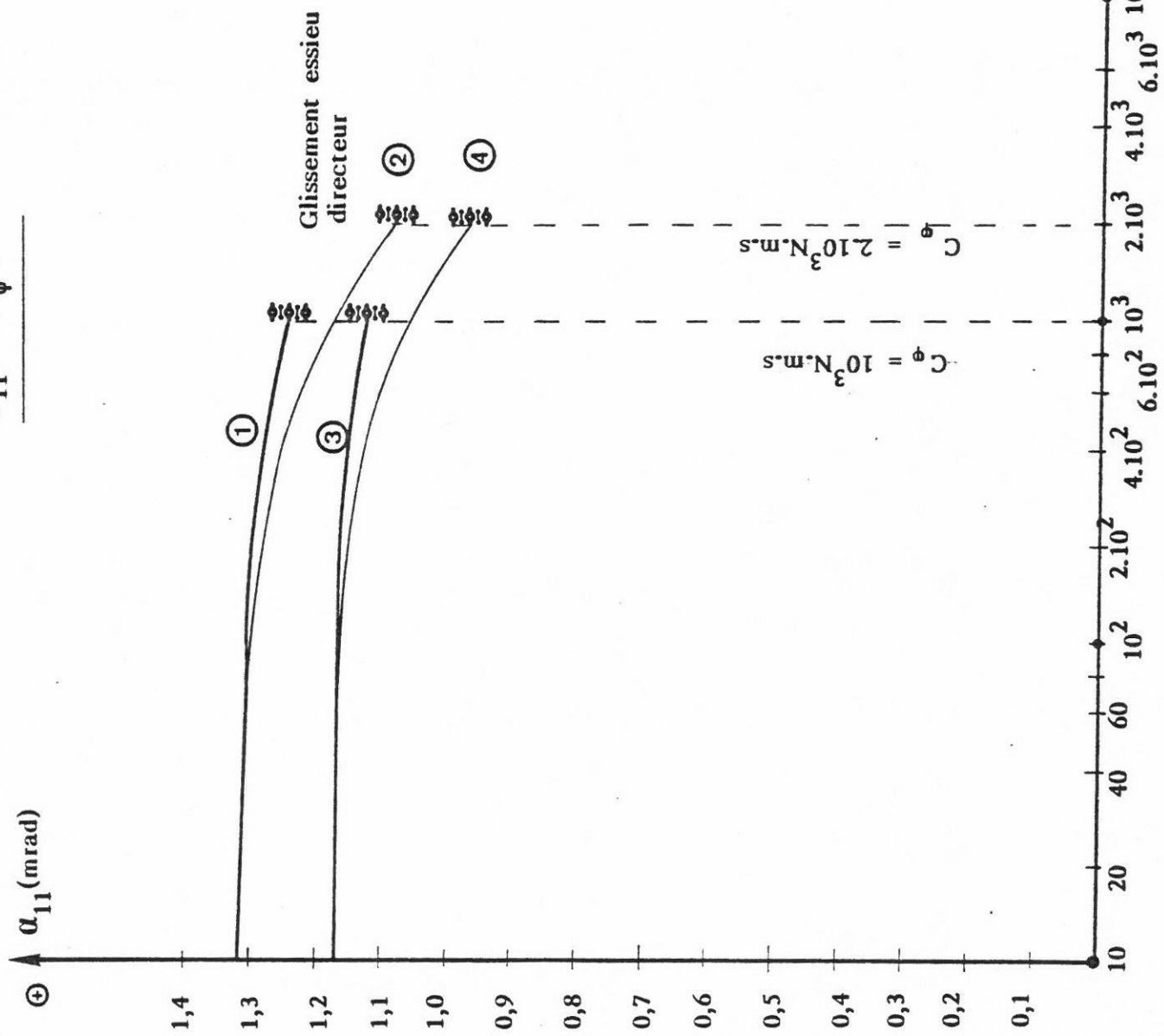
$$\alpha_{11} = f(C_\psi)$$

	$R_c = 5000 \text{ m}$	$V = 78,6 \text{ m/s}$
	$IND = 0,02 \text{ g}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
2	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
3	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$
4	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$



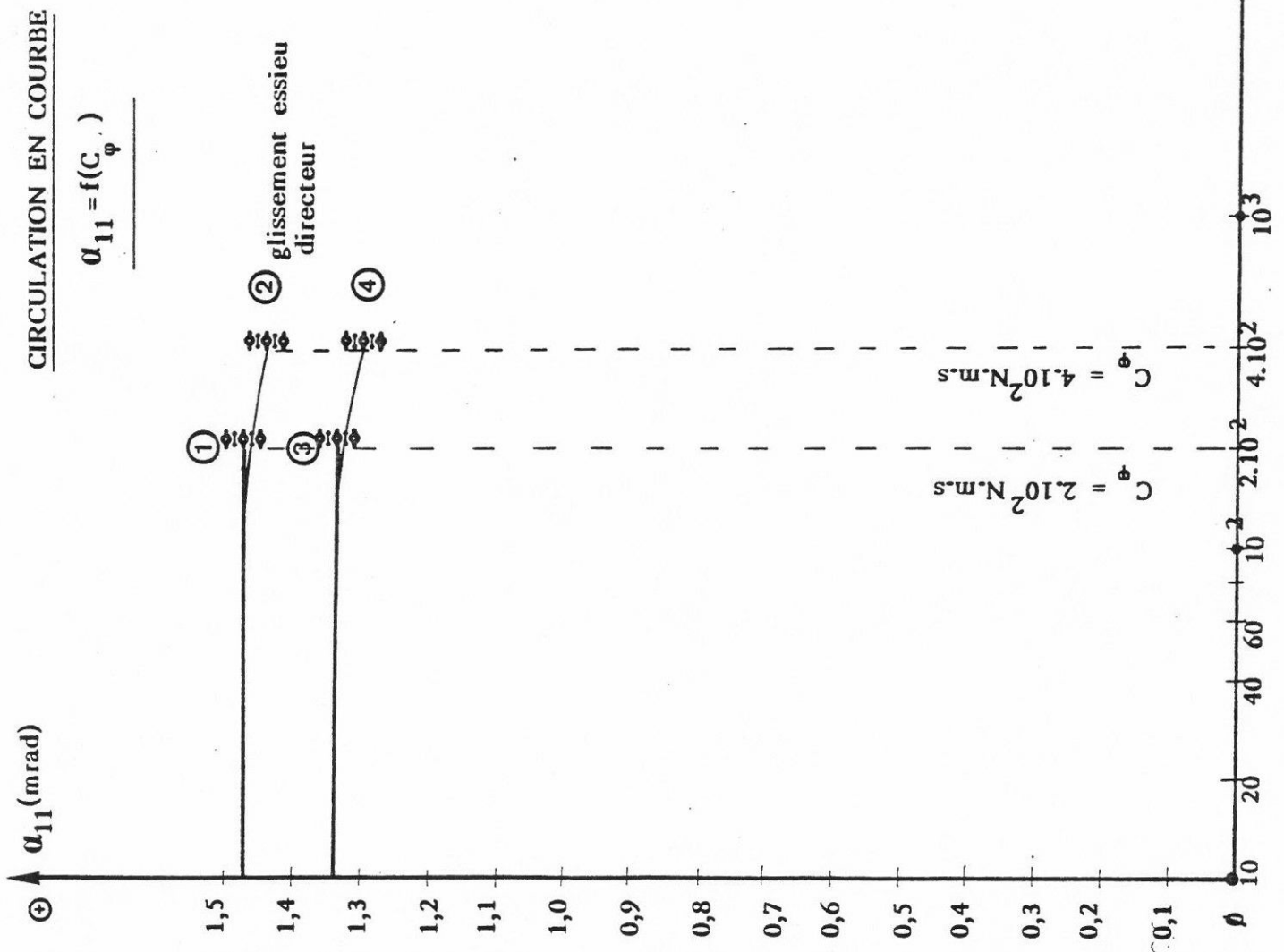
CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11} = f(C_\varphi)$$



C_{ij} : théorique

Fig. : 84



$R_c = 2500 \text{ m}$	$V = 55,6 \text{ m/s}$
$IND = 0,02 \text{ g}$	$2 \alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
2 $K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
3 $K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$
4 $K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$

C_{ij} : théorique

Fig. 85

CIRCULATION EN COURBE

$$y_{12} = f(C_\varphi)$$

$y_{12}(\text{mm})$

C_{ij} : théorique

$R_c = 5000 \text{ m}$		$V = 78,6 \text{ m/s}$
$IND = 0,02 \text{ g}$		$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
2	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
3	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$
4	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$

Fig. 86

① Glissement
essieu directeur

③

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

$C_\varphi (\text{N.m.s})$

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

②

④

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{12} = f(C_\varphi)$$

C_{ij} : théorique

$R_c = 5000 \text{ m}$		$V = 78,6 \text{ m/s}$
$IND = 0,02 \text{ g}$		
1	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
2	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
3	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$
4	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$

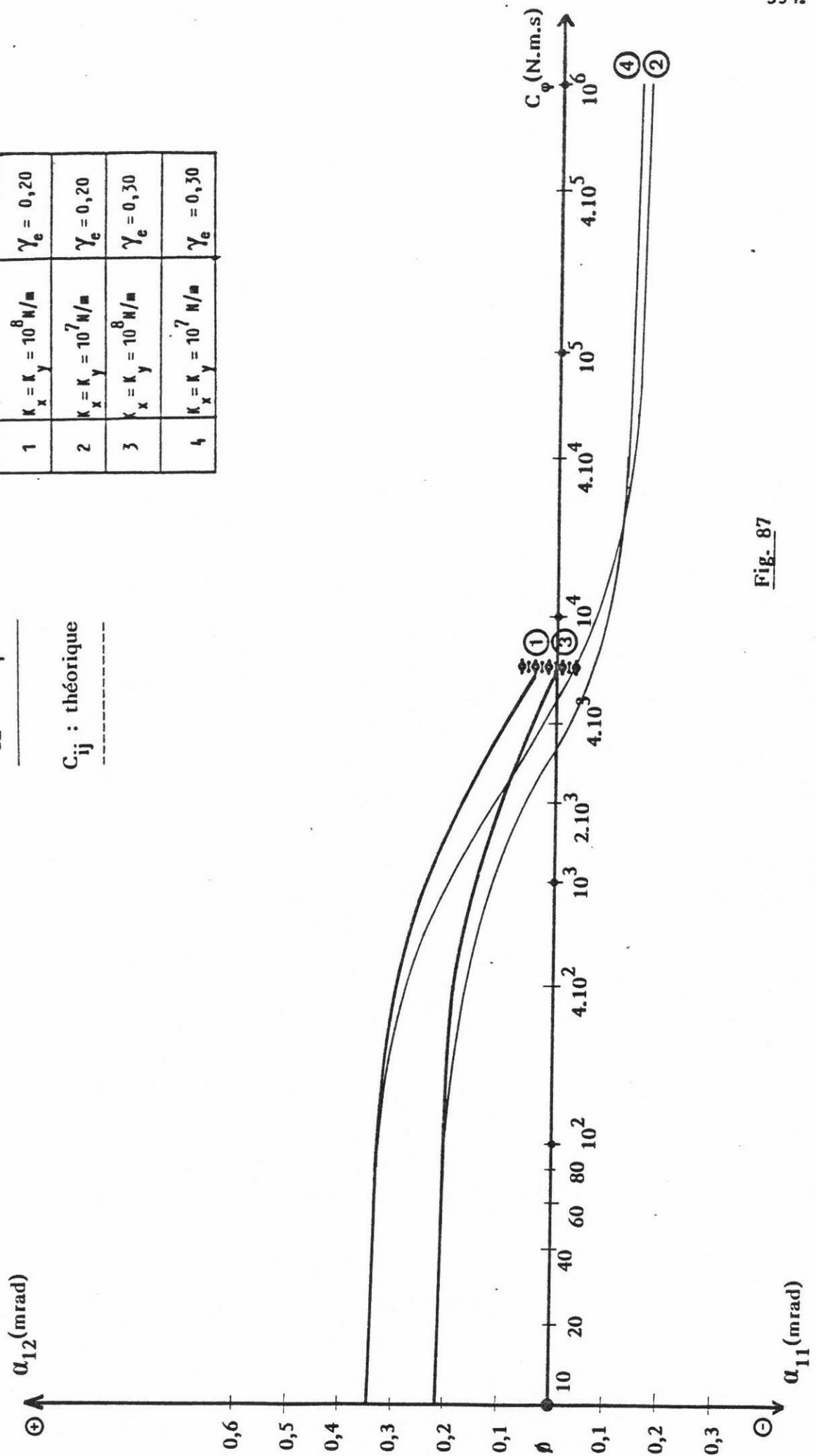
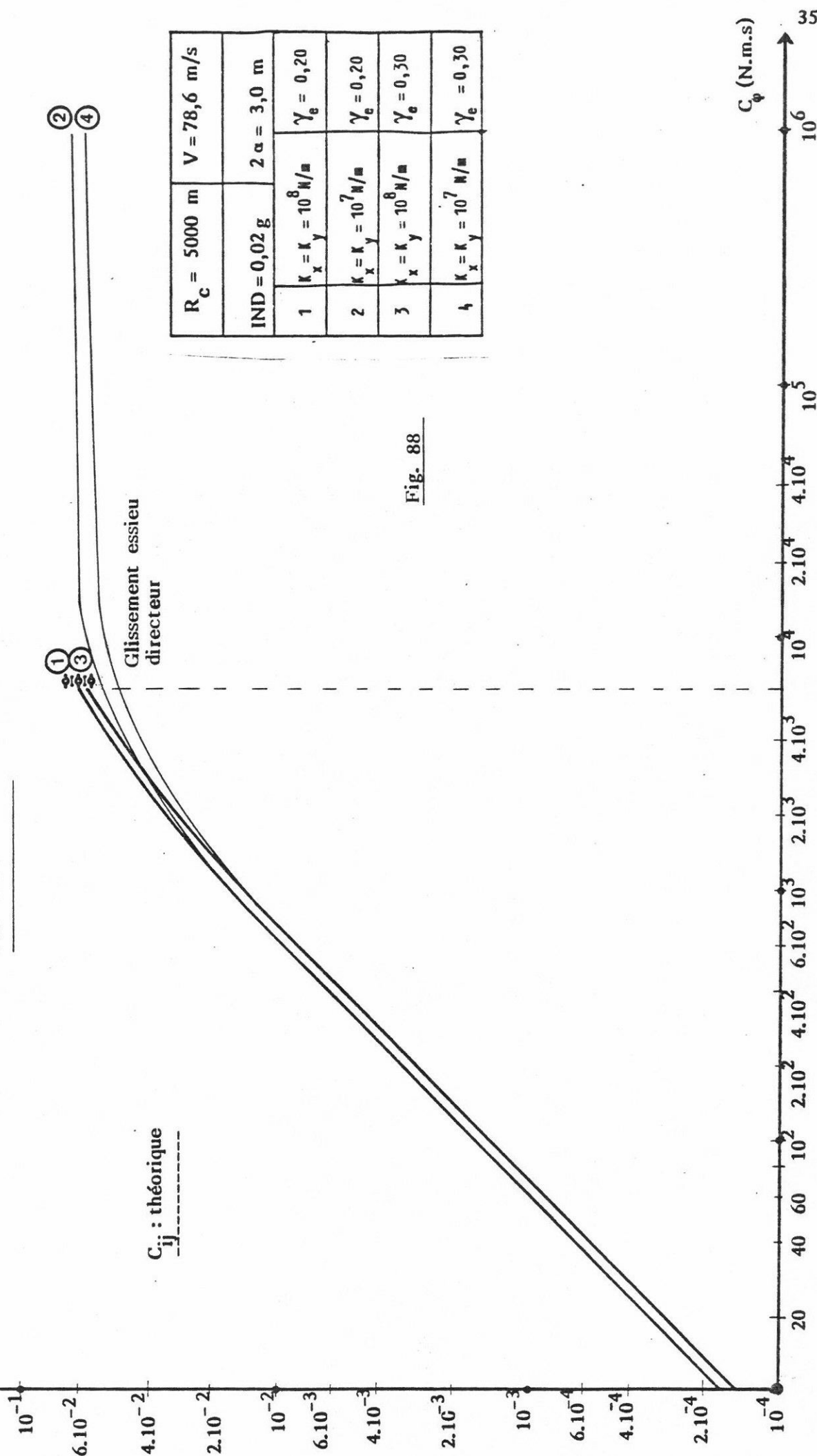


Fig. 87

$$\odot \Delta \varphi_{11}^{*1} = -\varphi_{12}^{*1} (\text{rad. sec}^{-1})$$

CIRCULATION EN COURBE

$$\varphi_{11}^{*1}, \varphi_{12}^{*1} = f(C_\varphi)$$



$C_{ij} : \text{théorique}$

Glissement essieu
directeur

Fig. 88

	$R_c = 5000 \text{ m}$	$V = 78,6 \text{ m/s}$
	IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
2	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
3	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$
4	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$

$C_\varphi (\text{N.m.s})$

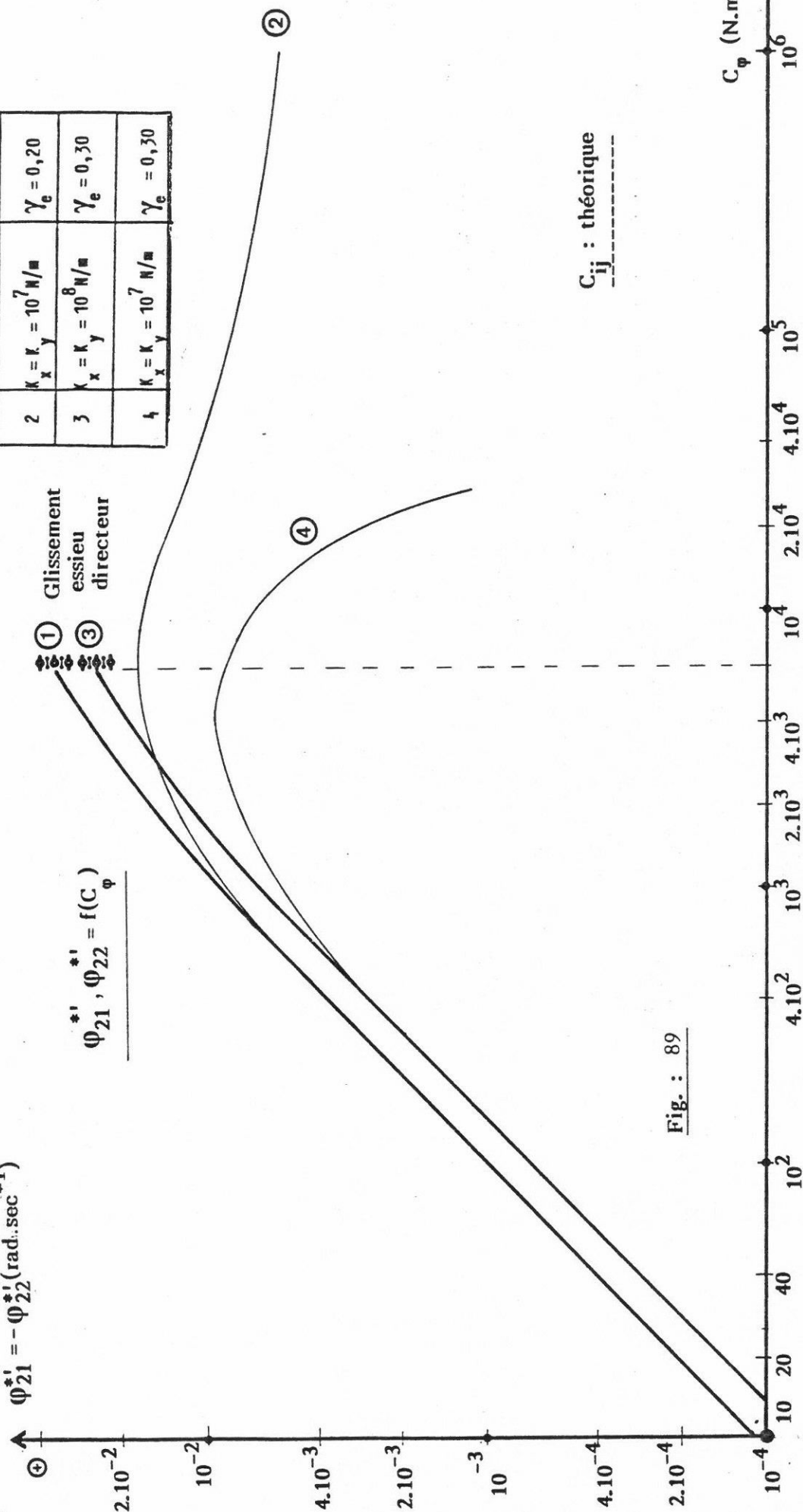
CIRCULATION EN COURBE

$R_c = 5000 \text{ m}$		$V = 78,6 \text{ m/s}$
IND = 0,02 g		$2 \alpha = 3,0 \text{ m}$
1	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
2	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
3	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$
4	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,30$

$$\Phi_{21}^{*'} = -\Phi_{22}^{*'} (\text{rad} \cdot \text{sec}^{-1})$$

$$\Phi_{21}^{*'}, \Phi_{22}^{*'} = f(C_\varphi)$$

① Glissement
essieu
directeur



C_{ij} : théorique

Fig. : 89

On a considéré :

$$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m et } 10^8 \text{ N/m}$$

$$\gamma_e = 0,20 \text{ et } 0,30$$

Les fig. 90 et 91 donnent pour $K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$, $\gamma_e = 0,20$ et pour les rayons de courbure $R_c = 5\,000$ et $3\,000 \text{ m}$, les variations des composantes longitudinales et transversales des forces de pseudoglisement agissant au point de contact I_{ij} (essieu directeur, roue gauche), en fonction de C_φ .

La fig. 92 donne, pour les valeurs indiquées ci-dessus, les variations de l'amplitude des forces de pseudoglisement (F_{R11}) en fonction de C_φ .

Toutes les courbes ont été parcourues à des vitesses engendrant la même insuffisance de dévers. Pour tous les exemples traités on a considéré les valeurs théoriques de C_{ij} .

Pour des valeurs comprises entre 10^2 et $3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$ l'augmentation de C_φ entraîne :

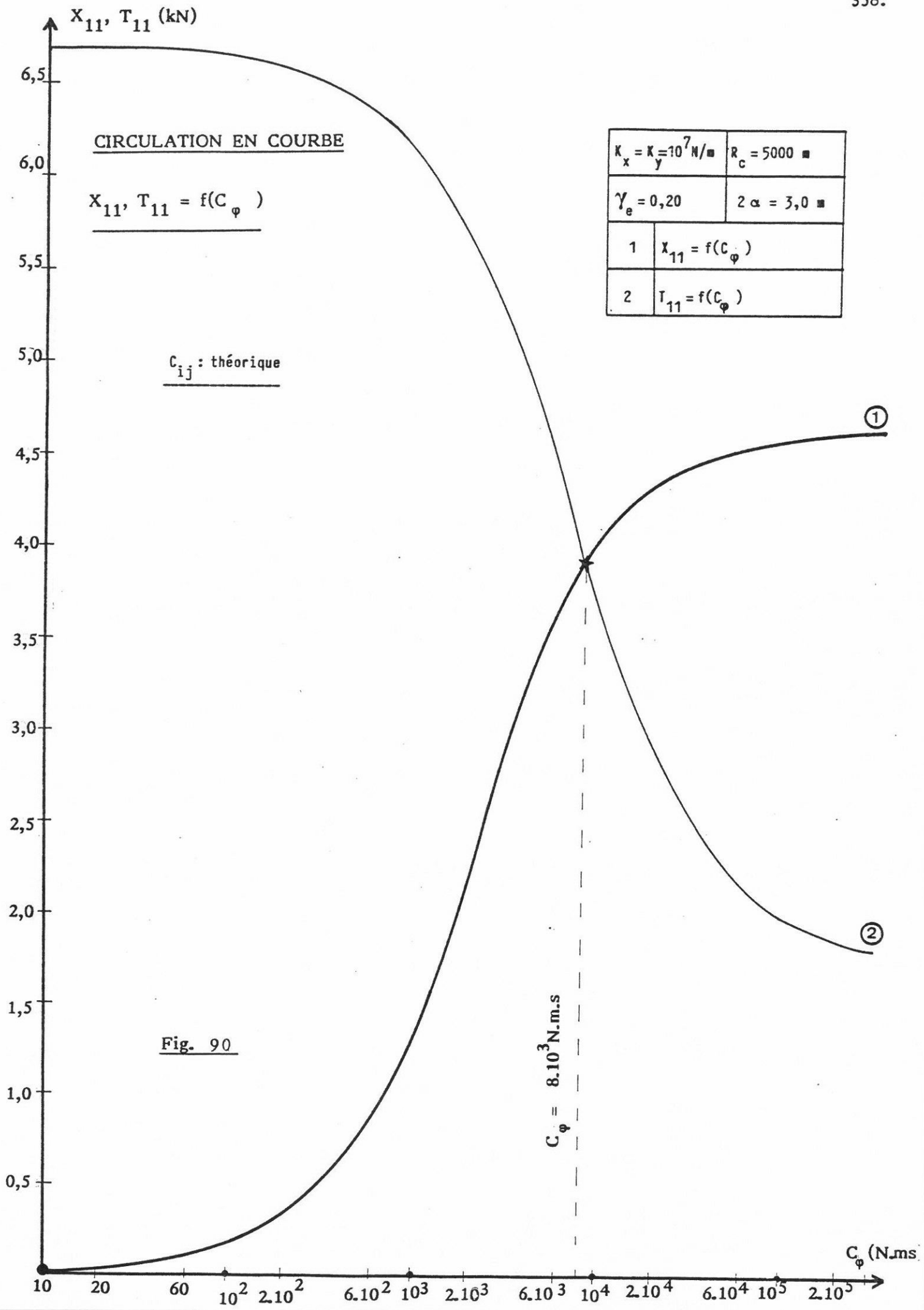
- une diminution des angles de lacet " α_{11} " et " α_{12} " (fig. 83, 84, 85 et 87)

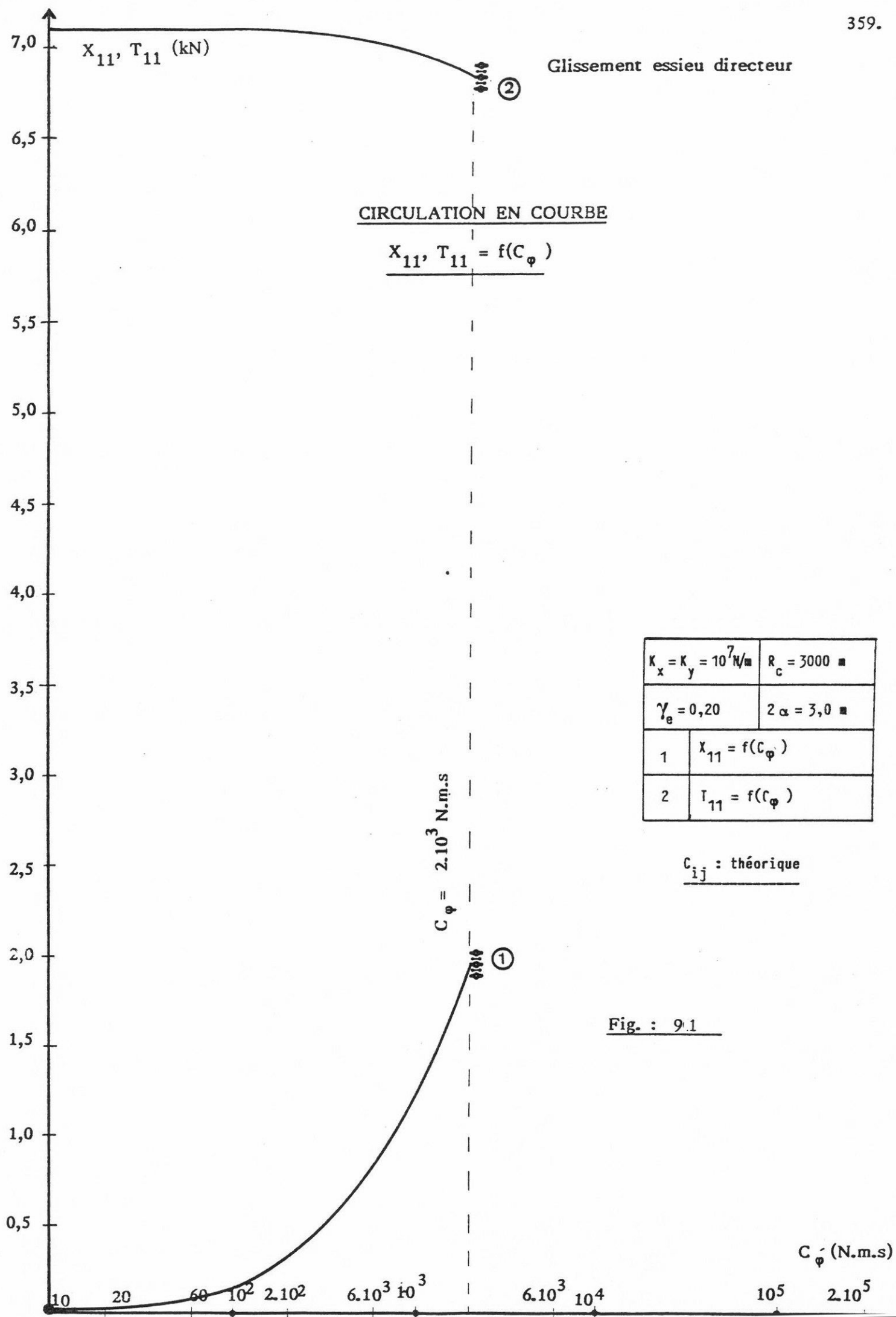
et par conséquent une diminution des composantes latérales des forces de pseudoglisement (fig. 90 et 91).

$$T_{ij} = C_{22} \alpha_{ij}$$

- une augmentation des glissements résiduels ϕ_{1j}^{*} des roues directrices (fig. 88) et par conséquent une augmentation des composantes longitudinales des forces de pseudoglisement (fig. 90 et 91).

$$X_{1j} = + C_{11} \frac{r_o \phi_{1j}^{*}}{V}$$





CIRCULATION EN COURBE

$$F_{R_1} = f(C_\varphi)$$

 C_{ij} : théorique

$K_x = K_y = 10^2 \text{ m}$		$\gamma_e = 0,20$
1	$R_c = 5000 \text{ m}$	
2	$R_c = 3000 \text{ m}$	
3	$R_c = 2500 \text{ m}$	

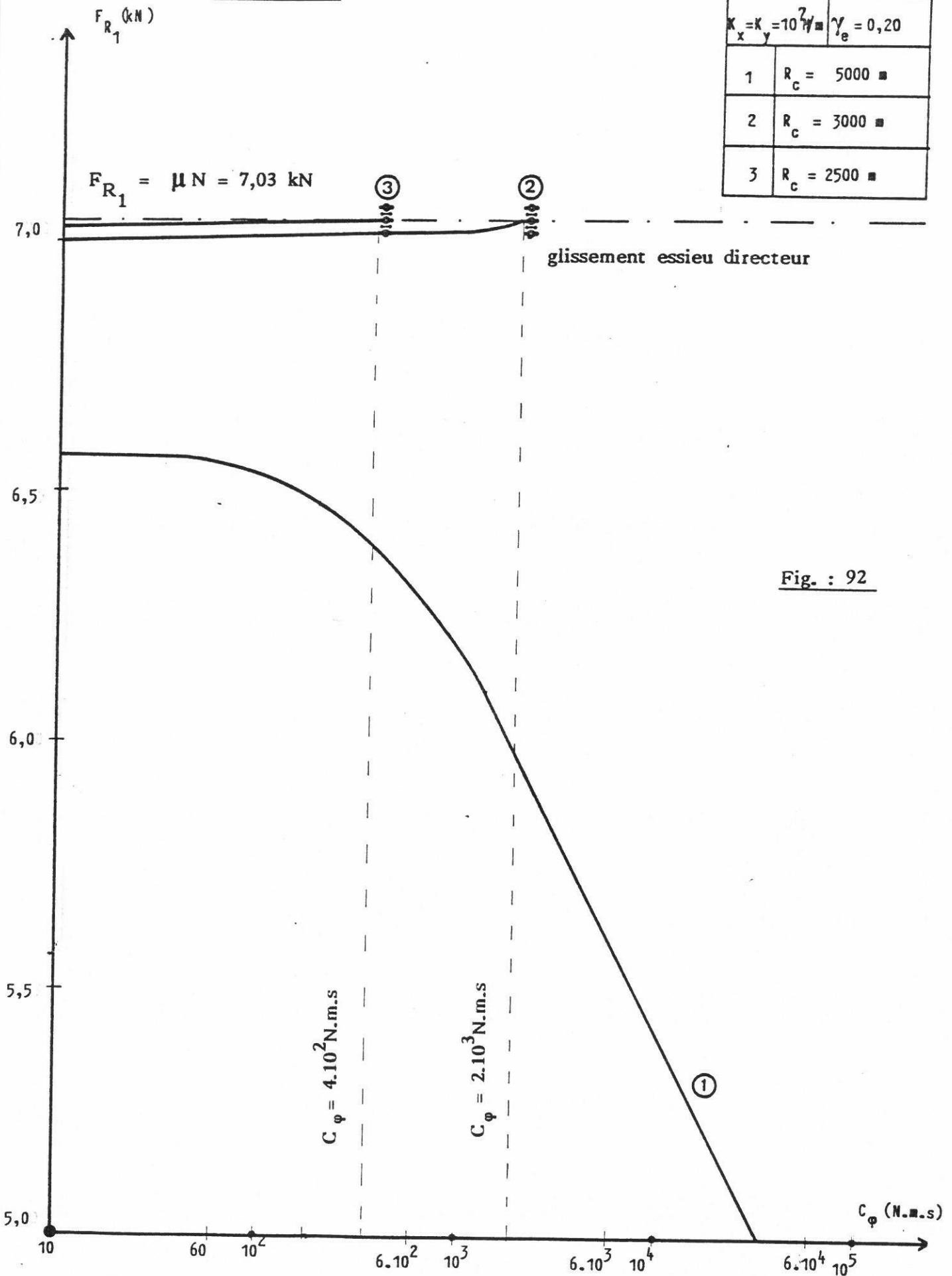


Fig. : 92

- une augmentation de l'amplitude F_{R_1} des forces de pseudoglisement dans les courbes de 3 000 et 2 500 m de rayon et une diminution de cette amplitude dans une courbe de 5 000 m de rayon.

y_{11}, y_{12} sont positifs avec : $y_{11} > y_{12}$

$$\varphi_{11}^{*'} = -\varphi_{12}^{*'} > \varphi_{21}^{*'} = -\varphi_{22}^{*'}$$

A partir d'une valeur de C_φ (variable avec les caractéristiques du bogie et le rayon de la courbe), on enregistre au niveau de l'essieu directeur un glissement au sens de Coulomb ($F_{R_1} > \mu N$)

L'apparition du glissement est due à la composante latérale T_{11} , qui augmente avec l'angle de lacet de l'essieu directeur ($T_{11} > X_{11}$).

La rigidification de la liaison châssis de bogie-essieux et la diminution du rayon de courbure favorisent l'apparition du glissement.

Pour une liaison châssis de bogie-essieux rigide ($K_x = K_y = 10^8$ N/m) le glissement est atteint pour :

$$\left. \begin{array}{l} C_\varphi = 6.10^3 \text{ N.m.s} \\ R_c = 5\,000 \text{ m} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} C_\varphi = 10^3 \text{ N.m.s} \\ R_c = 3\,000 \text{ m} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} C_\varphi = 2.10^2 \text{ N.m.s} \\ R_c = 2\,500 \text{ m} \end{array} \right\}$$

Avec une liaison châssis de bogie-essieux plus souple ($K_x = K_y = 10^7$ N/m)

le glissement est enregistré dans des courbes de rayon inférieur à 3 500 m (fig. 93 à 95).

Une augmentation de la conicité équivalente γ_e de 0,2 à 0,3 entraîne :

- une diminution importante (≈ 2 mm) des déplacements transversaux " y_{11} " et " y_{12} " des essieux.

./.

- une légère diminution ($\approx 0,15$ mrad) des angles de lacet " α_{11} " et " α_{12} " des essieux,

Les glissements résiduels des roues directrices " ϕ_{ij}^{*1} " restent pratiquement inchangés.

L'apparition du glissement n'est pas influencée par l'augmentation de γ_e .

Pour les deux valeurs de γ_e considérées et pour des caractéristiques de construction du véhicule et de la voie identiques, le phénomène du glissement apparaît pratiquement pour la même valeur de C_ϕ .

Pour des valeurs de $C_\phi > \approx 3 \cdot 10^5$ N.m.s. :

le comportement d'un bogie à essieux à pseudoglissement contrôlé est semblable à celui d'un bogie à essieux conventionnels.

Les valeurs de y_{11} , y_{12} , α_{11} et α_{12} restent constantes ; elles sont pratiquement identiques à celles obtenues avec un véhicule conventionnel ayant les mêmes caractéristiques de construction (K_x , K_y , γ_e , R_c , 2λ).

Les forces de pseudoglissement développées aux points de contact sont pratiquement identiques (voir tableau ci-après).

Pour des valeurs de $C_\phi < \approx 10^2$ N.m.s le comportement d'un bogie à essieux à pseudoglissement contrôlé est semblable à celui d'un bogie à roues indépendantes (voir paragraphe 2.6).

Les valeurs des paramètres y_{11} , y_{12} , α_{11} , α_{12} , ϕ_{1j}^{*1} , et ϕ_{2j}^{*1} restent pratiquement constantes.

Pour tous les exemples traités le mouvement des deux essieux se fait sans glissement et sans contact boudin roue-rail.

Les valeurs des glissements résiduels ϕ_{ij}^{*1} sont très faibles ($< 10^{-3}$ rad.sec⁻¹) et par conséquent les composantes longitudinales X_{11} de pseudoglissement sont pratiquement nulles.

./.

	$R_c = 5\,000\text{ m}$	$K_x = K_y = 10^7\text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
	$(\bar{K}_o = \emptyset)$ essieux conventionnels		essieux contrôlés $C_\phi = 3 \cdot 10^5\text{ N.m.s}$
y_{11}	+ 1,19 mm		+ 1,23 mm
y_{12}	+ 0,40 mm		+ 0,41 mm
α_{11}	+ 0,14 mrad		+ 0,146 mrad
α_{12}	- 0,15 mrad		- 0,15 mrad
X_{11}	4,58 kN		4,6 kN
T_{11}	1,73 kN		1,8 kN

Par contre les composantes latérales T_{11} de pseudoglisement deviennent importantes.

Pour un rayon de 5 000 m, $\gamma_e = 0,20$, $K_x = K_y = 10^7\text{ N/m}$ et $C_\phi < 10^2\text{ N.m.s}$ (fig. 91) on a :

$$X_{11} < 150\text{ N}$$

$$T_{11} = 6600\text{ N}$$

La liaison élastique châssis de bogie-essieux n'a pratiquement pas d'influence sur le positionnement des essieux en courbe de grand rayon.

Dans une courbe de 3 000 m de rayon et pour une conicité équivalente $\gamma_e = 0,30$ on a indépendamment des valeurs de K_x et de K_y :

$$y_{11} = + 3,36 \text{ mm} \quad \alpha_{11} = + 1,17 \text{ mrad} \quad \varphi_{11}^{*'} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ rad.sec}^{-1}$$

$$y_{12} = + 1,35 \text{ mm} \quad \alpha_{12} = + 0,17 \text{ mrad} \quad \varphi_{21}^{*'} = 5,8 \cdot 10^{-5} \text{ rad.sec}^{-1}$$

Une augmentation de la conicité équivalente entraîne : une diminution des déplacements transversaux des essieux ; par contre, les angles de lacet et les glissements résiduels des roues restent pratiquement invariables (voir tableau ci-après).

		$\gamma_e = 0,10$	$\gamma_e = 0,20$	$\gamma_e = 0,30$
$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $R_c = 5\,000 \text{ m}$ $C_\varphi = 40 \text{ N.m.s}$	y_{11} (mm)	contact + 10,0	+ 5,00	+ 3,10
	y_{12} (mm)	+ 7,8	+ 3,10	+ 1,57
	α_{11} (mrad)	+ 1,0	+ 0,94	+ 0,82
	α_{12} (mrad)	+ 0,43	+ 0,34	+ 0,22
	$\varphi_{11}^{*'}(\text{rad.sec}^{-1})$	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$
	$\varphi_{12}^{*'}(\text{rad.sec}^{-1})$	$5,9 \cdot 10^{-4}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-4}$

Influence du rayon de courbure (R_c)

Les fig. 93, 94 et 95 donnent les variations de y_{11} , α_{11} et φ_{11}^{*1} en fonction de R_c pour 4 valeurs de C_φ .

On a considéré :

$$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$$

$$C_\varphi = 10^2, 3,5 \cdot 10^3, 3 \cdot 10^5, 10^7 \text{ N.m.s.}$$

$$\gamma_e = 0,20$$

C_{ij} : théorique.

D'une manière générale, une diminution de R_c entraîne :

- une augmentation du déplacement transversal y_{11} .
- une augmentation de l'angle de lacet α_{11} .

Pour des roues pratiquement indépendantes ($C_\varphi = 10^2 \text{ N.m.s}$) on a glissement dans une courbe de 2 450 m de rayon.

Pour des essieux assimilables à des essieux conventionnels ($C_\varphi = 3 \cdot 10^5$ et 10^7 N.m.s) on a glissement dans une courbe de 3 500 m de rayon.

La diminution de C_φ retarde l'apparition du glissement mais pénalise la position du bogie dans la courbe.

Forces agissant au contact rail-roue

Pour les caractéristiques ci-après :

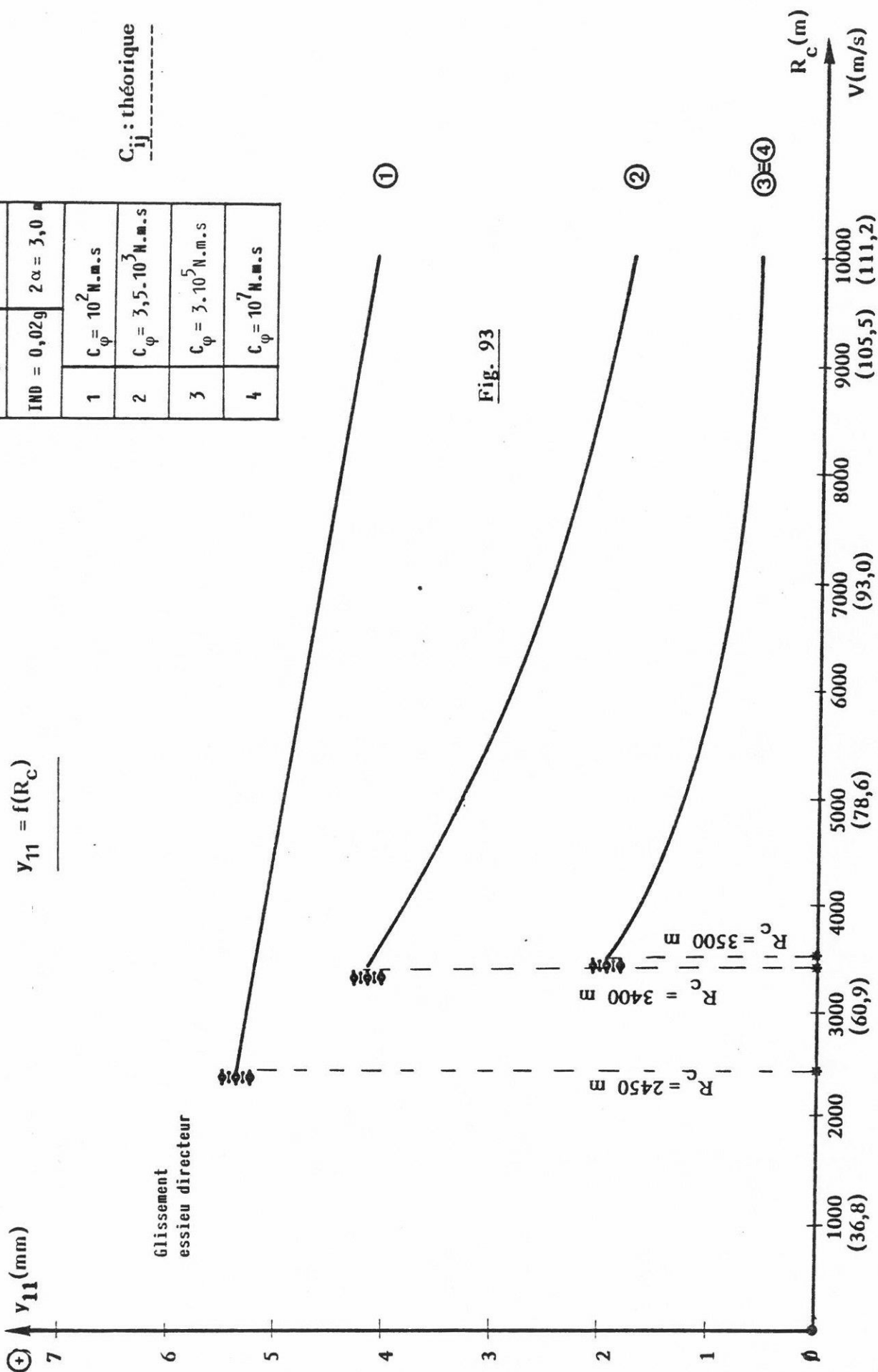
$$\gamma_e = 0,20$$

$$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m.}$$

$$2\alpha = 3,0 \text{ m}$$

$$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s.}$$

CIRCULATION EN COURBE



C_{ij} : théorique

$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
$IND = 0,02g$	$2\alpha = 3,0^\circ$
1	$C_\phi = 10^2 \text{ N.m.s}$
2	$C_\phi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$
3	$C_\phi = 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$
4	$C_\phi = 10^7 \text{ N.m.s}$

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11} = f(R_c)$$

$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
$IND = 0,02g$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1	$C_\varphi = 10^2 \text{ N.m.s}$
2	$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$
3	$C_\varphi = 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$
4	$C_\varphi = 10^7 \text{ N.m.s}$

C_{ij} : théorique

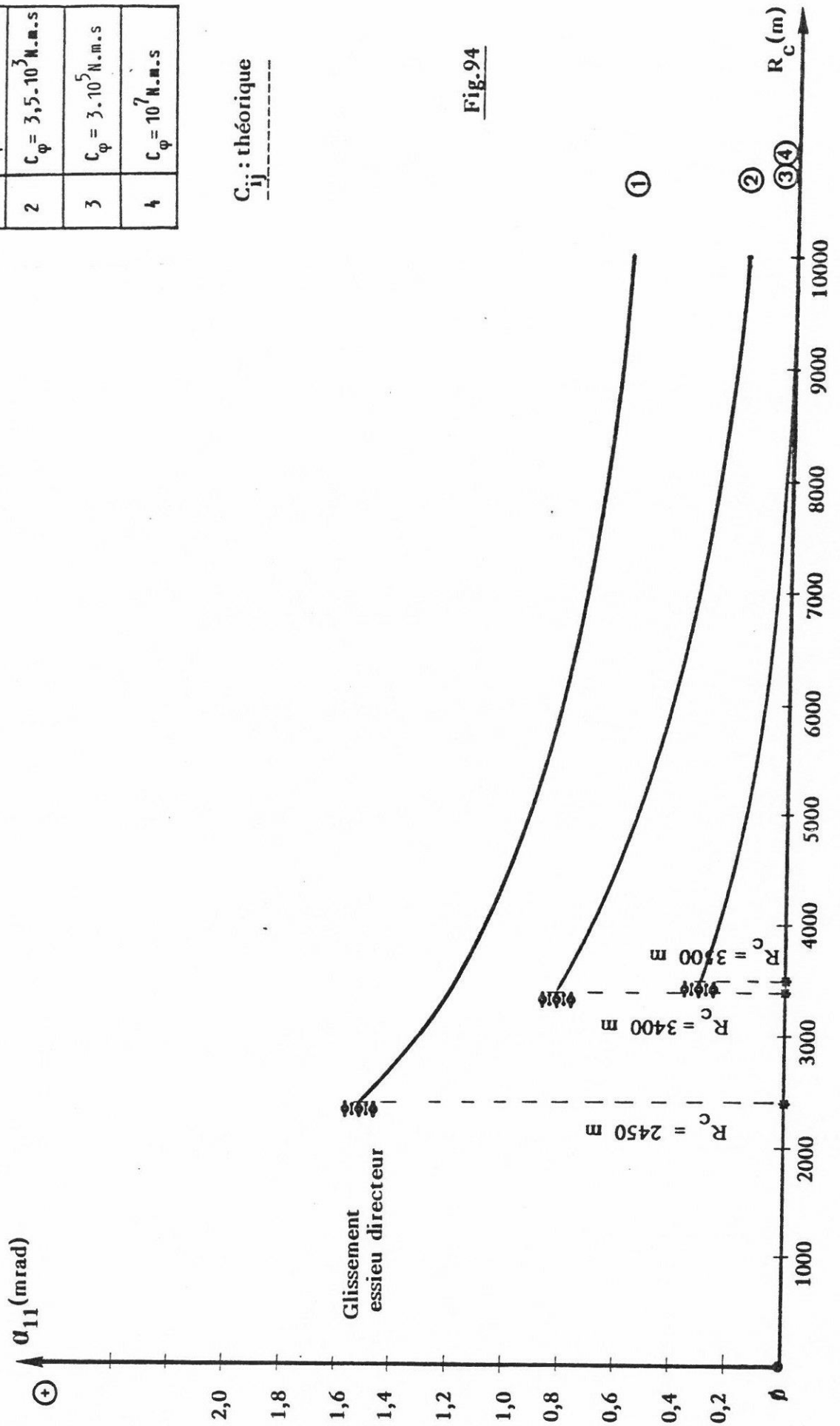


Fig.94

$$\Phi_{11}^{i*} = -\Phi_{12}^{i*} (\text{rad} \cdot \text{sec}^{-1})$$

CIRCULATION EN COURBE

$$\Phi_{11}^{i*}, \Phi_{12}^{i*} = f(R_c)$$

Glissement essieu
directeur

③ ≡ ④
②

①

Fig. 95

C_{ij} : théorique

$R_c = 2450 \text{ B}$
 $R_c = 3400 \text{ m}$
 $R_c = 3500 \text{ m}$

	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1	$C_\varphi = 10^2 \text{ N.m.s}$	
2	$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$	
3	$C_\varphi = 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.s}$	
4	$C_\varphi = 10^7 \text{ N.m.s}$	

$R_c (\text{m})$

1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000

Le tableau de la page 370 donne pour différents rayons de courbure les positions du bogie dans la voie, les valeurs des forces agissant sur le système mécanique et la puissance dissipée au contact rail-roue.

D'une manière générale toutes ces grandeurs augmentent quand R_c diminue.

$$X_{1j} < T_{1j}$$

$$S_{p_1} > S_{p_2}$$

$$P_{cd} > P_{cm}$$

$$P_{cm} = \text{ct.}$$

2.5.1.2 - Courbes de faible rayon ($R_c < 300$ m)

Dans des courbes de rayon inférieur à 300 m et pour des valeurs de K_x , K_y considérées ($\geq 10^7$ N/m) on a toujours contact au niveau de l'essieu directeur; l'essieu mené ayant une position centrée dans la voie (marche en roue libre - effort de guidage au niveau de l'essieu directeur).

Influence de la caractéristique d'amortissement du coupleur magnétique (C_φ)

La fig. 96 donne les variations de l'effort de guidage F_{11} au droit de l'essieu directeur en fonction de C_φ pour :

$$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$$

$$\gamma_e = 0,20$$

$$R_c = 100, 200 \text{ et } 300 \text{ m}$$

les coefficients de pseudoglisement C_{ij} donnés par la théorie linéaire de KALKER.

Les graphes 1, 3 et 5 ont été obtenus en considérant un jeu constant (± 10 mm) dans les courbes de rayons indiqués ci-dessus.

$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\phi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s.}$ $C_{ij} : \text{théorique}$ $\gamma_e = 0,20$															
R_c (m)	V (m/s)	Déplacements transversaux		Angles de lacet		Forces de pseudoglisement (kN)				Forces de rappel de pesantEUR (kN)		P_{cd} (kW)	P_{cm} (kW)	P_{ct} (kW)	
		y_{11} (mm)	y_{12} (mm)	α_{11} (mrad)	α_{12} (mrad)	$X_{11} = -X_{12}$	$X_{21} = -X_{22}$	$T_{11} = T_{12}$	$T_{21} = T_{22}$	S_{P1}	S_{P2}				
2000	49,7	glisse- ment	2,00	glisse- ment	0,10	glisse- ment	0,8	glisse- ment	1,3	glisse- ment	- 6,5	glisse- ment	0,02	glisse- ment	
4000	70,3	3,82	1,98	0,68	0,06	3,1	1,5	5,8	0,8	- 12,3	- 6,4	0,65	0,02	0,67	
6000	86,1	2,85	1,55	0,40	0,01	2,8	1,4	4,2	0,1	- 9,2	- 5,0	0,38	0,02	0,40	
8000	99,4	2,19	1,22	0,26	- 0,02	2,4	1,2	3,0	- 0,2	- 7,1	- 3,9	0,24	0,02	0,26	
10000	111,2	1,75	1,00	0,18	- 0,04	2,1	1,1	2,2	- 0,5	- 5,7	- 3,2	0,16	0,02	0,18	

$F_{11} \text{ (kN)}$

CIRCULATION EN COURBE

$$F_{11} = f(C_\phi)$$

$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$\gamma_e = 0,20$
$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$

①

C_{ij} : théorique

1	$R_c = 100 \text{ m}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$
2	$R_c = 100 \text{ m}$	Jeu = $\pm 22,5 \text{ mm}$
3	$R_c = 200 \text{ m}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$
4	$R_c = 200 \text{ m}$	Jeu = $\pm 12,5 \text{ mm}$
5	$R_c = 300 \text{ m}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$

marche en roue libre

③

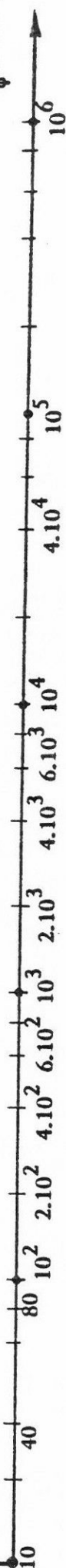
②

④

⑤

Fig. 96

$C_\phi \text{ (N.m.s)}$



Une augmentation de la caractéristique d'amortissement C_ϕ entraîne une élévation des efforts de guidage F_{11} .

Pour des valeurs de $C_\phi \leq 10^2$ N.m.s les valeurs de F_{11} restent constantes (roues pratiquement indépendantes).

Pour des valeurs de $C_\phi > \approx 3 \cdot 10^5$ N.m.s on retrouve les valeurs des efforts obtenus avec la technologie des essieux conventionnels.

L'augmentation du rayon de courbure entraîne une diminution de l'effort de guidage F_{11} (fig. 96, graphes 1, 3 et 5).

Le tableau ci-après récapitule les efforts de guidage obtenus avec $C_\phi = 3,5 \cdot 10^3$ N.m.s.

Rc (m)	Jeu (mm)	F_{11} (kN)
100	$\pm 22,5$	19,5
200	$\pm 12,5$	23,7
300	± 10	17,0

Influence des caractéristiques de guidage des essieux K_x, K_y

La fig. 97 donne les variations de l'effort de guidage au droit de l'essieu directeur F_{11} en fonction de K_x et de K_y , avec $10^6 < (K_x = K_y) < 10^8$ N/m, pour :

$$R_c = 100, 200 \text{ et } 300 \text{ m,}$$

$$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s.}$$

$$\gamma_e = 0,20$$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

La rigidification de la liaison élastique châssis de bogie essieux n'a pratiquement pas d'influence sur les efforts de guidage exercés au niveau de l'essieu directeur.

Influence de la conicité équivalente (γ_e)

La fig. 98 donne les variations de l'effort de guidage au droit de l'essieu directeur (F_{11}) en fonction de γ_e pour :

$$C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$$

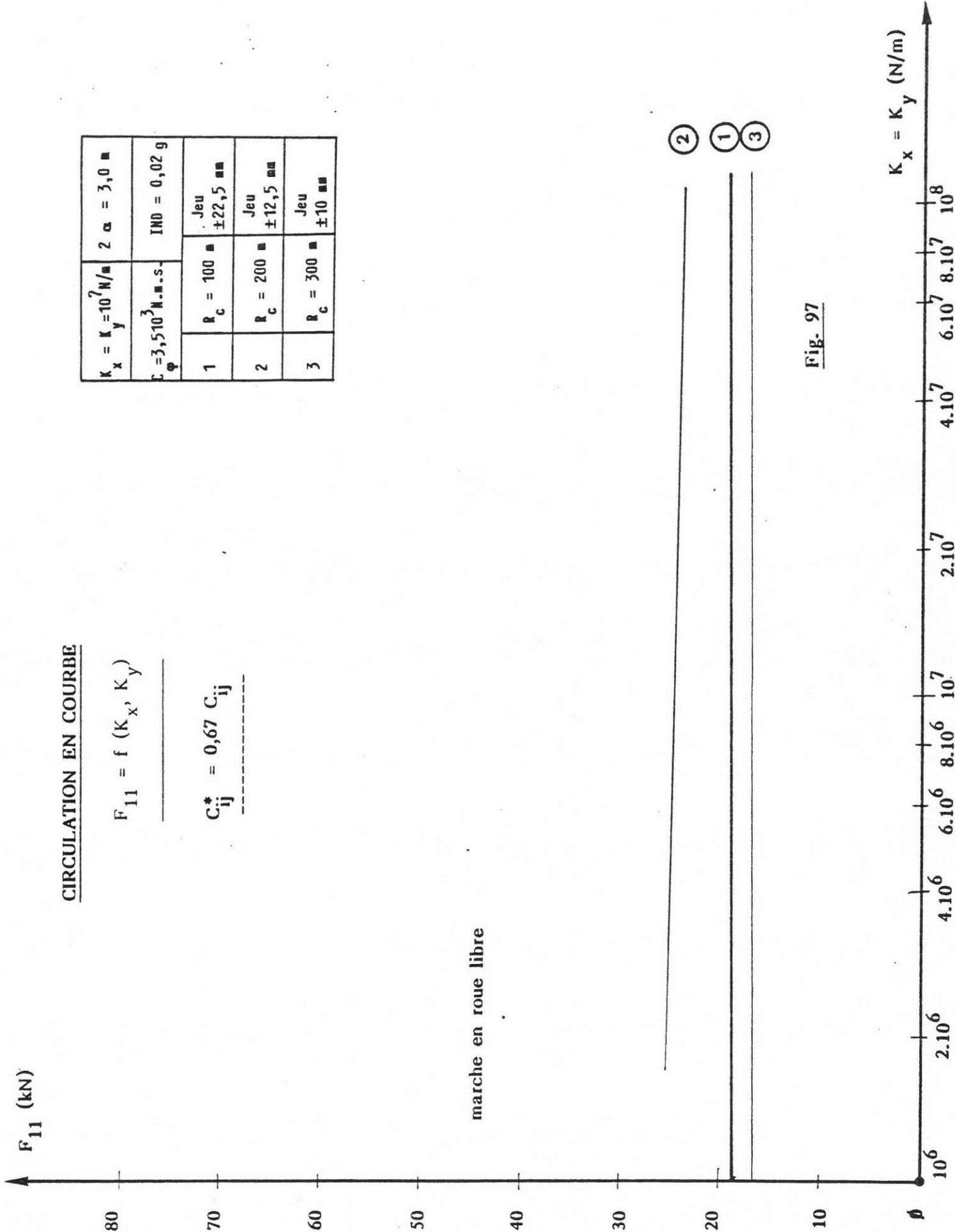
$$R_c = 100, 200 \text{ et } 300 \text{ m}$$

$$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

F_{11} diminue très rapidement avec l'augmentation de γ_e . Dans les courbes de faible rayon ($R_c < 200$ m) un profil creux entraîne une amélioration du comportement du bogie (efforts de guidage au niveau de l'essieu directeur plus faibles).

Pour des valeurs de $\gamma_e > 0,30$ le contact boudin roue - rail est évité.



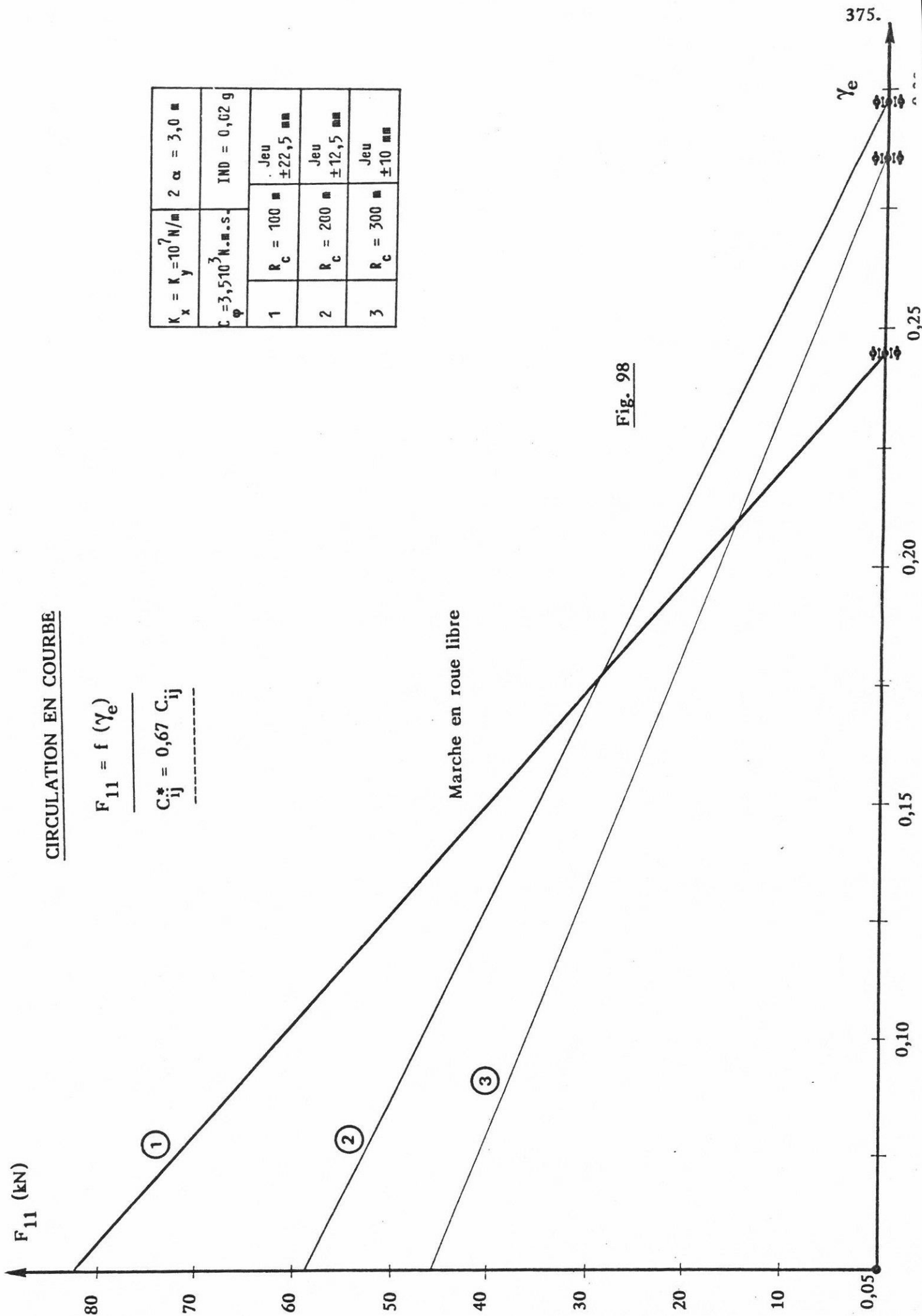


Fig. 98

Le tableau de la page 377 donne pour un bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé ayant les caractéristiques de construction ci-dessous :

$$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$$

$$\gamma_e = 0,20$$

$$2.a = 3,0 \text{ m}$$

$$C_\varphi = 3,5.10^3 \text{ N.m.s.}$$

$$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$$

les déplacements transversaux, les angles de lacet des essieux et les efforts de guidage développés dans une courbe de faible rayon ($R_c = 100, 200$ et 300 m).

La fig. 99 donne pour le bogie considéré les conditions d'équilibre dans une courbe de 300 m de rayon.

2.6 - BOGIE A ROUES INDEPENDANTES ($C_\varphi = 0$)

2.6.1 - ANALYSE DES RESULTATS

2.6.1.1 - Courbes de grand rayon ($R_c > 1\,000 \text{ m}$)

Influence du rayon de courbure (R_c) et de la conicité équivalente

Déplacements transversaux : y_{11}, y_{12}

Les variations de y_{11} et y_{12} en fonction de R_c sont données par les fig. 100 et 101

On a considéré $K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$ et trois valeurs de γ_e (0,13, 0,20, 0,30).

Les courbes ont été franchies à des vitesses engendrant la même insuffisance de dévers.

L'augmentation du rayon de courbure a peu d'influence sur les déplacements transversaux des essieux dans la voie.

y_{11} et y_{12} sont positifs avec $y_{11} > y_{12}$.

$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\gamma_e = 0,20$ C_{ij} : théorique $C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s.}$									
R_c (m)	Jeu (mm)	y_{11} (mm)	y_{12} (mm)	α_{11} (mrad)	α_{12} (mrad)	F_{11} (kN)	F_{12} (kN)		
100	$\pm 22,5$	+ 22,5 contact	- 14,8	+ 27,8	- 1,7	19,5	\emptyset		
200	$\pm 12,5$	+ 12,5 contact	- 6,4	+ 13,9	- 0,7	23,7	\emptyset		
300	± 10	+ 10 contact	- 3,0	+ 9,4	- 0,3	17,0	\emptyset		

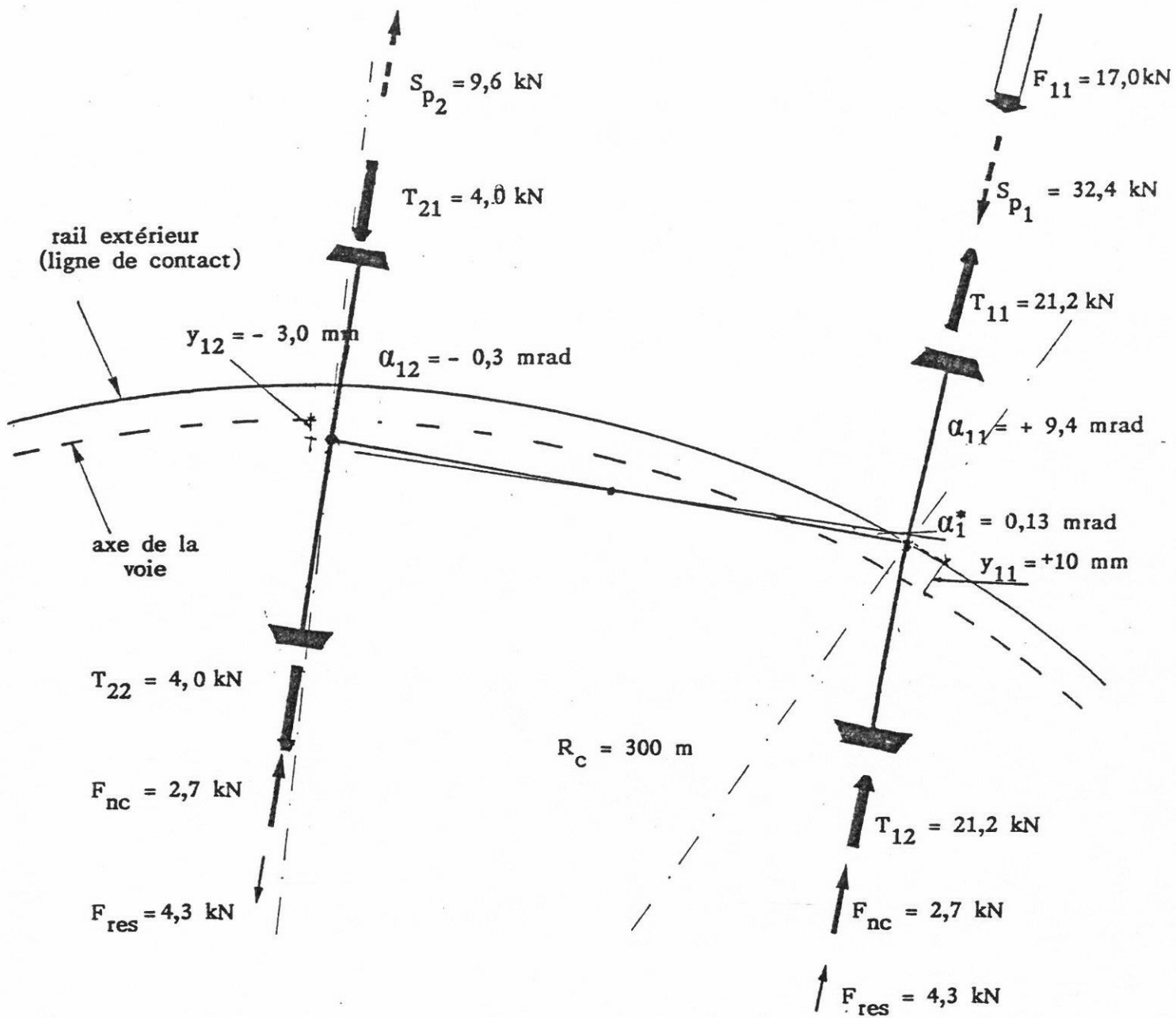


fig. 99

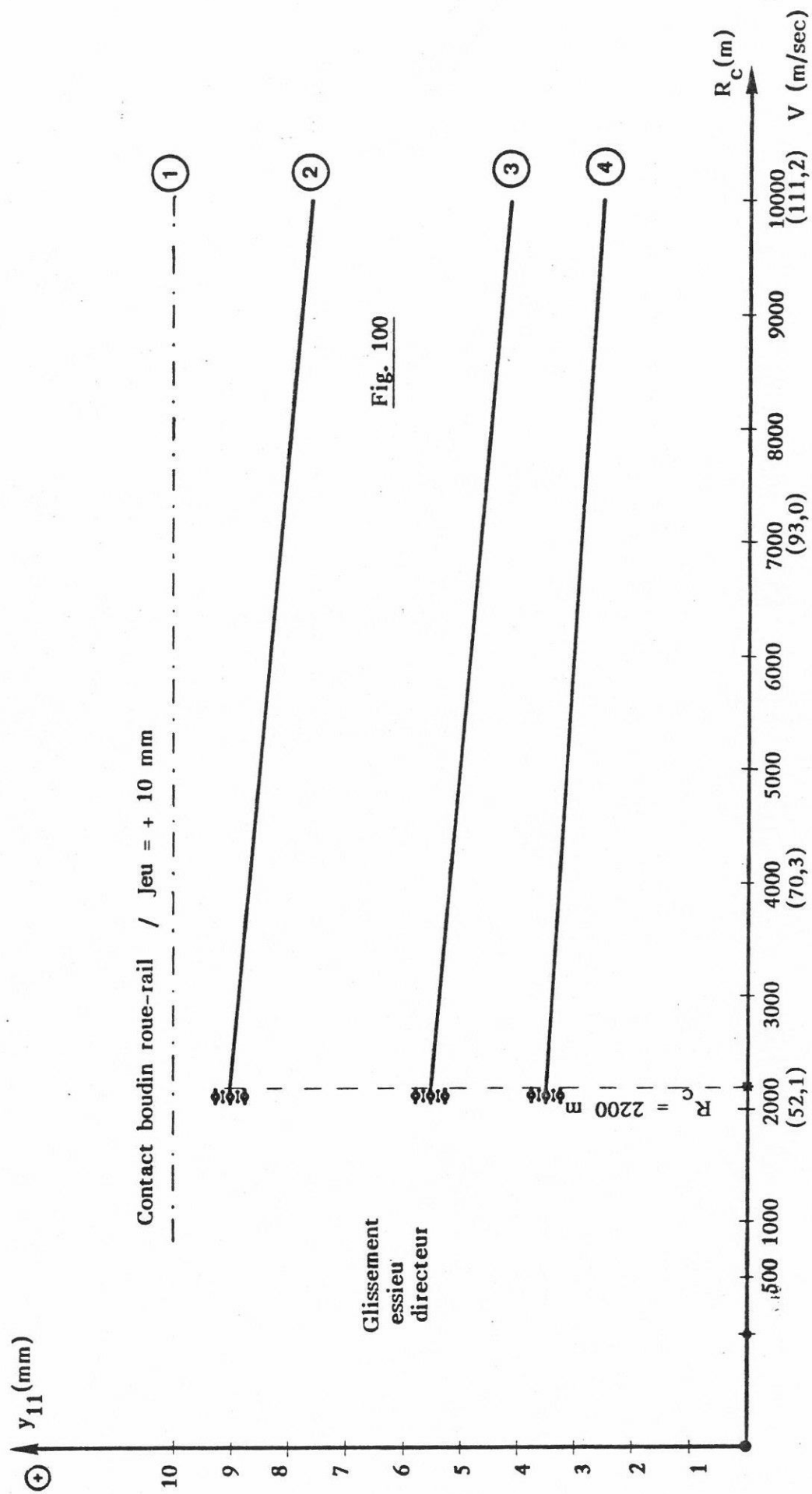
$e_o = 0,75 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$	$V = 19,2 \text{ m/s}$	$\bar{A} = 9,06 \text{ m}$	$\alpha = 1,5 \text{ m}$	$r_o = 0,45 \text{ m}$	$IND = 0,02 \text{ g}$	$Jeu = \pm 10 \text{ mm}$	$\mu = 0,30$
$R_c = 300 \text{ m}$	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$	$C_\phi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$	$d = 1 \text{ m}$	$R' = 0,30 \text{ m}$	$C_{ij} = \text{théor.}$	$N = 70,3 \text{ kN}$		

CIRCULATION EN COURBE

$$y_{11} = f(R_c)$$

$C_\phi = \phi$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
1 $\gamma_e = 0,10$	3 $\gamma_e = 0,20$
2 $\gamma_e = 0,13$	4 $\gamma_e = 0,30$

C_{ij} : théorique



CIRCULATION EN COURBE

$$y_{12} = f(R_c)$$

$C_{\phi} = \emptyset$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
IND = 0,02 g	$2\alpha = 3,0 \text{ }^\circ$
1 $\gamma_e = 0,10$	3 $\gamma_e = 0,20$
2 $\gamma_e = 0,13$	4 $\gamma_e = 0,30$

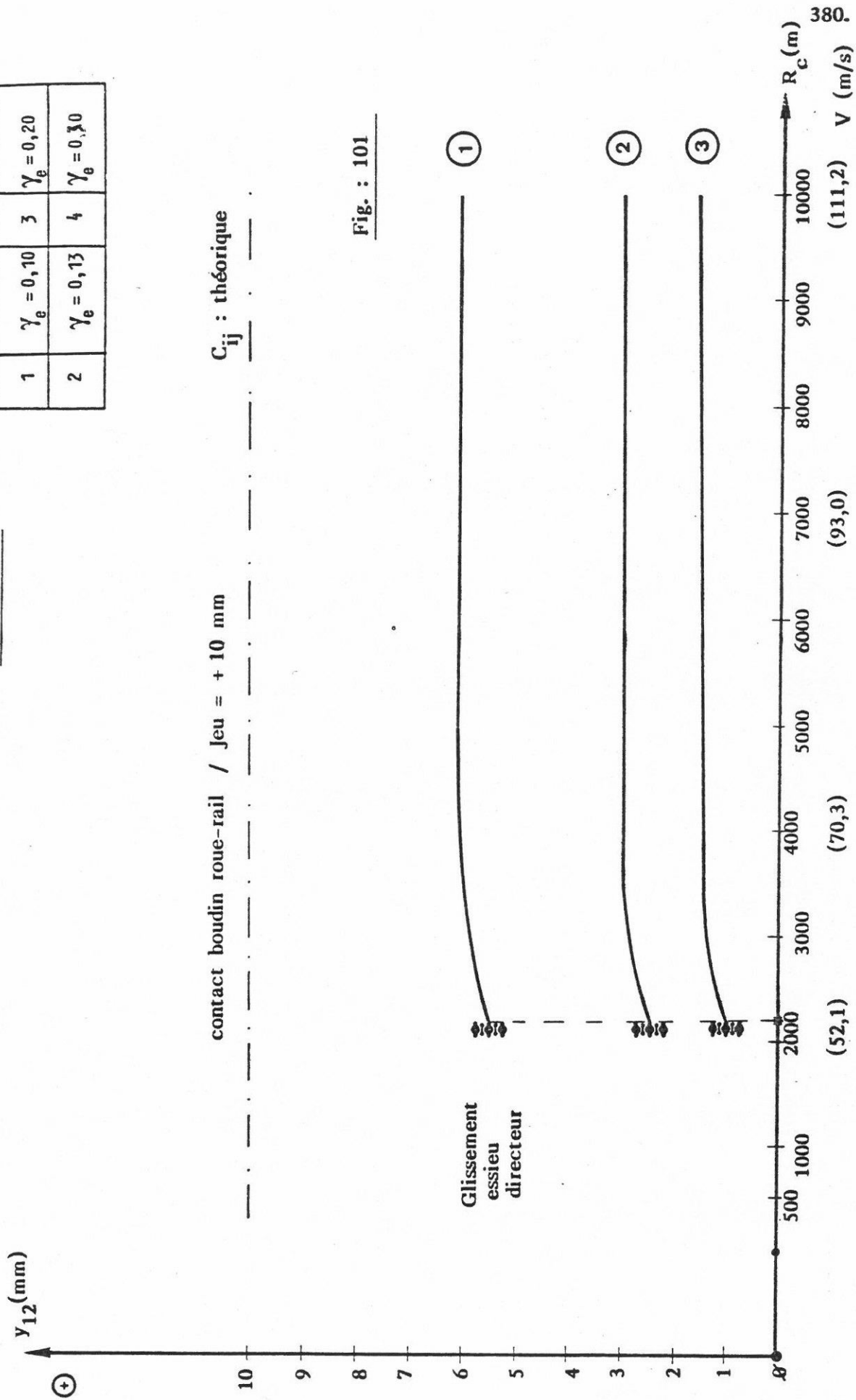


Fig. : 101

Pour un véhicule ayant les caractéristiques de construction indiquées, on a glissement au niveau de l'essieu directeur dans une courbe de rayon $R_C = 2\,200$ m.

L'augmentation de la conicité équivalente entraîne une réduction importante des déplacements transversaux des essieux en courbe.

Dans une courbe de rayon $R_C = 3\,000$ m on a :

$$\gamma_e=0,13 \left\{ \begin{array}{l} y_{11} = + 8,87 \text{ mm} \\ y_{12} = + 5,90 \text{ mm} \end{array} \right\} \gamma_e=0,20 \left\{ \begin{array}{l} y_{11} = + 5,31 \text{ mm} \\ y_{12} = + 2,88 \text{ mm} \end{array} \right\} \gamma_e=0,30 \left\{ \begin{array}{l} y_{11} = + 3,37 \text{ mm} \\ y_{12} = + 1,35 \text{ mm} \end{array} \right\}$$

Pour $\gamma_e = 0,12$ on a contact au niveau de l'essieu directeur. (fig. 102)

Dans tous les exemples traités les forces de pseudoglissement longitudinal sont nulles.

Angles de lacets des essieux: α_{11} , α_{12} .

Les variations de α_{11} et α_{12} en fonction de R_C sont données par la fig. 103.

La diminution du rayon de courbure entraîne une augmentation de l'angle de lacet au niveau de l'essieu directeur.

Pour $R_C = 3\,000$ m $\gamma_e = 0,13$ on a $\alpha_{11} = + 1,56$ mrad.

Pour un rayon de courbure $R_C = 2\,200$ m on a glissement ; la composante latérale des forces de pseudoglissement ($C_{22} \alpha_{11}$) devient supérieure à la force de glissement au sens de Coulomb (μN). (Forces de pseudoglissement longitudinal nulles).

La variation de R_C n'a pratiquement pas d'influence sur les angles de lacet de l'essieu mené.

L'angle de lacet α_{11} est peu sensible à la variation de γ_e (fig. 104).

C_{ij} : théorique

$C_\phi = \phi$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
$R_c = 3000 \text{ m}$	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$	$V = 60,9 \text{ m/s}$

CIRCULATION en courbe

$$y_{11} = f(\gamma_e)$$

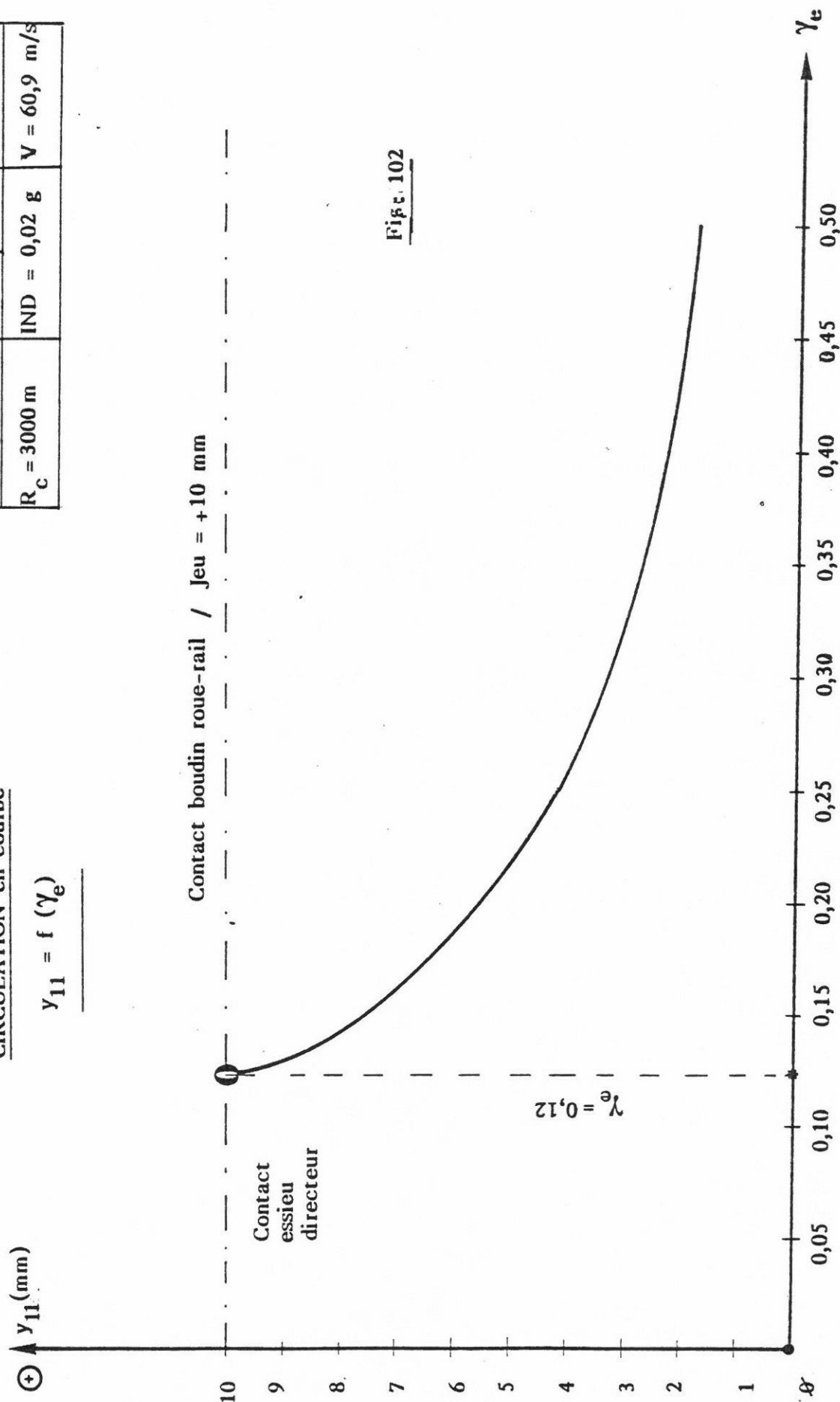


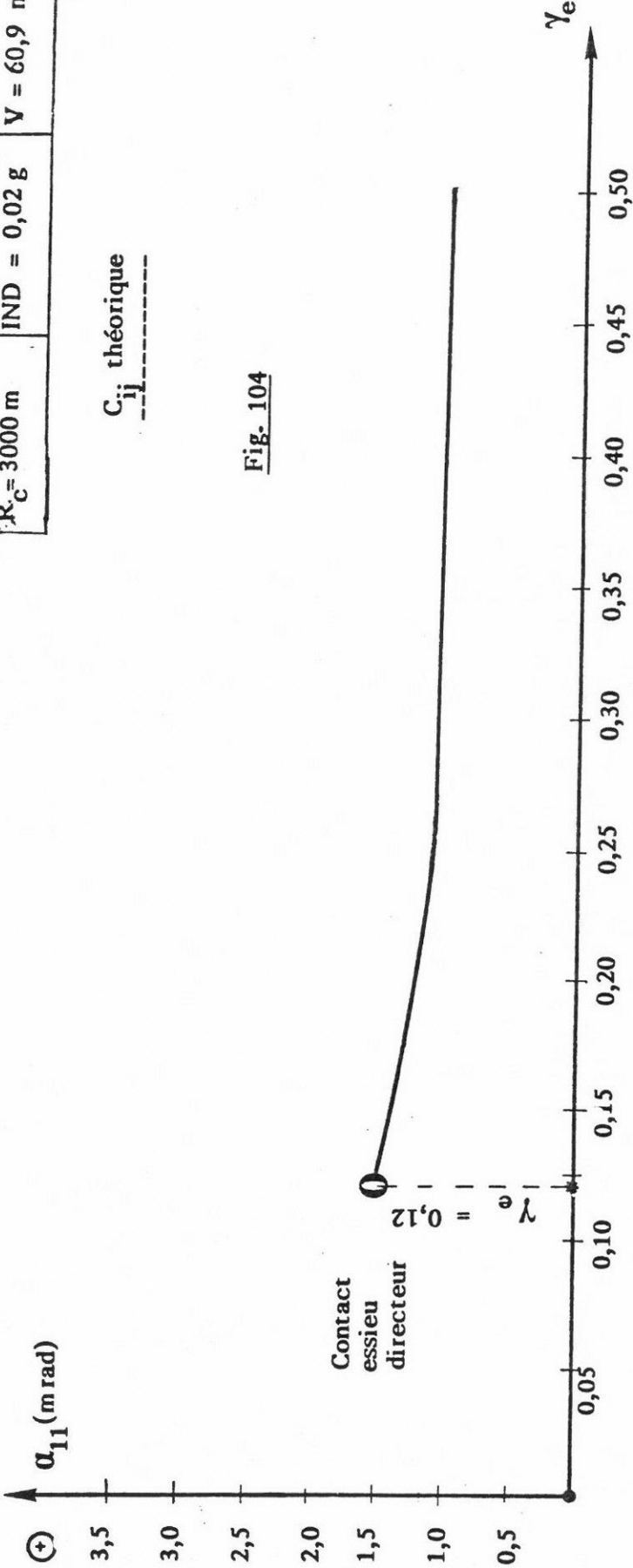
Fig. 102

$\alpha_{11} = f(\gamma_e)$

$C_\varphi = \emptyset$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ Nm}$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$
$R_c = 3000 \text{ m}$	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$	$V = 60,9 \text{ m/s}$

C_{ij} théorique

Fig. 104



Influence des caractéristiques de guidage des essieux (K_x, K_y)

Les fig. 105 et 106 donnent pour $R_c = 3000$ m et $\gamma_e = 0,20$ les variations des déplacements transversaux et des angles de lacets des essieux en fonction des caractéristiques élastiques de guidage.

Les valeurs de K_x et K_y considérées (10^5 N/m $< K_x = K_y < 10^8$ N/m) n'ont pratiquement pas d'influence sur le positionnement du bogie en courbe.

L'expérience montre qu'un essieu classique, hors contrainte mécanique se déplace vers l'extérieur de la courbe d'une quantité $y_o = -\frac{e_o r_o}{\gamma_e R_c}$

afin d'atteindre une position d'équilibre qui correspond à un mouvement de roulement pur (forces de pseudoglissement longitudinal nulles)

Suite à ce déplacement transversal y_o , les deux roues roulent sur des rayons r_1 et r_2 différents :

$$r_1 = r_o + \gamma_e y_o \quad \text{pour la roue extérieure}$$

$$r_1 = r_o - \gamma_e y_o \quad \text{pour la roue intérieure.}$$

L'essieu ayant une vitesse de rotation angulaire $\phi' = \frac{V}{r_o}$, les deux roues parcourent des chemins différents.

Cette différence de chemin parcouru par les deux roues entraîne un positionnement radial de l'essieu dans la voie. Cette position de l'essieu correspond à une position d'équilibre dans la voie (forces de pseudoglissement longitudinal et transversal nulles).

Dans le cas d'un bogie classique l'inscription radiale des essieux dans une courbe est améliorée en réduisant la raideur longitudinale K_x de la liaison essieux-châssis de bogie (fig. 107a).

Dans le cas d'un essieu à roues indépendantes les deux roues, tout en roulant avec des rayons différents r_1 et r_2 parcourent des chemins identiques $r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$

de telle façon que $r_1 \omega_1 = \omega_2 r_2 = V$. Dans ces conditions les forces de pseudoglissement longitudinal sont nulles ($y_o = 0$).

Dans ces conditions, l'essieu à roues indépendantes n'a plus de propriété d'inscription dans la courbe (la position radiale lui est interdite) Son positionnement dans la voie est caractérisé par des angles de lacet importants qui donnent naissance à des forces de pseudoglissement transversal qui engendrent un déplacement latéral de l'essieu vers le rail extérieur

Le contact de l'essieu avec le rail extérieur ne peut être évité que s'il existe une composante de pesanteur suffisante. La valeur de cette composante de pesanteur est augmentée en donnant aux roues un profil creux.

CIRCULATION EN COURBE

C_{ij} : théorique

$$y_{11}, y_{12} = f(K_x)$$

$$y_{11}, y_{12} = f(K_y)$$

C _{ij} = ∅		R _c = 3000 m	γ _e = 0,20
1	y ₁₁ = f(K _x)		K _y = 10 ⁶ N/m
2	y ₁₁ = f(K _y)		K _x = 10 ⁶ N/m
3	y ₁₂ = f(K _x)		K _y = 10 ⁶ N/m
4	y ₁₂ = f(K _y)		K _x = 10 ⁶ N/m

⊕
y₁₁ (mm)

Contact boudin roue-rail / Jeu = + 10 mm

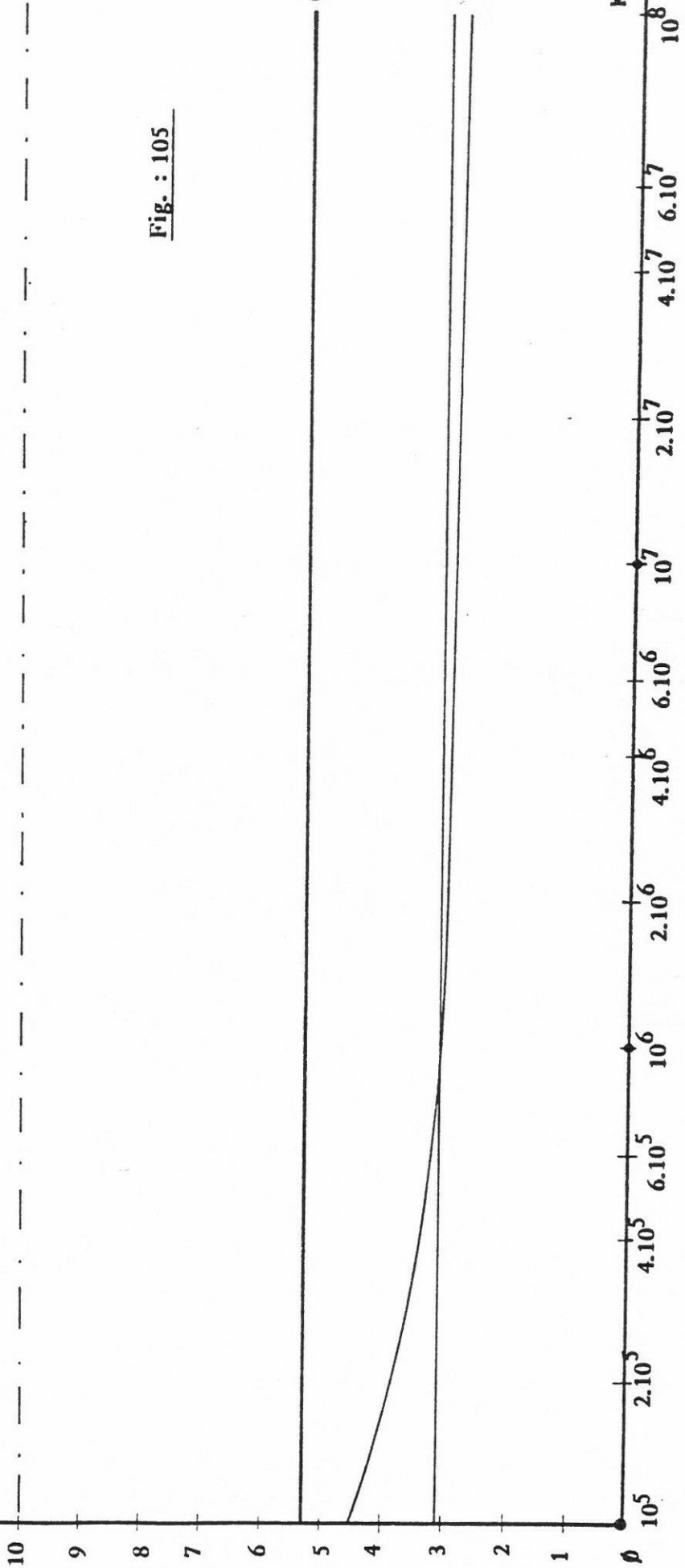


Fig. : 105

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11}, \alpha_{12} = f(\kappa_x)$$

$$\alpha_{11}, \alpha_{12} = f(\kappa_y)$$

C_{ij} : théorique

$C_{ij} = \phi$	$R_c = 3000 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$
1	$\alpha_{11} = f(\kappa_x)$	$\kappa_y = 10^6 \text{ N/m}$
2	$\alpha_{11} = f(\kappa_y)$	$\kappa_x = 10^6 \text{ N/m}$
3	$\alpha_{12} = f(\kappa_x)$	$\kappa_y = 10^6 \text{ N/m}$
4	$\alpha_{12} = f(\kappa_y)$	$\kappa_x = 10^6 \text{ N/m}$

$\alpha_{11}, \alpha_{12} \text{ (mrad)}$

(+)

1,8

1,6

1,4

1,2

1,0

0,8

0,6

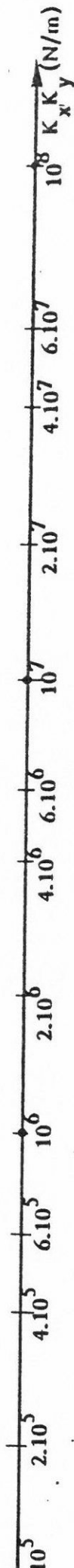
0,4

0,2

① ②

③ ④

Fig. 106



La condition d'équilibre dans la voie d'un essieu à roues indépendantes est donnée par la relation suivante :

$$\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m\right)g \zeta y_{11} - 2C_{22} \chi \alpha_{11} = \left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m\right)\left(\frac{V^2}{R_c} - g \delta p\right)$$

Dans le cas d'un bogie à roues indépendantes, les déplacements latéraux des essieux sont donnés par les relations ci-dessous (les forces centrifuges non compensées et les forces élastiques transversales sont négligées) :

$$\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m\right)g \frac{1}{R - R'} y_{11} = 2C_{22} \chi \alpha_{11}$$

$$\left(\frac{\bar{M}}{4} + \frac{M}{2} + m\right)g \frac{1}{R - R'} y_{12} = 2C_{22} \chi \alpha_{12}$$

avec $\alpha_{11} = \frac{y_{11} - y_{12}}{2\alpha} + \frac{\alpha}{R_c}$

$$\alpha_{12} = + \frac{\alpha}{R_c} - \frac{y_{11} - y_{12}}{2\alpha}$$

avec $y_{11}, y_{12} < \text{Jeu dans la voie}$

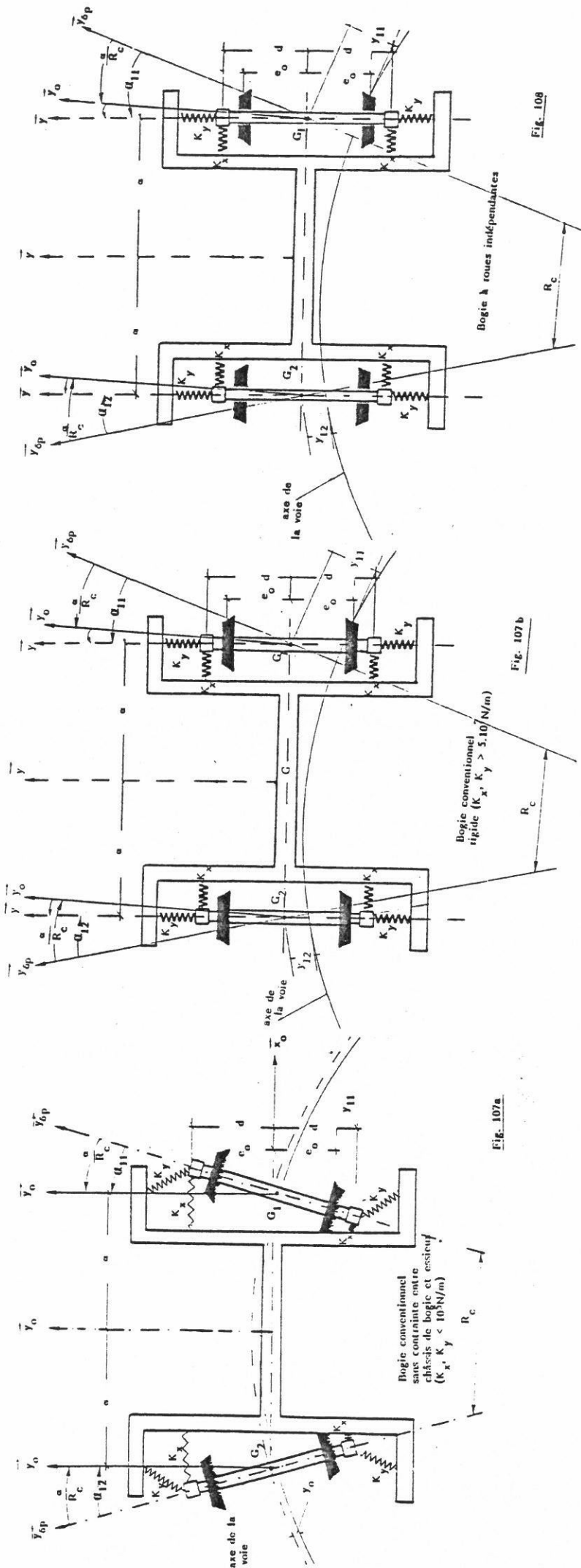
L'essieu à roues indépendantes ayant perdu sa propriété de radialité il est évident que son positionnement en courbe est indépendant des caractéristiques de guidage de ce dernier (K_x).

Un bogie à roues indépendantes a en courbe un comportement pratiquement identique à celui d'un bogie rigide ($K_x, K_y > 5.10^7 \text{ N/m}$) (fig. 107b, 108).

Afin de trouver une position d'équilibre en courbe, l'ensemble du système mécanique "bogie-essieux" doit tourner d'un angle donné.

Ce comportement est pratiquement justifié par les résultats obtenus à partir des simulations en courbe de grand rayon.

Pour tous les exemples traités, les angles de lacet des essieux sont identiques et égaux à l'angle que fait l'axe longitudinal du châssis de bogie par rapport au repère $G\vec{x}_O\vec{y}_O$ (repère alignement, voir annexe 3).



Influence de l'empattement du bogie (2α)

Les fig. 109 et 110 donnent les variations de y_{11} , y_{12} , α_{11} et α_{12} en fonction de α . L'augmentation de l'empattement a peu d'influence sur la position de l'essieu directeur ; par contre, il améliore légèrement la position de l'essieu mené.

Influence du rayon de roulement des roues (r_0)

La variation du rayon de roulement des roues n'a pratiquement pas d'influence sur le positionnement des essieux en courbe de grand rayon (fig. 111 et 112).

Influence de l'accélération centrifuge non compensée

Les fig. 113 et 114 donnent les variations des déplacements transversaux et des angles de lacet des essieux en fonction de l'accélération centrifuge non compensée. L'augmentation de la force centrifuge non compensée entraîne une augmentation linéaire des déplacements transversaux ; par contre, les angles de lacet des essieux ne sont pas influencés.

L'ensemble du système mécanique bogie-essieux se déplace vers l'extérieur de la courbe.

Pour $R_c = 3000$ m, $\gamma_e = 0,20$ et pour une accélération centrifuge non compensée égale à $0,12g$ l'essieu directeur vient en contact avec le rail extérieur.

Forces agissant au contact rail-roue

Pour des valeurs des paramètres indiquées ci-après :

$$\gamma_e = 0,20$$

$$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$$

$$2\alpha = 3,0 \text{ m}$$

Le tableau de la page 397 résume pour différents rayons de courbe les positions du bogie dans la voie ; il donne également les valeurs des forces agissant sur le système mécanique et la puissance dissipée au contact rail-roue.

On constate que :

$$y_{11}, y_{12} = f(\alpha)$$

$c_\varphi = \emptyset$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
$\gamma_e = 0,20$	$R_c = 3000 \text{ m}$
1	$y_{11} = f(\alpha)$
2	$y_{12} = f(\alpha)$

c_{ij} : théorique

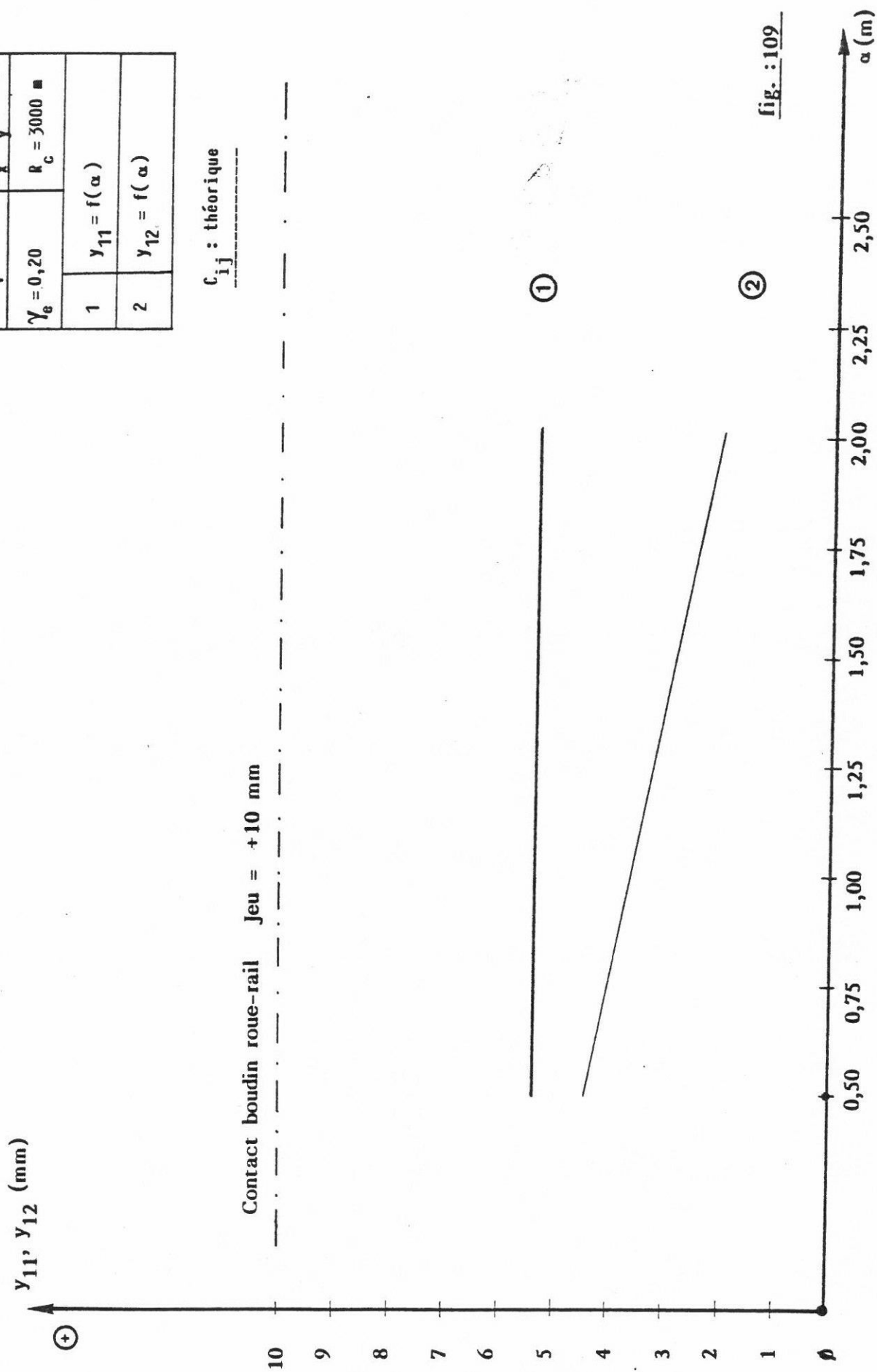
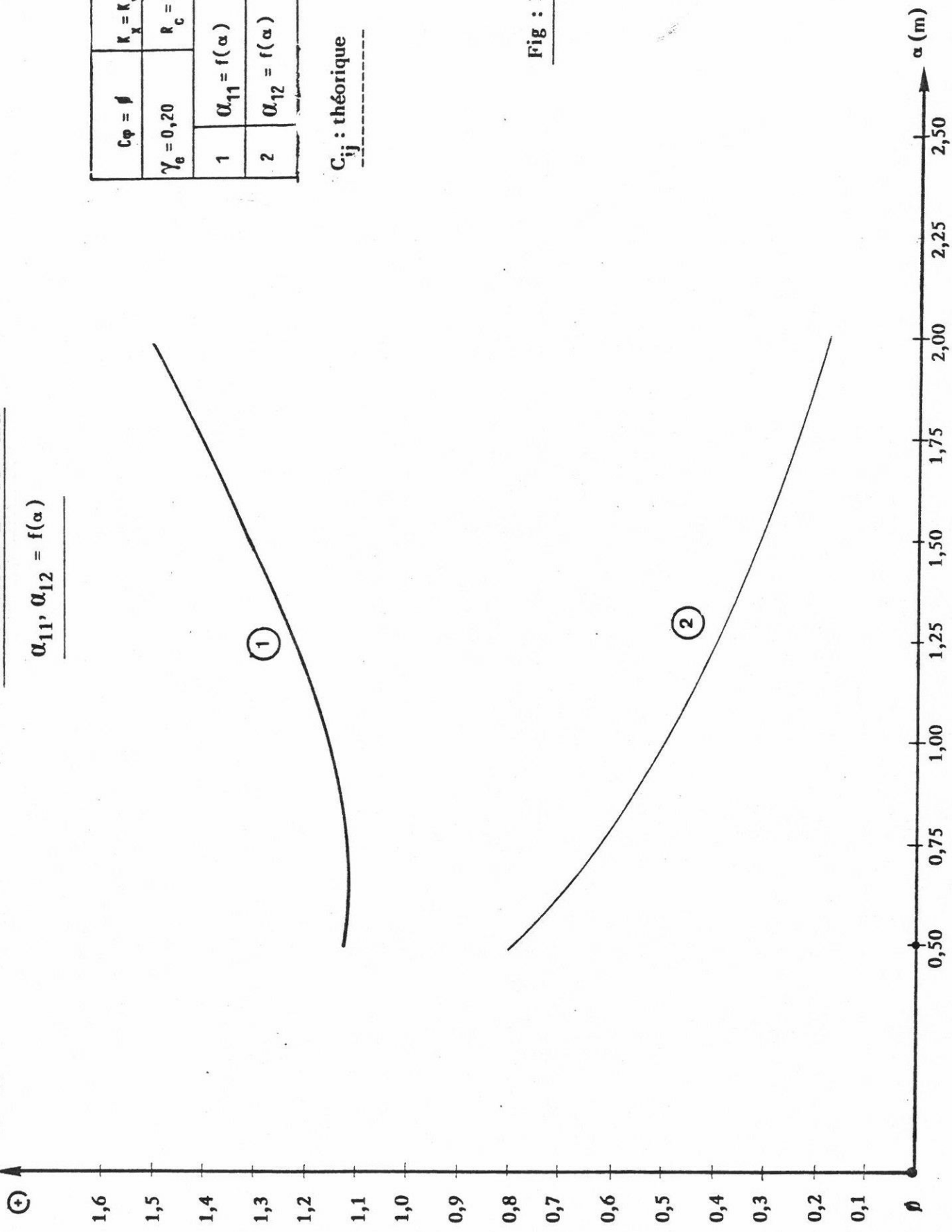


fig. : 109

CIRCULATION EN COURBE

$\alpha_{11}, \alpha_{12} = f(\alpha)$

$\alpha_{11}, \alpha_{12}(\text{mrad})$



$C_\varphi = \varnothing$		$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
$\gamma_0 = 0,20$		$R_c = 3000 \text{ m}$
1	$\alpha_{11} = f(\alpha)$	
2	$\alpha_{12} = f(\alpha)$	

C_{ij} : théorique

Fig : 110

$y_{11}, y_{12} = f(r_0)$

$C_\phi = \phi$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
$\gamma_\theta = 0,20$	$R_c = 3000 \text{ m}$
1 $y_{11} = f(r_0)$	
2 $y_{12} = f(r_0)$	

c_{ij} : théorique

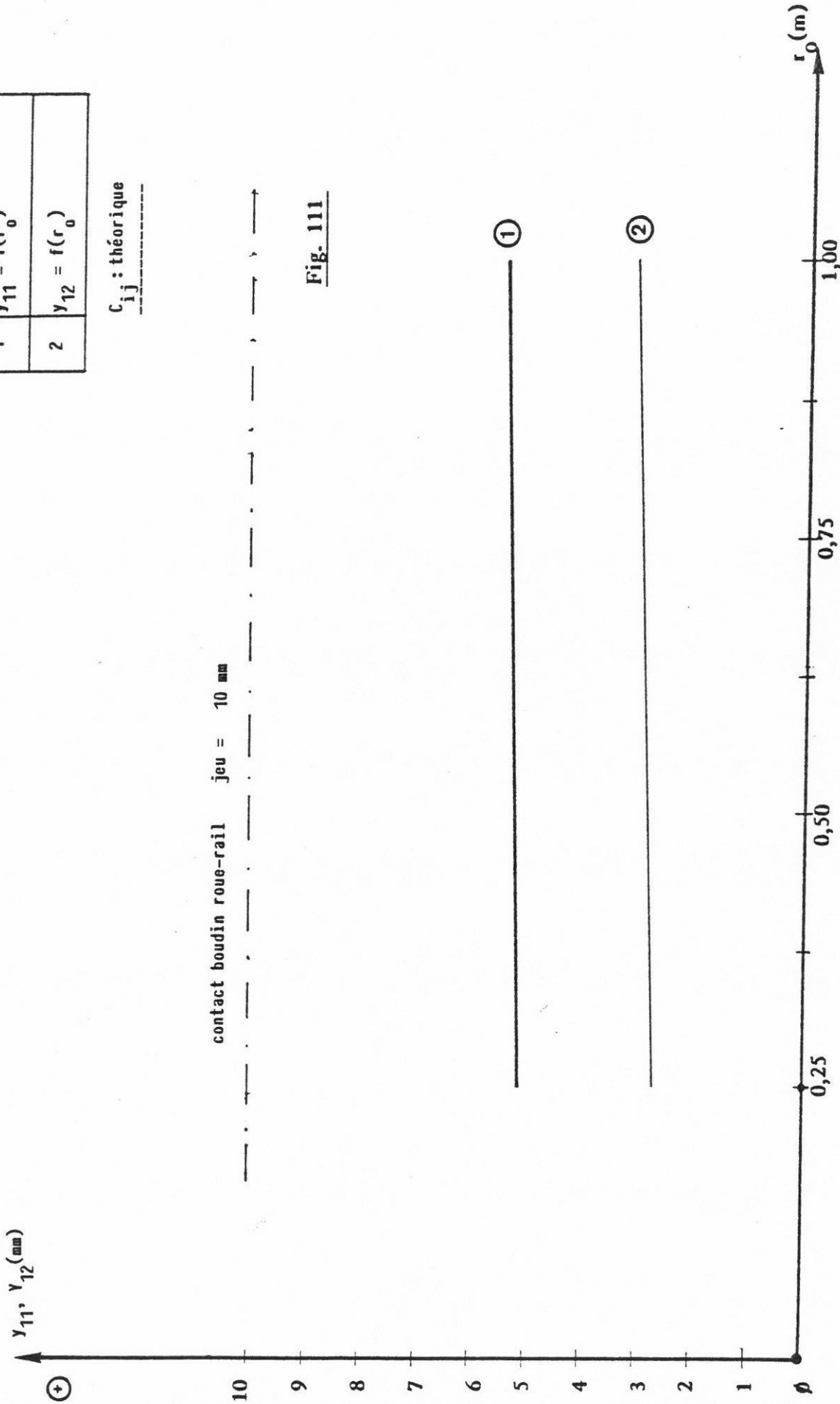


Fig. 111

CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11}, \alpha_{12} = f(r_o)$$

$\alpha_{11}, \alpha_{12} (\text{mrad})$

1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1



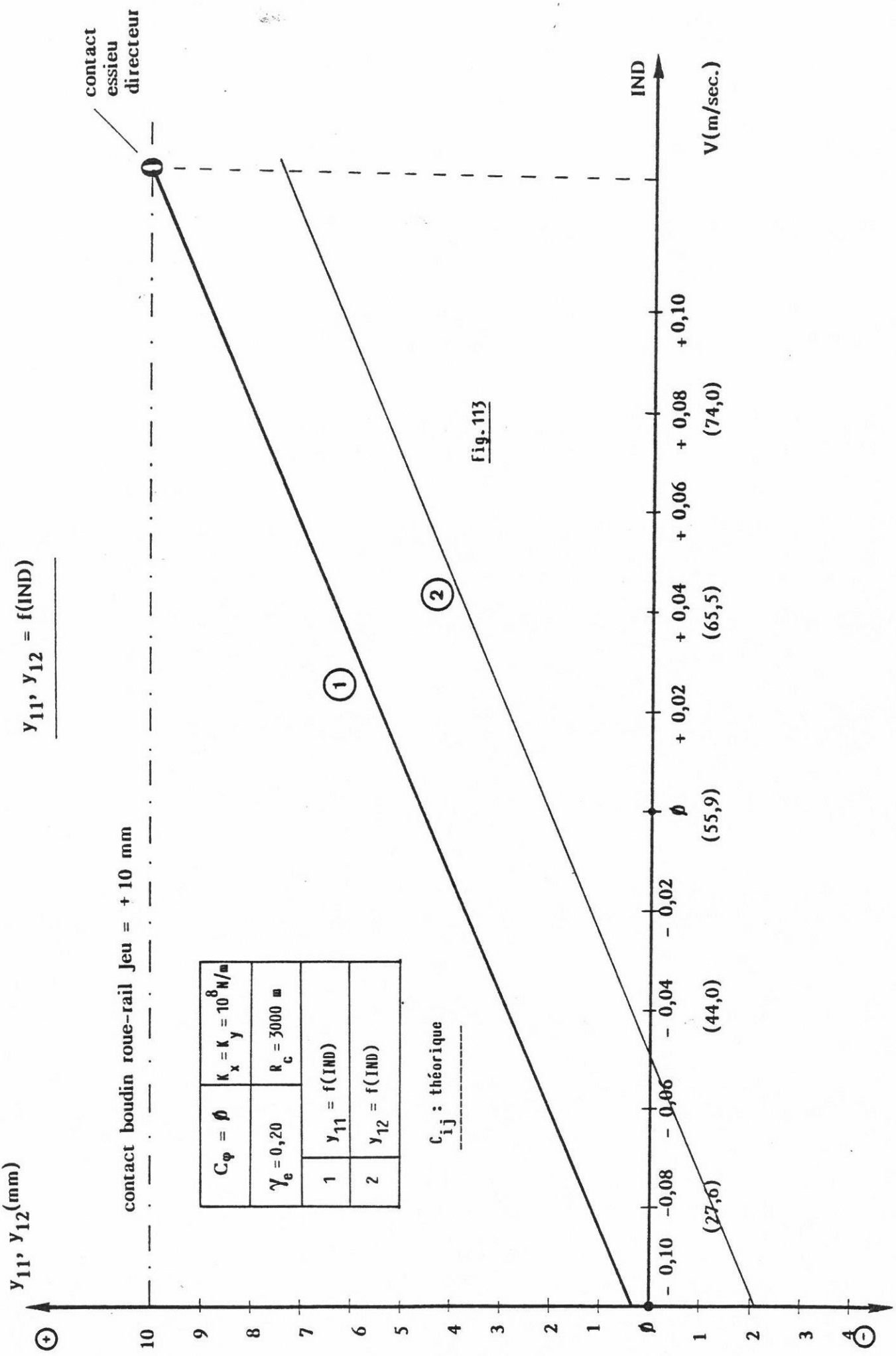
0,25 0,50 0,75 1,00 $r_o (\text{m})$

$C_\varphi = \emptyset$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
$\gamma_e = 0,20$	$R_c = 3000 \text{ m}$
1	$\alpha_{11} = f(r_o)$
2	$\alpha_{12} = f(r_o)$

C_{ij} : théorique

Fig. : 112

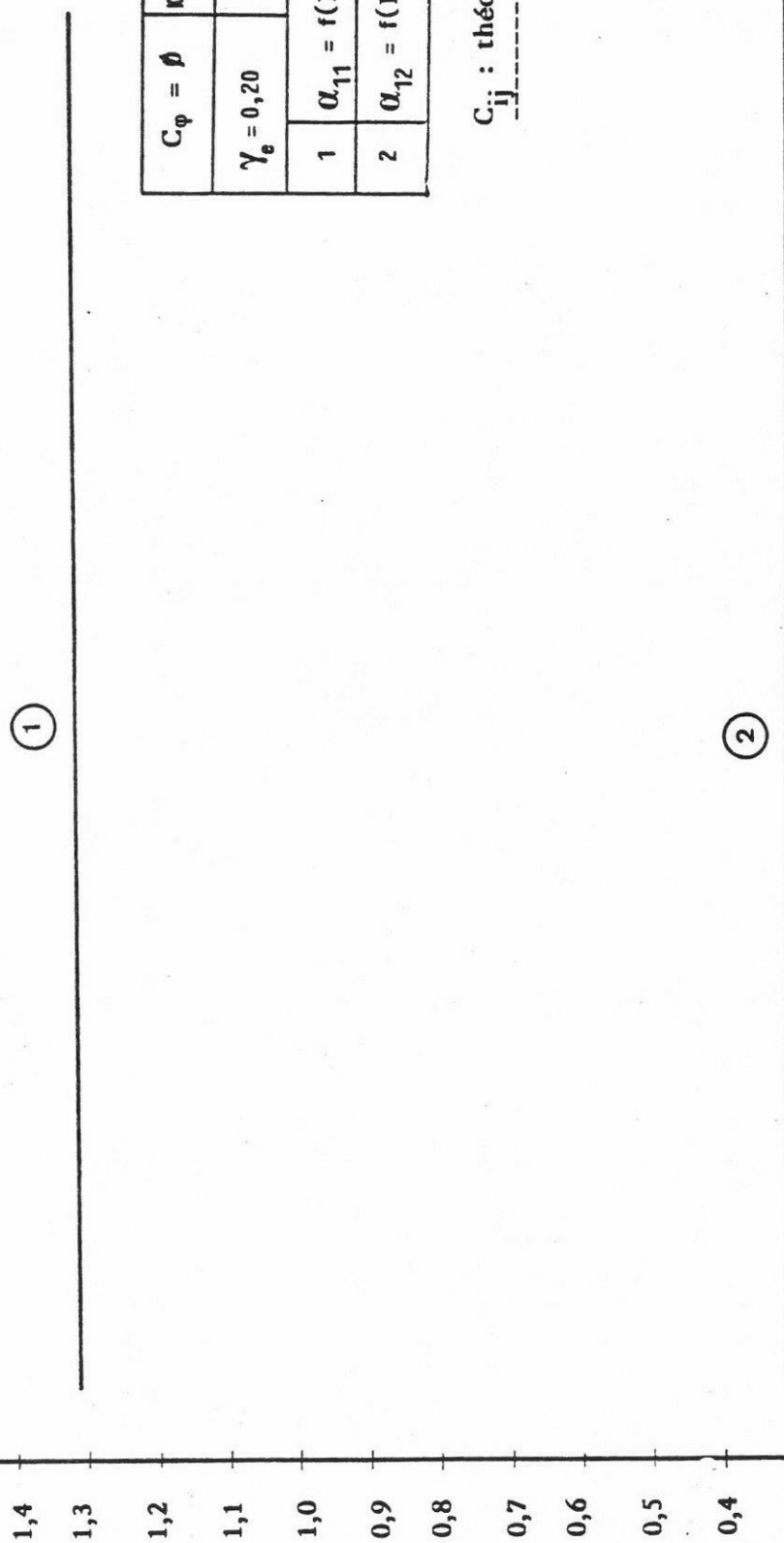
CIRCULATION EN COURBE



CIRCULATION EN COURBE

$$\alpha_{11}, \alpha_{12} = f(\text{IND})$$

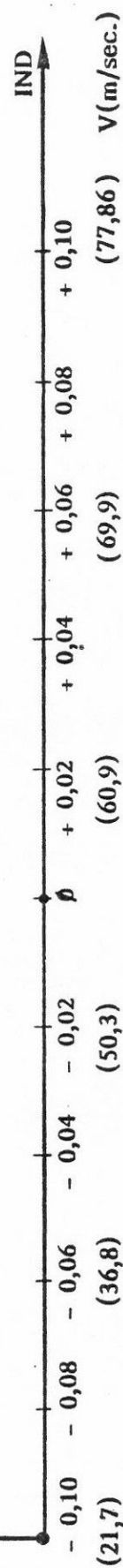
⊕ $\alpha_{11}, \alpha_{12} (\text{mrad})$



$C_\phi = \phi$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
$\gamma_e = 0,20$	$R_c = 3000 \text{ m}$
1 $\alpha_{11} = f(\text{IND})$	
2 $\alpha_{12} = f(\text{IND})$	

C_{ij} : théorique

Fig. 114



C_{ij} : théorique														
$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$														
$\gamma_e = 0,20$														
R_c (m)	V (m/s)	Déplacements transversaux		Angles de lacet		Forces de pseudoglissement (kN)				Forces de rappel de pesanteur (kN)		P_{cd} (kW)	P_{cm} (kW)	P_{ct} (kW)
		y_{11} (mm)	y_{12} (mm)	α_{11} (mrad)	α_{12} (mrad)	$x_{11} - x_{12}$	$x_{21} - x_{22}$	$t_{11} - t_{12}$	$t_{21} - t_{22}$	S_{P_1}	S_{P_2}			
2000	49,7	glisse- ment	2,42	glisse- ment	0,24	\emptyset	\emptyset	glisse- ment	2,80	glisse- ment	- 7,8	glisse- ment	0,07	glisse- ment
4000	70,3	5,18	3,04	1,08	0,33	\emptyset	\emptyset	6,9	3,7	- 16,7	- 9,8	1,04	0,17	1,21
6000	86,1	4,83	3,07	0,83	0,33	\emptyset	\emptyset	6,4	3,7	- 15,7	- 10,0	0,91	0,21	1,12
8000	99,4	4,50	2,98	0,70	0,32	\emptyset	\emptyset	5,9	3,5	- 14,5	- 9,6	0,80	0,22	1,02
10000	111,2	4,21	2,87	0,60	0,30	\emptyset	\emptyset	5,4	3,3	- 13,6	- 9,3	0,70	0,29	0,92

Les forces de pseudoglisement transversal au niveau de l'essieu directeur ont des valeurs comprises entre 5,4 et 7,14 kN.

Les forces de pseudoglisement longitudinal sont nulles.

La puissance dissipée au niveau des deux essieux (totale) reste pratiquement constante.

2.6.1.2 - Courbes de faible rayon (< 300 m)

Dans des courbes de rayon $R_c < 300$ m on a toujours contact au niveau de l'essieu directeur, l'essieu mené ayant une position centrée dans la voie (marche en roue libre).

Influence des caractéristiques de guidage des essieux (K_x , K_y)

Les fig. 115 et 116 donnent les variations de l'effort de guidage au droit de l'essieu directeur F_{11} en fonction de K_x et de K_y (avec $K_x = K_y$) pour trois valeurs de rayon de courbure ($R_c = 100, 200$ et 300 m) et pour $\gamma_e = 0,20$. Les graphes de la fig. 115 ont été obtenus en prenant les coefficients C_{ij} théoriques donnés par la théorie linéaire de KALKER.

Les graphes de la fig. 116 ont été obtenus en considérant des coefficients de glissement réduits ($C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$). La rigidification de la liaison essieu - châssis de bogie (K_x , K_y) n'a pas d'influence sur les efforts de contact rail-roue.

L'augmentation du rayon de courbure entraîne une diminution de l'effort de guidage F_{11} (voir fig. 115 courbes 1, 2 et 3 obtenues avec le même jeu $= \pm 10$ mm).

Le tableau ci-après récapitule les efforts de guidage obtenus avec $\gamma_e = 0,20$ et R_c 100, 200 et 300 m.

./.

CIRCULATION EN COURBE

$$F_{11} = f(K_x, K_y)$$

$F_{11}(\text{kN})$

70

60

50

40

30

20

10

0

10^6

2.10^6

4.10^6

6.10^6

10^7

2.10^7

4.10^7

6.10^7

10^8

$K_x = K_y \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right)$

399.

$c_\phi = \phi$	$\gamma_e = 0,20$	IND = 0,02g
1	$R_c = 100 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$
2	$R_c = 200 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$
3	$R_c = 300 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$
4	$R_c = 100 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 22,5 \text{ mm}$
5	$R_c = 200 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 12,5 \text{ mm}$

Marche en crabe

Marche en roue libre

①

c_{ij} : théorique

Fig. : 115

②

⑤

④ ③

CIRCULATION EN COURBE

$F_{11} = f(K_x, K_y)$

$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$ théorique

$C_\phi = \phi$	IND = 0,02 g	
$\gamma_e = 0,20$	$2\alpha = 3,0 \text{ m}$	
1	$R_C = 100 \text{ m} \pm 22,5 \text{ mm}$	Jeu =
2	$R_C = 200 \text{ m} \pm 12,5 \text{ mm}$	
3	$R_C = 300 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$	

$F_{11} \text{ (kN)}$

Marche en roue libre

②
①
③

Fig. 116

$K_x = K_y \text{ (N/m)}$

R_c (m)	Jeu (mm)	F_{11} (kN)
100	$\pm 22,5$	17,5
200	$\pm 12,5$	22,5
300	± 10	16,5

Remarque

Les coefficients de pseudoglisement ont peu d'influence sur la valeur des efforts de guidage de l'essieu directeur en courbe de faible rayon.

Influence de la conicité équivalente γ_e

La fig. 117 donne les variations des efforts de guidage au droit de l'essieu directeur (F_{11}) en fonction de γ_e pour trois valeurs de R_c (100, 200 et 300 m)

et pour $C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$.

F_{11} diminue très rapidement avec l'augmentation de γ_e . Un profil usé est beaucoup plus favorable dans des courbes de faible rayon (< 200 m).

Pour des valeurs de $\gamma_e > 0,30$ le contact boudin roue-rail est évité.

Influence de l'empattement du bogie (2α)

Pour les caractéristiques indiquées, la fig. 118 donne, en fonction de α , les variations des efforts de guidage F_{11} et F_{12} au droit des 2 essieux d'un bogie.

Pour un empattement de 3,60 m (cas d'un bogie 3 essieux) on a marche en crabe dans une courbe de 100 m de rayon. Cette position est très mauvaise pour la sécurité du véhicule.

CIRCULATION EN COURBE

$$F_{11} = f(\gamma_e)$$

F_{11} (kN)

80

70

60

50

40

30

20

10

ρ

0,05

0,075

0,10

0,125

0,15

0,175

0,20

0,225

0,25

0,275

0,30

γ_e

402.

Marche en roue libre

$C_\phi = \phi$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$
$2\alpha = 3,0^\circ$	$IND = 0,02 \text{ g}$
1	$R_c = 100 \text{ mm}$ $Jeu = \pm 22,5 \text{ mm}$
2	$R_c = 200 \text{ mm}$ $Jeu = \pm 12,5 \text{ mm}$
3	$R_c = 300 \text{ mm}$ $Jeu = \pm 10 \text{ mm}$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$$

Fig. 117

CIRCULATION EN COURBE

$$F_{11}, F_{12} = f(\alpha)$$

$C_\phi = \phi$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$			
$\gamma_e = 0,20$	IND = 0,02 g			
$F_{11} = f(\alpha)$	$F_{12} = f(\alpha)$			
1	$R_c = 100 \text{ mm}$	4	$R_c = 100 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 10 \text{ mm}$
2	$R_c = 200 \text{ mm}$	5	$R_c = 200 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 12,5 \text{ mm}$
3	$R_c = 300 \text{ mm}$	6	$R_c = 300 \text{ mm}$	Jeu = $\pm 22,5 \text{ mm}$

$$C_{ij}^* = 0,67 C_{ij} \text{ Théorique}$$

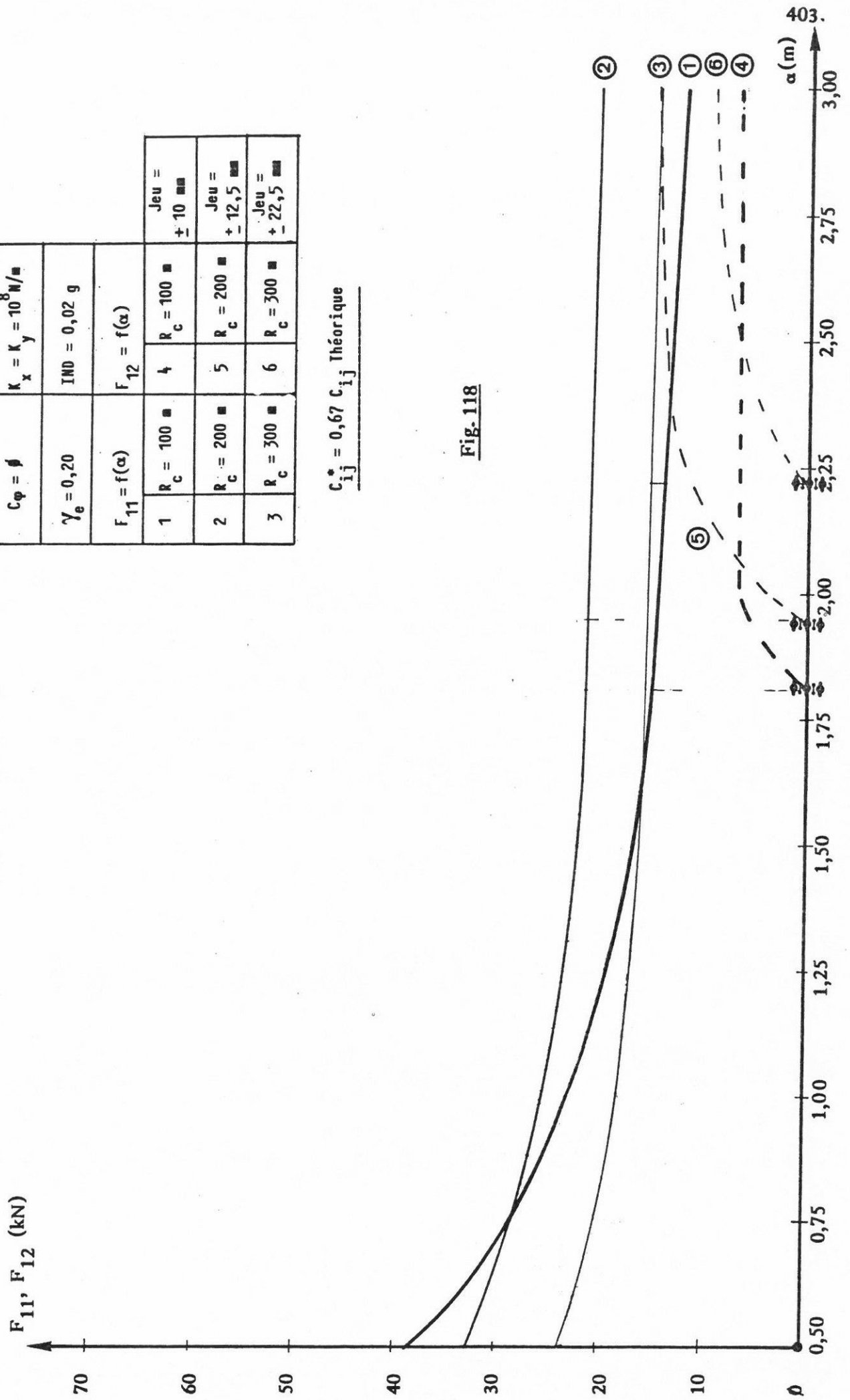


Fig. 118

Le tableau de la page 405 donne pour un bogie à roues indépendantes ayant les caractéristiques de construction ci-après :

$$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m} \quad \gamma_e = 0,20$$

$$2.a = 3,0 \text{ m} \quad \text{IND} = 0,02 \text{ g}$$

$$C_{ij} : \text{théorique}$$

$$C_\varphi = 0$$

les déplacements transversaux, les angles de lacet des essieux et les efforts de guidage développés dans une courbe de faible rayon ($R_c = 100, 200$ et 300 m).

La fig. 119 donne pour le bogie considéré les conditions d'équilibre dans une courbe de 300 m de rayon.

$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$ C_{ij} : théorique $\gamma_e = 0,20$ $C_\phi = \emptyset$							
R_c (m)	Jeu (mm)	y_{11} (mm)	y_{12} (mm)	α_{11} (mrad)	α_{12} (mrad)	F_{11} (kN)	F_{12} (kN)
100	$\pm 22,5$	+22,5 contact	- 16,0	+ 27,9	- 2,1	17,5	\emptyset
200	$\pm 12,5$	+ 12,5 contact	- 7,25	+ 14,1	- 0,9	22,5	\emptyset
300	± 10	+10 contact	- 3,6	+ 9,5	- 0,4	16,5	\emptyset

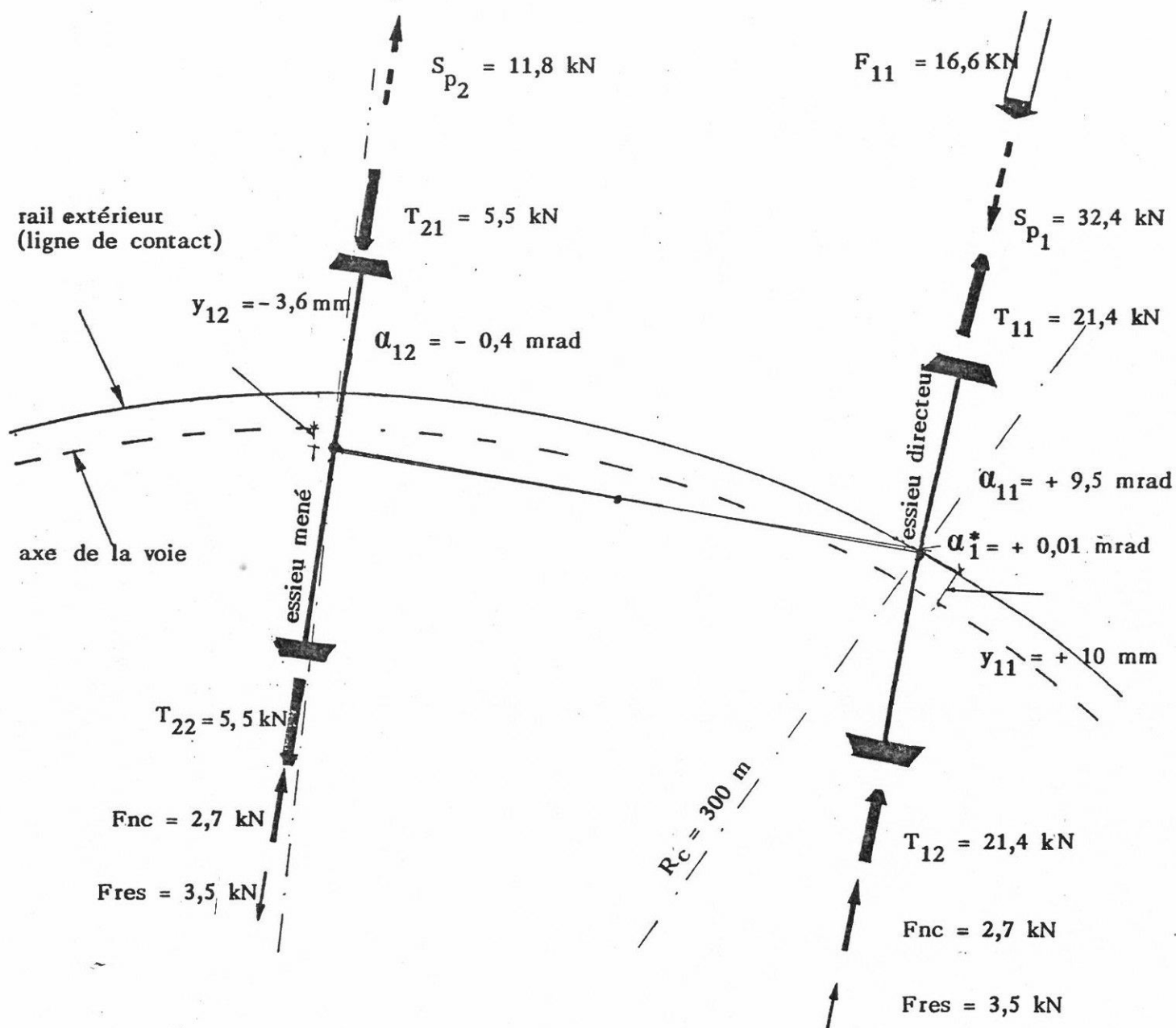


Fig. : 119

$e_o = 0,75 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$	$V = 19,2 \text{ m/s}$	$\bar{A} = 9,06 \text{ m}$	$\alpha = 1,5 \text{ m}$	$r_o = 0,45 \text{ m}$	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$	$J_{eu} = \pm 10 \text{ mm}$	$\mu = 0,30$
$R_c = 300 \text{ m}$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$C_\varphi = \emptyset$	$d = 1 \text{ m}$	$R' = 0,30 \text{ m}$	Cij : thea.	$N = 70,3 \text{ kN}$		

$e_o = 0,75 \text{ m}$	$\gamma_e = 0,20$	$V = 19,2 \text{ m/s}$	$\bar{A} = 9,06 \text{ m}$	$\alpha = 1,5 \text{ m}$	$r_o = 0,45 \text{ m}$	$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$	$J_{eu} = \pm 10 \text{ mm}$	$\mu = 0,30$
$R_c = 300 \text{ m}$	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$	$C_\varphi = \emptyset$	$d = 1 \text{ m}$	$R' = 0,30 \text{ m}$	Cij : thea.	$N = 70,3 \text{ kN}$		

3 - REALISATIONS ET
DEVELOPPEMENTS TECHNOLOGIQUES

3.1 - BOGIES CONVENTIONNELS

La fig. 120 représente les bogies TGV.A de conception classique. Ces bogies peuvent circuler en alignement sur des voies de très bonne qualité à des vitesses supérieures à 300 km/h.

3.2 - ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE

La fig. 121 représente un essieu à pseudoglisement contrôlé construit par la Société M.B.B. (R.F.A.).

Cette Société a réalisé un bogie prototype qui a atteint sur le banc expérimental de Munich une vitesse supérieure à 500 km/h.

Ce nouveau bogie sera expérimenté dans deux ou trois ans sur les rames grandes vitesses de la D.B.

La fig. 122 représente un essieu à pseudoglisement contrôlé étudié par M. JOLY avec la collaboration des Sociétés ci-après :

- Société MEROBEL pour le coupleur magnétique,
- Société FAG.FRANCE pour les roulements,
- Société FLEXIBOX pour les liaisons roues - coupleurs magnétique.

Un prototype devrait être construit très rapidement par la Société ALSTHOM.

3.3 - BOGIES A ROUES INDEPENDANTES

La fig. 123 représente un bogie à roues indépendantes, étudié et construit par la Société FIAT.

Ce bogie a fait l'objet de nombreux essais en ligne, il va équiper prochainement des voitures à voyageurs des Chemins de Fer Italiens.

La fig. 124 représente un bogie à roues indépendantes étudié par le laboratoire de l'Université d'AIX LA CHAPELLE sous la direction du Professeur FREDERICH. Un prototype a été réalisé ; il a atteint la vitesse de 500 km/h sur le banc d'Essais de Munich.

3.4 - BOGIES A LIAISONS DIRECTES ENTRE ESSIEUX (K_s , K_b) BOGIES A ESSIEUX AUTO-ORIENTES

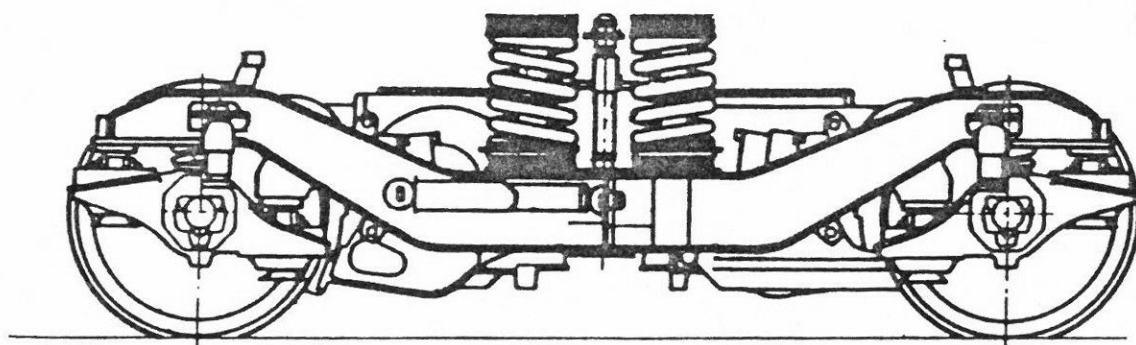
La fig. 125 représente un bogie à essieux auto-orientés pour matériels à marchandises. Ce bogie est construit et commercialisé par une Société Américaine.

La fig. 126 donne le principe d'un bogie à essieux auto-orientés étudié par M. JOLY pour le compte de la Société ALSTHOM, dans le cadre d'un concours réalisé par l'Office de Recherches et d'Essais de l'Union Internationale des Chemins de Fer.

La fig. 127 représente un bogie à essieux auto-orientés réalisé par la Société S.G.P. en Autriche (concours ORE).

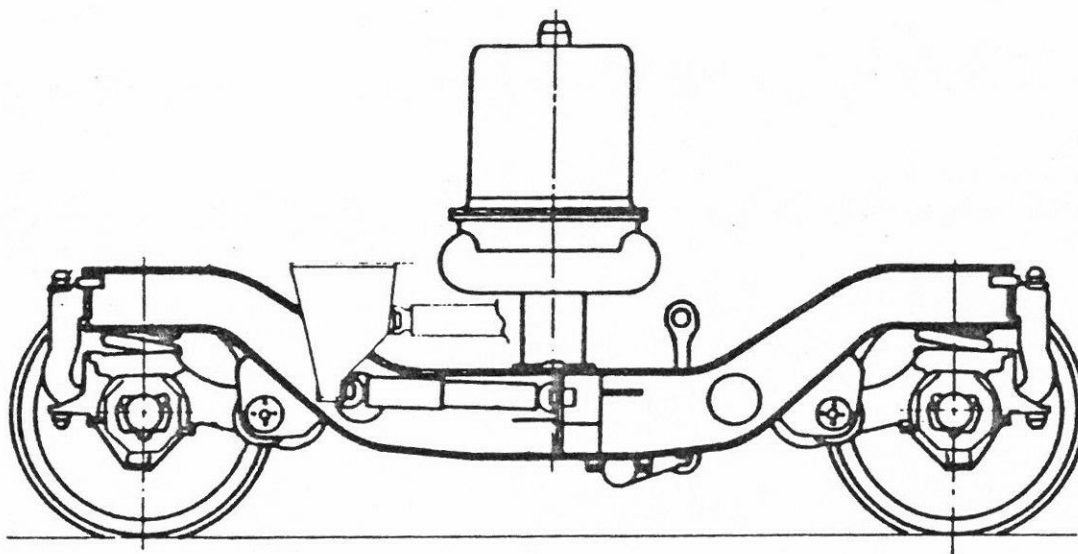
Les fig. 128 et 129 donnent les principes de construction d'un bogie à essieux auto-orientés fabriqué par la Société BBC en Suisse (concours ORE).

BOGIES TGV A



CL 116

Y 237 A



CL 155

Y 237 B

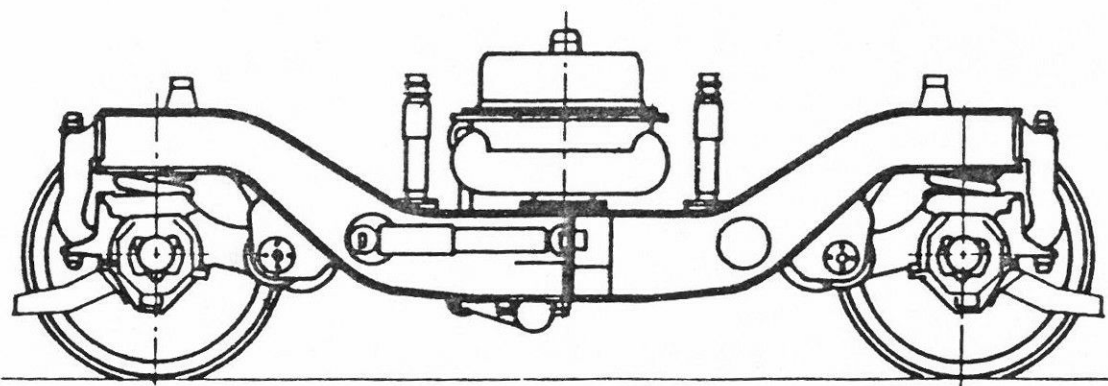


Fig. 120

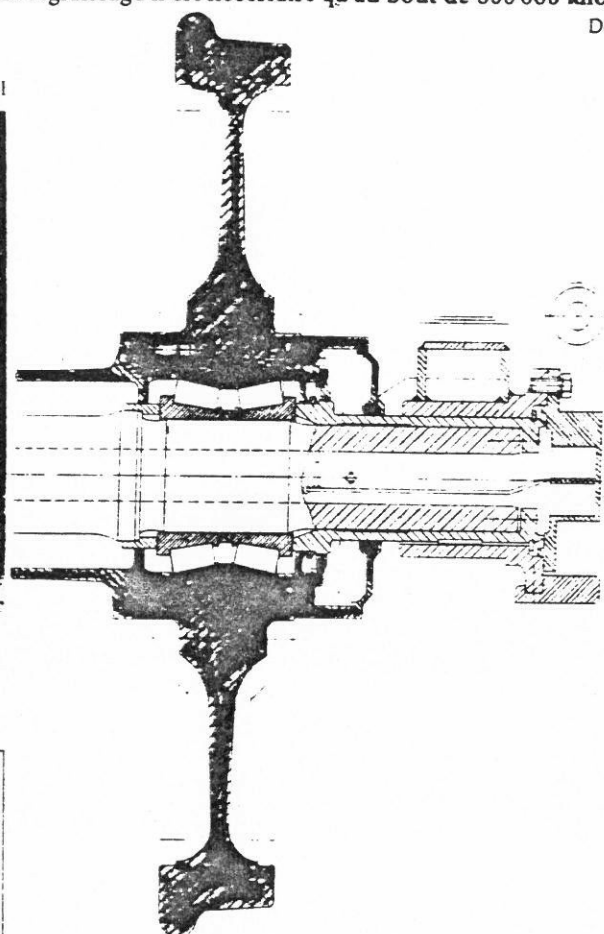
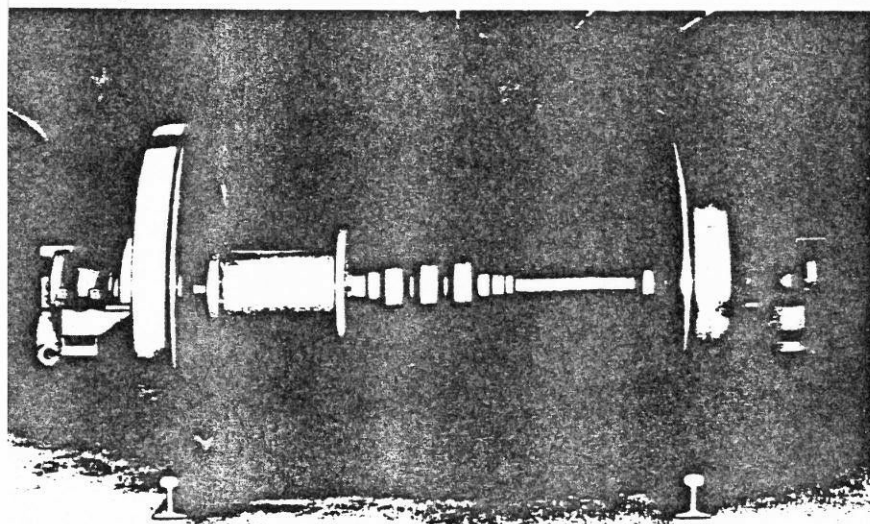
BOGIE M B B

3: Les roulements à deux rangées de rouleaux coniques montés sur l'axe stationnaire supportent les roues. Les roulements sont graissés avec une graisse haute température. Le regraissage n'est nécessaire qu'au bout de 600 000 kilomètres

Dessin: MF

2: Sur banc d'essai on a atteint avec le train de roues à glissement contrôlé des vitesses de plus de 500 kilomètres à l'heure.

Photo: MBI



2: Des arbres creux relient les roues supportées sur l'axe stationnaire avec l'accouplement à glissement.

Dessin: MBB

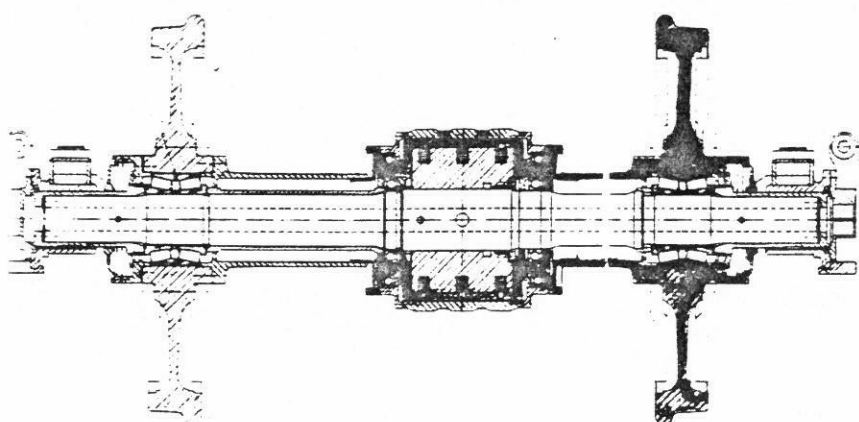


Fig. 121

ESSEU A PSEUDO-GLISSEMENT
CONTROLE

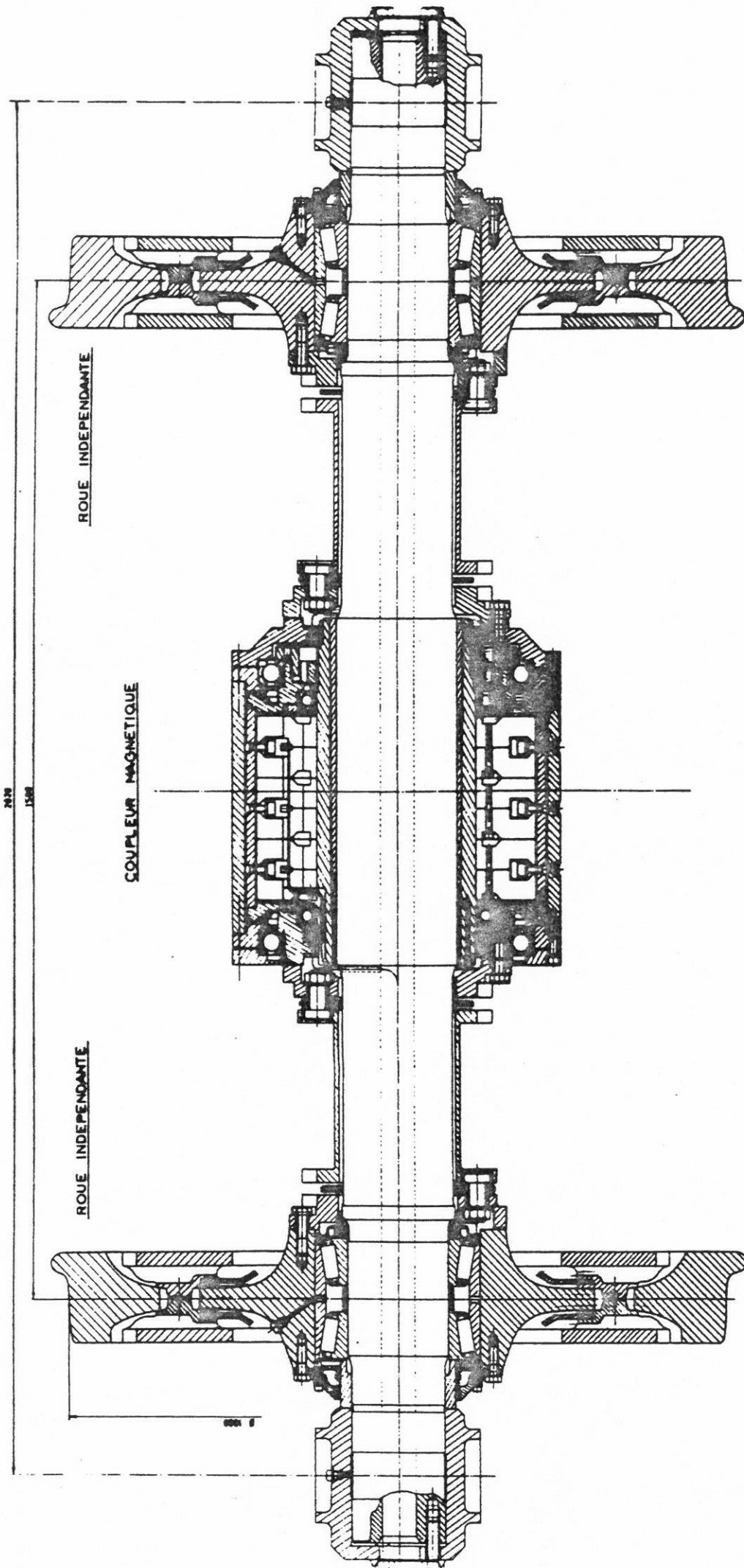


Fig. 122

BOGIE FIAT

FERROVIARIA SAVIGLIANO

Independent wheel bogie

Design philosophy

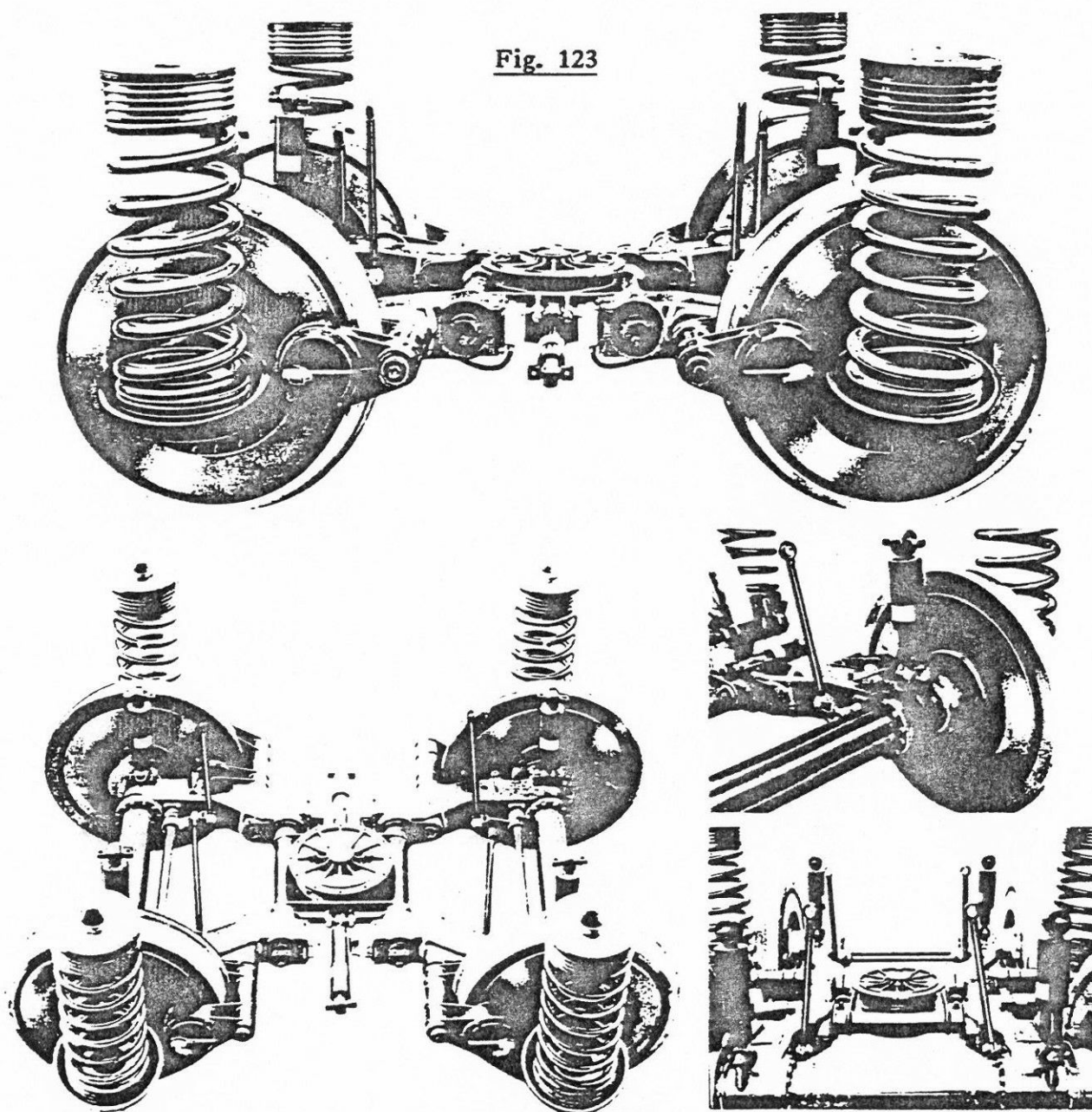
The independent wheel bogie was designed in the course of a wide-ranging research effort funded by the Italian National Research Council as part of a transport project centering around the development of high-speed rolling stock.

Amongst the many problems addressed by the project, that of bogie instability at high speed and the side-effects deriving from it was one of the most complex and important.

Overcoming the causes of this phenomenon and product engineering for large volume manufacturing were thus major concerns.

The extensive research and development effort involved in producing bogie prototypes testifies to Fiat's commitment to solving the problems of high-speed transport.

Fig. 123



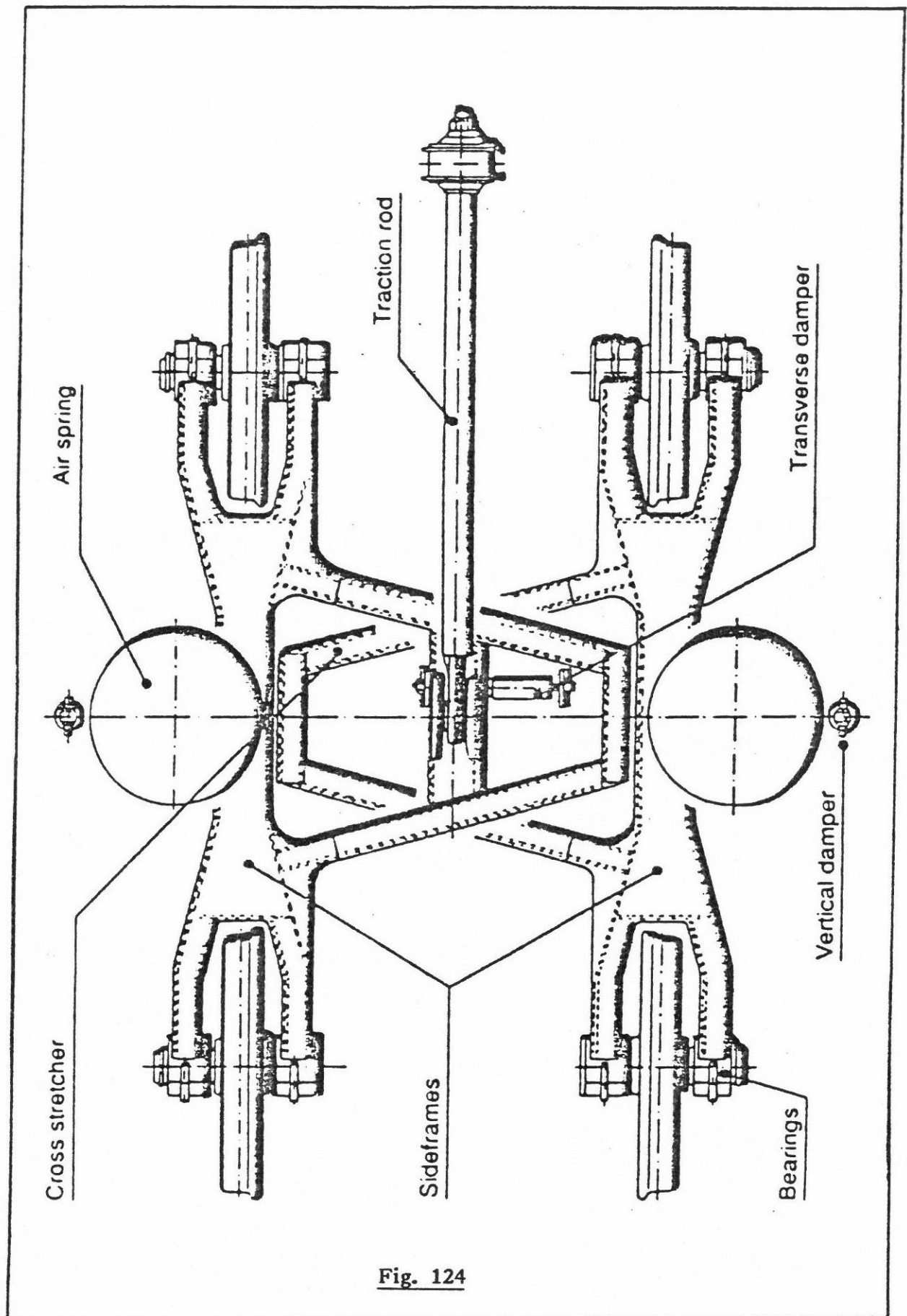
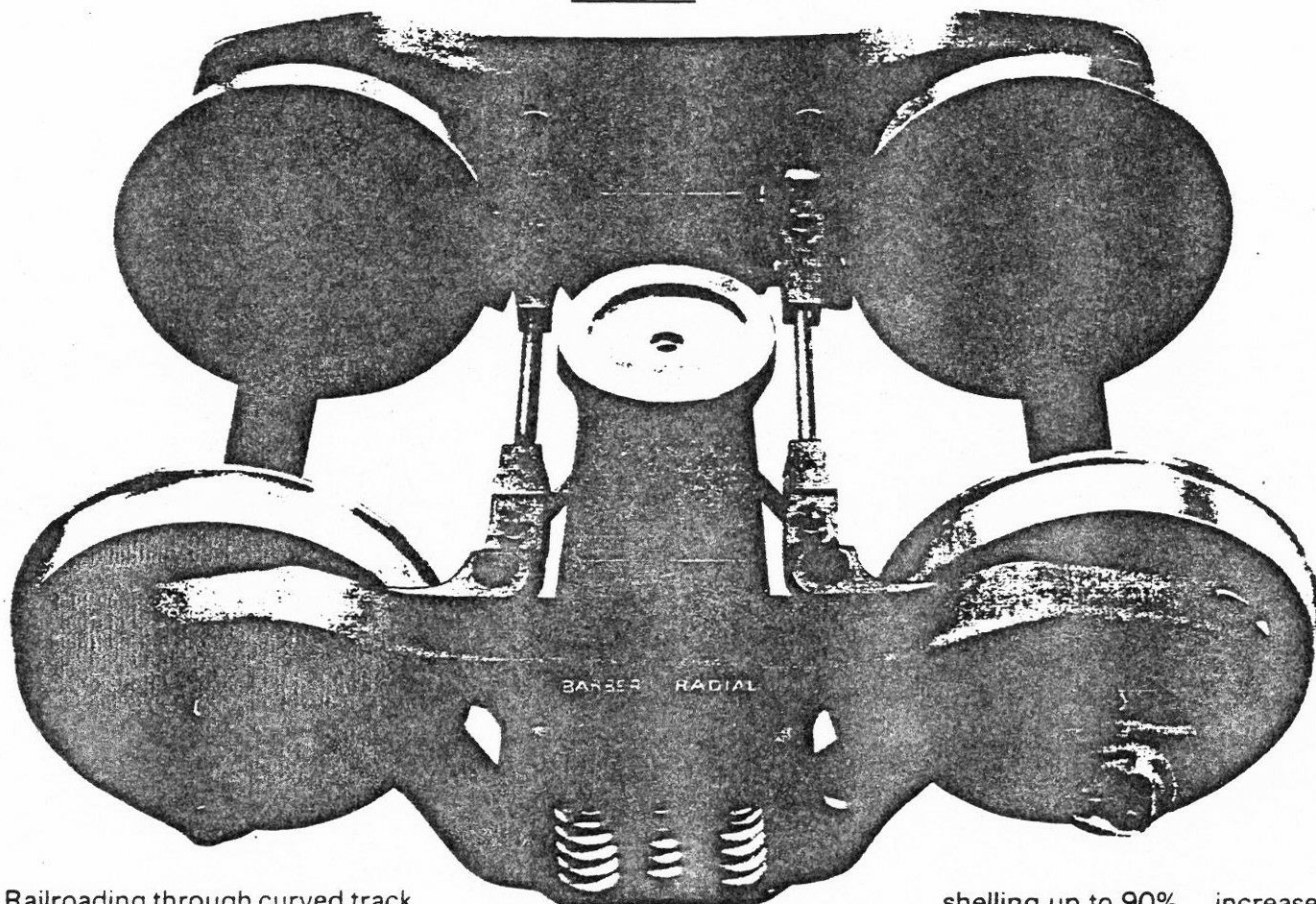


Fig. 124

The Barber Radial Truck ...the fuel saving, rail saving, wheel saving champion

Fig. 125



Railroading through curved track is costly business. Curves cause more wheel-to-rail friction than straight track. And this friction costs money. It burns more fuel. It shortens rail life. And it greatly increases wheel wear. But the innovative Barber Radial Truck *steers* to keep each wheelset perfectly aligned with the radius of the curve. This reduces rolling resistance up to 70%...the necessity for wheel changeouts caused by wheel

shelling up to 90%... increases wheel life up to a factor of three ... and improves the critical truck hunting speed to over 80 MPH empty. All this in the only high speed self-steering truck with the unique Barber S-2-HD "million mile" stabilizing system.

Learn more about how to cut the cost of railroading through curves.



Licensed throughout the world

STANDARD CAR TRUCK COMPANY

865 Busse Highway, Park Ridge, IL 60068 U.S.A.
312-692-6050 TELEX 27-0651 CABLE: CARTRUCKS

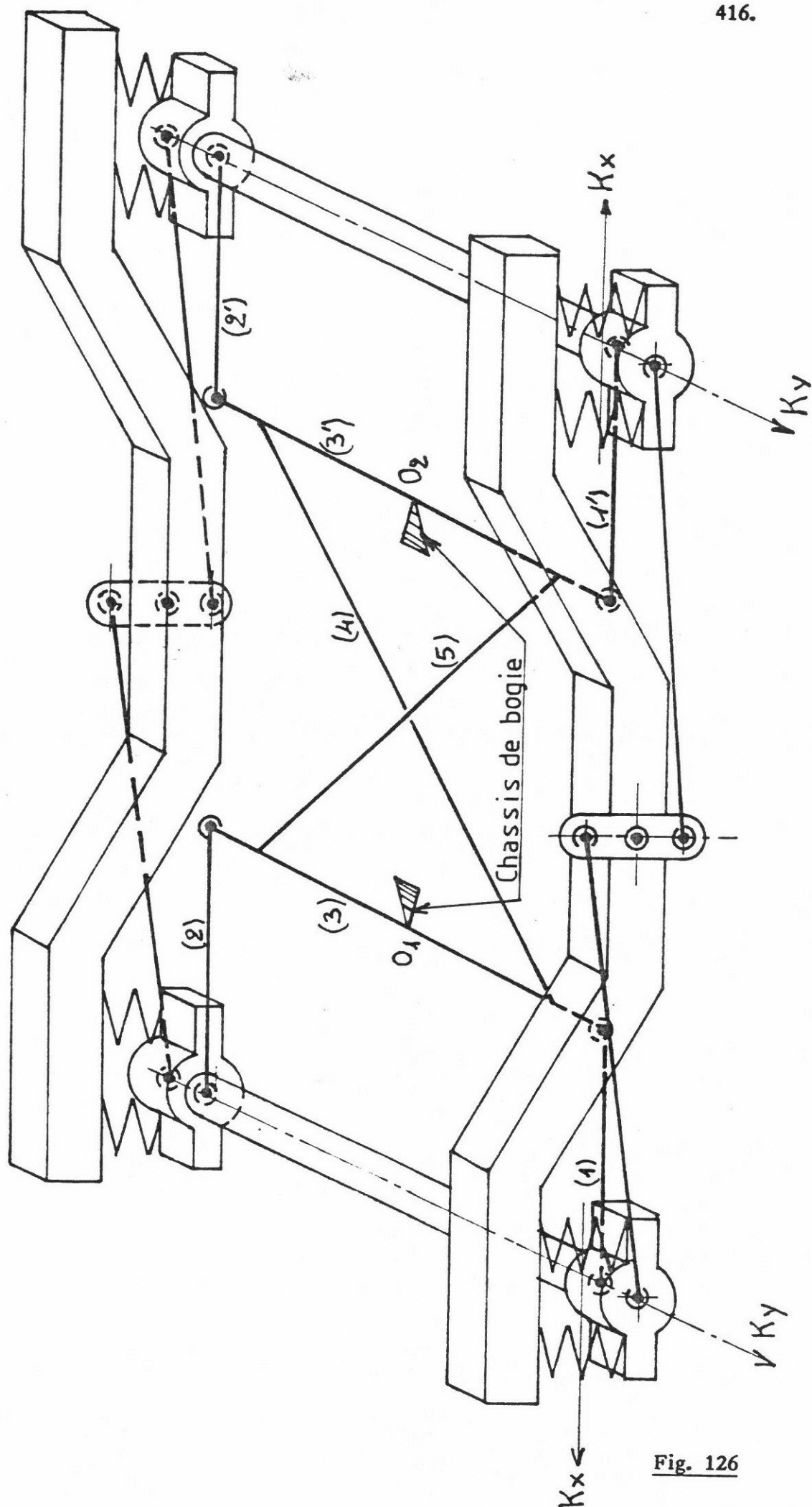


Fig. 126

BOGIE SGP

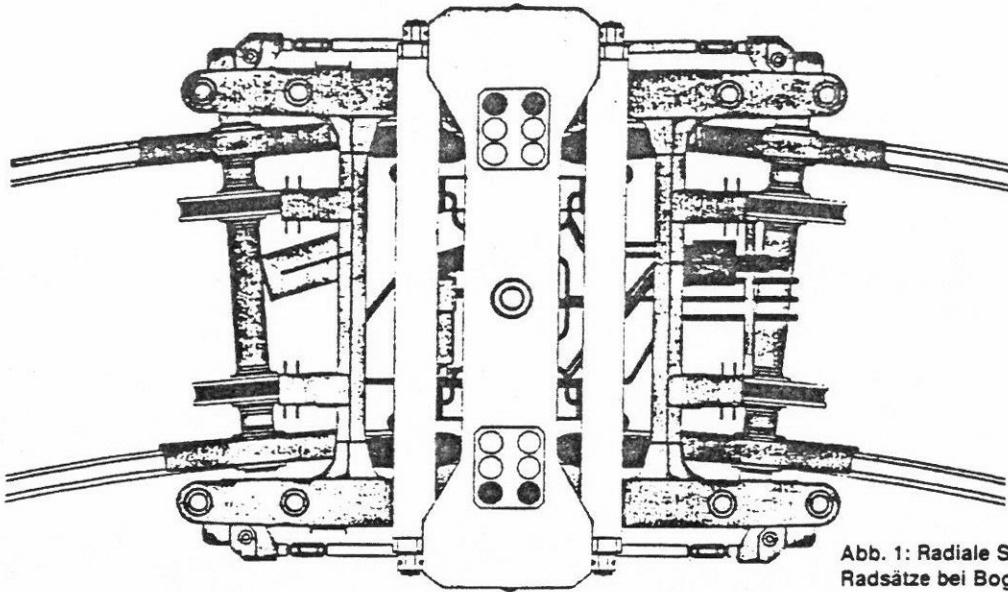


Abb. 1: Radiale Stellung der Radsätze bei Bogenfahrt

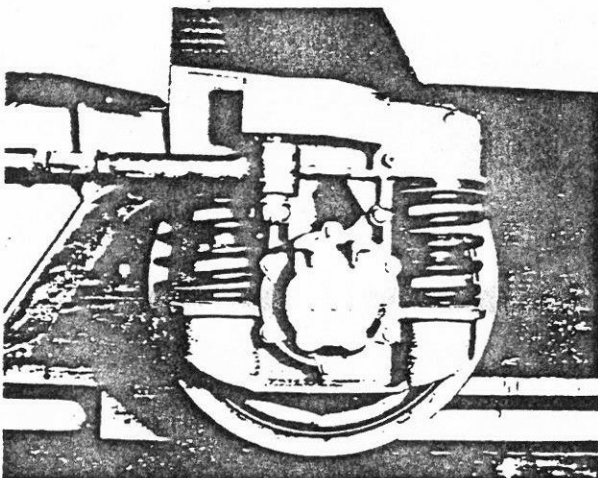
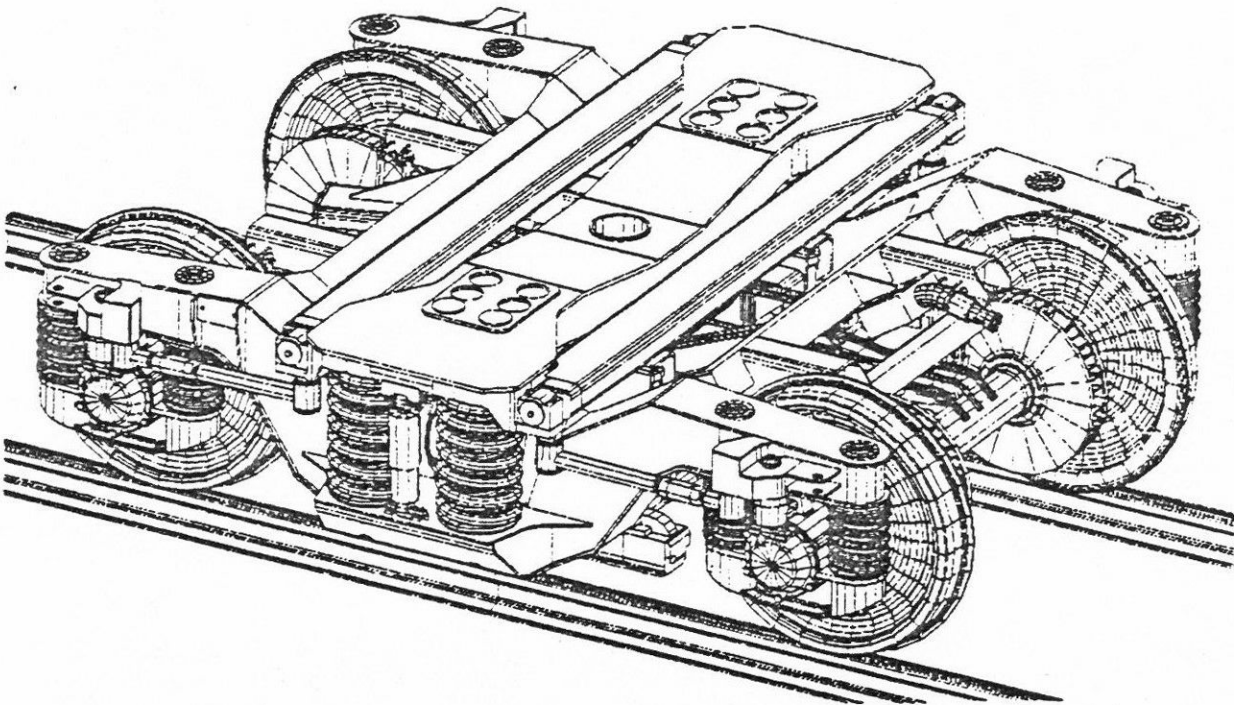
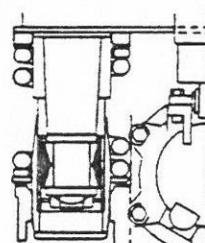
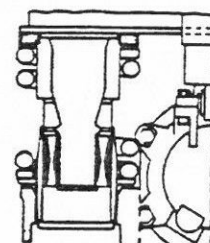


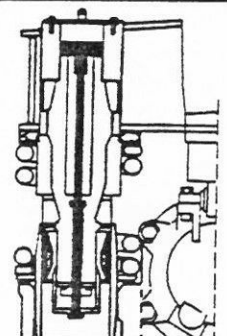
Abb. 3: Laufwerk des Drehgestells SGP-300



HG



R



RV

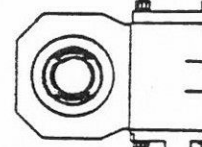
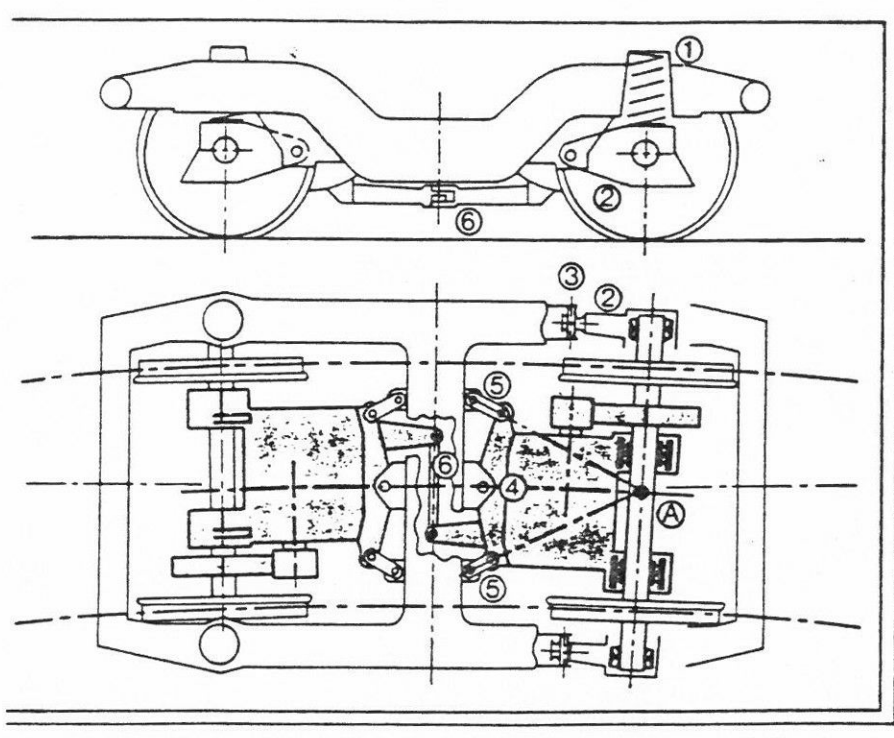


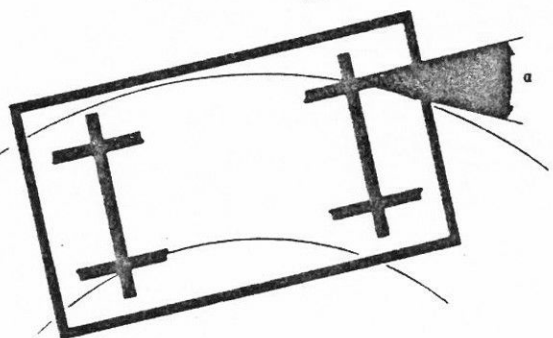
Abb. 4: Radsatzführung der 3 Varianten „HG“, „R“, „RV“

BOGIE B B C

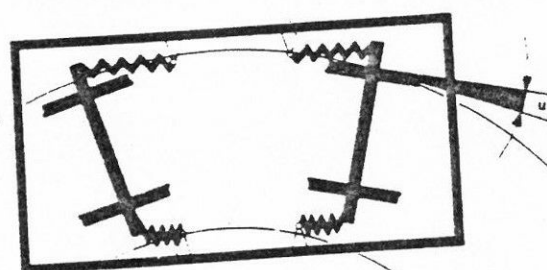


Fahrtrichtung

Fahrtrichtung



a) starr geführt



b) langelastisch geführt

Bild 32. Radsätze im Drehgestell

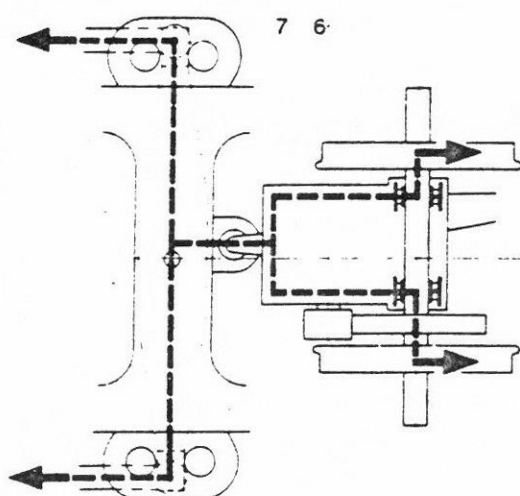


Bild 34 Zugkraftverlauf des Schiebelagerantriebs
 6 Motorgetriebe 7 Gummi-Nasenlager

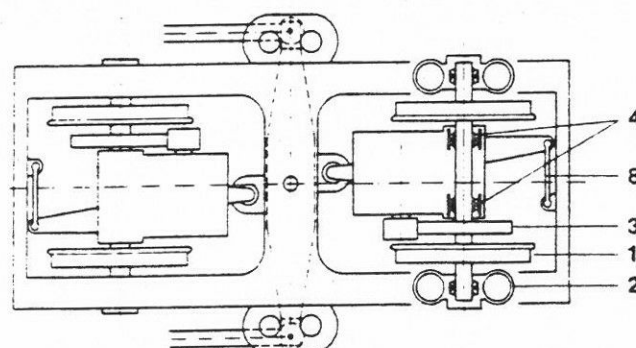
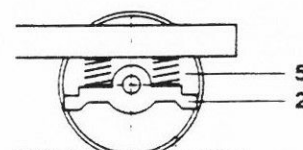


Bild 33 Prinzip des Schiebelagerantriebs für die FO-MOB-GFM-Bahnen

- | | |
|----------------|-----------------------|
| 1 Triebachsatz | 4 Zylinderrollenlager |
| 2 Radsatzlager | 5 Primärfederpaar |
| 3 Querachse | 6 Lenkerstange |

BOGIE B B C

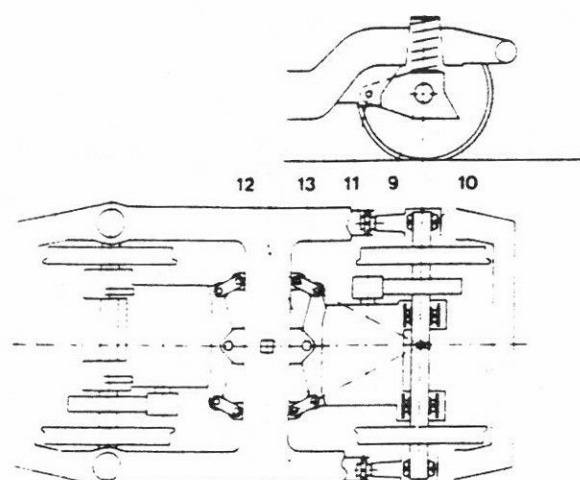


Bild 36 Prinzip des Lenk-Schiebelagerantriebs für die BT-SZU-SBB-Zürcher S-Bahn-Lokomotiven

- 9 Schwingarm Radsatzlager 12 Nasenlager
10 Doppelkegelrollenlager 13 Lenkerpaar
11 Schwingarm

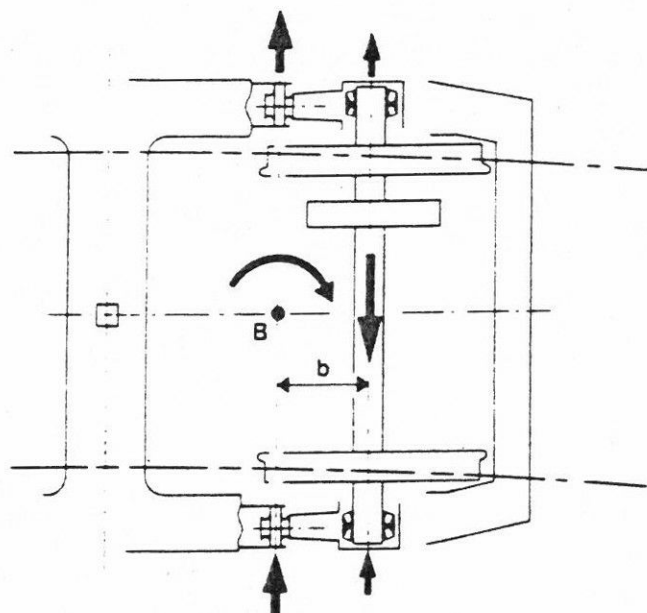


Bild 39: Lenk-Schiebelagerantrieb, Deichseleffekt

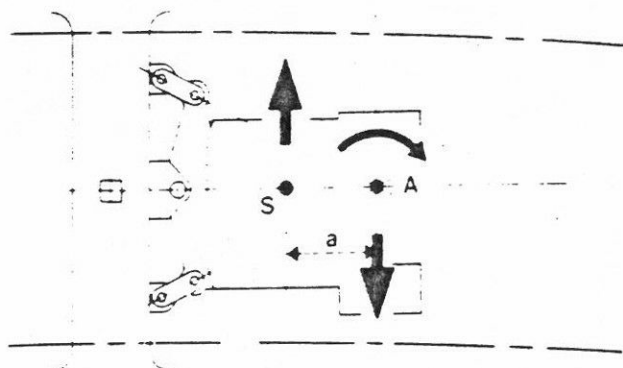


Bild 40: Lenk-Schiebelagerantrieb, Tragheitseffekt

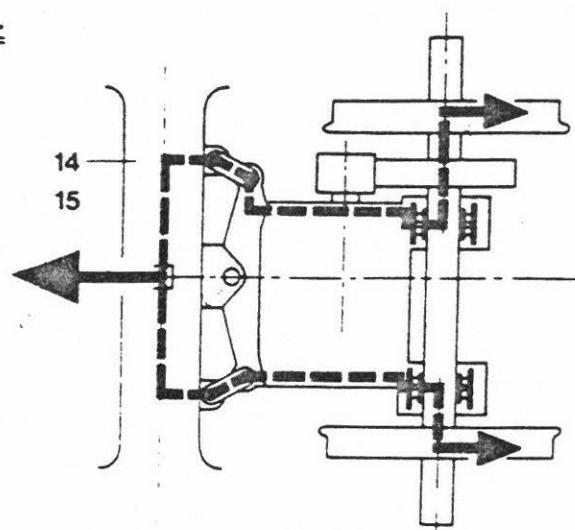


Bild 37: Zugkraftverlauf des Lenk-Schiebelagerantriebs

- 14 Drehgestell-Mittelquerträger
15 Tietzug

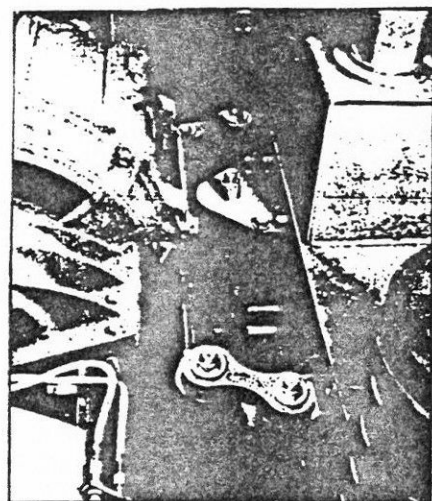


Bild 38: Fahrmotor mit Joch, den paarweise trapezförmig angeordneten Lenkern und Nasenlagern

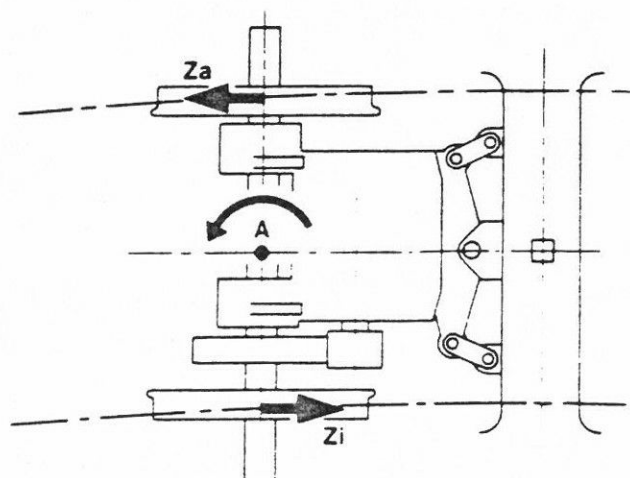


Bild 41: Lenk-Schiebelagerantrieb, Konizitätseffekt

4 - CONCLUSIONS

Les études scientifiques développées dans cette thèse ont permis de mettre au point des modèles mathématiques simulant le comportement d'un véhicule ferroviaire :

- **comportement dynamique** dans le cas d'une circulation à vitesse constante sur une voie en alignement de bonne qualité située dans un plan horizontal,
- **comportement semi-statique** dans le cas d'une circulation à vitesse constante dans une courbe de rayon donné avec insuffisance de dévers.

Les modèles obtenus sont relatifs aux quatre technologies définies ci-après :

- bogies conventionnels à essieux classiques (roues calées rigidement sur les corps d'essieu),
- bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé,
- bogie à roues indépendantes,
- bogies à liaisons directes entre essieux (essieux auto-orientés).

A partir de ces modèles tenant compte de plusieurs non linéarités (dispositifs anti-lacet pour l'alignement ; forces de pseudoglisement pour les courbes) et corrigés au niveau des coefficients de pseudoglisement⁽¹⁾ pour avoir une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux.

Il est possible :

- d'optimiser les caractéristiques de construction des bogies,
- de comparer leurs performances obtenues dans les mêmes conditions expérimentales et
- de justifier scientifiquement les évolutions technologiques en cours de développement dans plusieurs pays qui devraient permettre au système guidé rail-roue d'améliorer ses performances techniques.

La validité des modèles obtenus dans cette étude a été vérifiée en faisant varier la caractéristique du coupleur magnétique C_ϕ .

Pour des valeurs de $C_\phi > 3.10^5$ N.m.s entraînant un couplage serré en rotation, entre les deux roues (essieu rigide), on retrouve des résultats identiques à ceux donnés par le modèle relatif à un véhicule muni de bogies conventionnels.

./.

(1) On a effectué les calculs avec les coefficients de pseudoglisement théoriques, et avec des coefficients réduits $C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$ (ORE). La corrélation faite entre résultats théoriques et expérimentaux lors des essais en ligne effectués avec la rame TGV 001 a donné une valeur légèrement différente des coefficients C_{ij} . Cette valeur minore les résultats de vitesses critiques.

Pour des valeurs de $C_{\varphi} < 10^2$ N.m.s. entraînant un couplage très lâche entre les deux roues, on obtient un modèle qui simule le comportement d'un bogie à roues indépendantes ⁽¹⁾.

Pour des valeurs de C_{φ} comprises entre 10^2 et 3.10^5 N.m.s. le modèle simule le comportement d'un bogie muni d'essieux à pseudoglisement contrôlé.

La validité de la modélisation réalisée est très bonne pour la circulation en alignement et en courbe.

Stabilité trasversale en alignement

Le véhicule circule à vitesse constante sur une voie en alignement de bonne qualité située dans un plan horizontal.

Le guidage des essieux est assuré uniquement par les forces de pseudoglisement et la géométrie de contact (la voie n'intervient pas).

La stabilité transversale est définie par la "vitesse critique" qui est par définition la vitesse maximale que l'on peut atteindre en toute sécurité, avec le véhicule considéré.

Cette vitesse critique dans le cas d'un système linéaire est obtenue en recherchant les valeurs propres de la matrice associée au système différentiel simulant le comportement dynamique du véhicule. Ces valeurs propres dépendent de la vitesse V .

Les fig. 130 à 133 donnent pour les différentes technologies, et les valeurs des paramètres de guidage indiquées (C_{φ} , K_x , K_y) les variations de la vitesse critique du véhicule en fonction de la conicité équivalente " γ_e " ⁽²⁾

./.

(1) Le spin étant négligé, le modèle obtenu est pratiquement identique à celui utilisé par les Ingénieurs de la Société FIAT.

(2) Les courbes des fig. 130 et 131 ont été tracées en prenant des coefficients de KALKER réduits ($C_{ij}^* = 0,67 C_{ij}$). Les résultats obtenus avec les coefficients théoriques sont donnés par les fig. 132 et 133.

De l'examen des courbes obtenues on peut faire les remarques ci-après :

Avec des bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé, et des bogies à roues indépendantes, on obtient des vitesses critiques beaucoup plus élevées que celles que l'on a avec un bogie conventionnel muni d'essieux classiques ($8.10^6 \text{ N/m} < K_x, K_y < 4.10^7 \text{ N/m}$).

Avec des essieux à roues indépendantes, on a des vitesses critiques théoriquement infinies.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{\varphi} = \emptyset \\ K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m} \\ V_c > 300 \text{ m/s} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{\varphi} = 4.10^2 \text{ N.m.s.} \\ K_x = 10^8 \text{ N/m} \\ K_y = 10^8 \text{ N/m} \\ V_c = 225 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

(Courbes 5 et 6 de la fig. 131).

Ces performances sont atteintes sans dispositifs anti-lacet entre caisse et bogies. De plus la vitesse critique est pratiquement indépendante de la conicité équivalente ($\gamma_e < 0,35$) qui caractérise le profil des roues donc le parcours des essieux. C'est un résultat très important.

Pour des essieux à roues indépendantes ($C_{\varphi} < 10^2 \text{ N.m.s}$) les caractéristiques de guidage essieux-châssis de bogie n'ont pas d'influence sur la vitesse critique du véhicule (courbes 5 et 6 des fig. 130 et 131).

Les résultats obtenus avec un bogie conventionnel (bogie TGV - $K_x = 3,90.10^7 \text{ N/m}$, $K_y = 7,85.10^6 \text{ N/m}$ et dispositifs anti-lacet) sont donnés par la courbe 3 des fig. 130 et 131.

La stabilité transversale du véhicule est très influencée par l'usure des roues.

Contrairement aux bogies conventionnels, l'augmentation de la composante transversale de pesanteur (obtenue par une conicité équivalente plus grande) entraîne pour des bogies à roues indépendantes une élévation importante des vitesses critiques.

Pour des valeurs de $C_{\varphi} < 3,5.10^3 \text{ N.m.s}$, l'effet de spin peut engendrer des instabilités à faible vitesse, relatives à un mode non oscillatoire lié au fonctionnement du coupleur. Ces instabilités à faible vitesse disparaissent quand on effectue les calculs avec des coefficients de pseudoglisement réduits.

Pour des valeurs de K_s et K_b situées dans des fourchettes bien définies centrées sur la valeurs suivantes $K_s = 10^7$ N/m ; $K_b = 5.10^6$ N/m, il est possible d'obtenir avec un bogie à liaisons directes entre essieux des vitesses critiques supérieures à celles d'un bogie conventionnel.

CIRCULATION EN COURBE

Courbes de grand rayon : $R_c > 1000$ m

En supposant un comportement semi-statique du véhicule (forces d'inertie et forces d'amortissement négligées), les fig. 134 à 142 donnent pour les quatre technologies considérées, et pour 3 valeurs de la conicité équivalente ($\gamma_e = 0,13$; $0,20$; $0,30$).

- les variations des déplacements transversaux, et les angles de lacet de l'essieu directeur du bogie avant (y_{11}, α_{11}).
- les variations de la puissance totale dissipée au droit des deux essieux (P_{ct}), en fonction du rayon de courbure R_c .

Les caractéristiques de construction des différentes technologies ont été optimisées à partir des résultats obtenus au cours d'étude.

Afin de montrer l'influence des caractéristiques de guidage des essieux K_x , K_y , et des dispositifs anti-lacet, on a considéré pour le bogie conventionnel les 3 configurations ci-après :

$K_x = 8.10^6$ N/m	$K_x = 3,90.10^7$ N/m	$K_x = 3,90.10^7$ N/m
$K_y = 10^7$ N/m	$K_y = 7.85.10^6$ N/m	$K_y = 7.85.10^6$ N/m
$\bar{K}_o = \emptyset$ (sans anti-lacet)	$\bar{K}_o = \emptyset$ (sans anti-lacet) bogies TGV	(1) $\bar{K}_o = 3.10^6$ N/m (avec anti-lacet) bogies TGV.

- (1) En supposant un angle de seuil des dispositifs anti-lacet égal à 3 mrad (mesuré sur la plaque tournante de Vitry), et une position tangente du bogie en courbe de grand rayon on peut écrire que l'effet des anti-lacet aura disparu quand :

$$\frac{\bar{A}}{R_c} \geq \alpha_A \implies \frac{\gamma}{R_c} \geq 3.10^{-3} \text{ rad}$$

soit $R_c \approx 3000$ m

$\frac{\bar{A}}{R_c}$: angle d'inscription du bogie dans la voie.

Pour le bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé on a retenu les deux valeurs : $C_{\varphi} = 3,5 \cdot 10^3$ et $4 \cdot 10^2$ N.m.s.

Dans les courbes de grand rayon $R_c > 1\ 000$ m, le contact boudin roue-rail est évité pour tous les bogies retenus avec les trois conicités équivalentes ($\gamma_e = 0,13 ; 0,20 ; 0,30$).

Pour les mêmes conicités le tableau de la page 426 donne pour les sept bogies considérés les conditions de glissement.

Avec des bogies à essieux auto-orientés le glissement est évité dans des courbes de rayon $R_c > 1\ 000$ m.

Avec des bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé, et à roues indépendantes, le glissement est indépendant de la conicité équivalente.

On peut circuler sans glissement dans des courbes $R_c > 2\ 300$ m.

Dans le cas de bogies à essieux conventionnels le glissement apparaît dans des courbes de rayons plus élevés ($R_c \approx 3\ 500$ m). Les dispositifs anti-lacet favorisent l'apparition du glissement.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Bogies TGV} \\ \text{sans dispositifs anti-lacet} \\ R_c = 3\ 500 \text{ m} \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \text{Bogies TGV} \\ \text{avec dispositifs anti-lacet} \\ R_c = 6\ 500 \text{ m} \end{array} \right)$$

De l'examen des courbes des fig. 134 à 142 on peut faire les remarques suivantes :

- pour une même valeur de γ_e les déplacements transversaux " y_{11} " et les angles de lacet " α_{11} " de l'essieu directeur sont plus élevés avec des essieux à roues indépendantes et à pseudoglisement contrôlé.

L'augmentation de la conicité équivalente a peu d'influence sur l'apparition du glissement ; par contre, elle entraîne une diminution importante du déplacement transversal " y_{11} ".

Avec un bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé ayant une stabilité transversale indépendante de la conicité équivalente ($\gamma_e < 0,35$), il est possible avec cette technologie de circuler avec des roues ayant un profil plus usé ; ce qui améliore le comportement du véhicule dans les courbes de grand rayon.

Technologie	Caractéristiques de guidage	Apparition du glissement		
		$\gamma_e = 0,13$	$\gamma_e = 0,20$	$\gamma_e = 0,30$
Essieux conventionnels (sans anti-lacet)	$K_x = 8 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_0 = \emptyset$	$R_c = 2600 \text{ m}$	$R_c = 2400 \text{ m}$	$R_c = 2200 \text{ m}$
Essieux conventionnels (sans anti-lacet)	$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $\bar{K}_0 = \emptyset$	$R_c = 3450 \text{ m}$	$R_c = 3500 \text{ m}$	$R_c = 3600 \text{ m}$
Bogie I.G.V.	$K_x = 3,9 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $\bar{K}_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$R_c = 6400 \text{ m}$	$R_c = 6300 \text{ m}$	$R_c = 6300 \text{ m}$
Essieux à pseudoglissement contrôlé (sans asservissement)	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s.}$	$R_c = 2300 \text{ m}$	$R_c = 2150 \text{ m}$	$R_c = 2000 \text{ m}$
Essieux à pseudoglissement contrôlé (avec asservissement)	$K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 4 \cdot 10^2 \text{ N.m.s.}$	$R_c = 1600 \text{ m}$	$R_c = 1600 \text{ m}$	$R_c = 1600 \text{ m}$
Essieux à roues indépendantes	$K_x = K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\varphi = \emptyset$	$R_c = 1400 \text{ m}$	$R_c = 1400 \text{ m}$	$R_c = 1400 \text{ m}$
Essieux auto-orientés	$K_b = \emptyset$ $K_s = 10^7 \text{ N/m}$ $K_x = K_y = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	$R_c < 1000 \text{ m}$	$R_c < 1000 \text{ m}$	$R_c < 1000 \text{ m}$

$$\text{Avec } K_x = K_y = 10^7 \text{ N/m}$$

$$C_\varphi = 4.10^2 \text{ N.m.s}$$

$$\gamma_e = 0,20$$

le glissement apparaît dans une courbe de rayon $R_c = 1\ 600 \text{ m}$; les déplacements transversaux de l'essieu directeur sont inférieurs à ceux obtenus avec un bogie T.G.V.

Le tableau de la page 428 résume les principaux résultats.

Les fig. 140 à 142 donnent pour trois conicités équivalentes $\gamma_e = 0,13, 0,20$ et $0,30$, les variations de la puissance totale dissipée au droit des deux essieux d'un bogie en fonction de R_c .

La puissance dissipée au contact est à l'origine de l'usure des roues et des rails, et du bruit de roulement.

La puissance dissipée est minimale avec un bogie à essieux auto-orientés (courbes 7) ; par contre elle est maximale avec un bogie conventionnel ayant des caractéristiques de guidage élevées (bogies TGV avec dispositifs anti-lacet, courbes 3).

L'augmentation de la caractéristique du coupleur magnétique C_φ entraîne une diminution de la puissance dissipée (courbes 4).

Courbes de faible rayon $R_c \leq 500 \text{ m}$

Les fig. 143 à 146 donnent pour six bogies considérés les variations des efforts de guidage engendrés au droit de l'essieu directeur, en fonction de la conicité équivalente γ_e dans des courbes de rayon : R_c 100, 200, 300 et 500 m.

Les résultats obtenus dépendent des valeurs numériques des paramètres prises pour effectuer les calculs (charge par roue : N, coefficient de frottement roue-rail : μ ; jeu dans la voie ; accélération centrifuge non compensée : IND, etc...

Les valeurs de ces paramètres sont indiquées sur les fig. 143 à 146.

Avec un bogie à essieux auto-orientés $K_s = 10^7 \text{ N/m}$; $K_x d^2 = 8.10^5 \text{ N.m}$, on peut circuler sans contact boudin-roue-rail dans des courbes de rayon

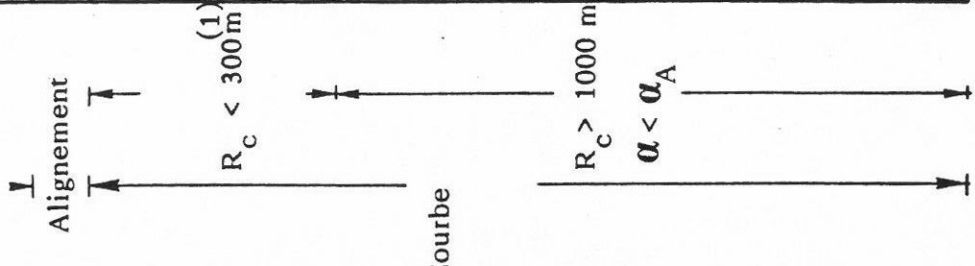
$R_c < 200 \text{ m}$ avec des essieux ayant une conicité équivalente $\gamma_e > 0,15$.

- (1) Dans les courbes $R_c = 100, 200, 300$
l'angle de lacet bogie caisse est
supérieur à α_A ($\alpha_A =$ angle de
seuil $\approx 3.10^{-3}$ rad)
La raideur angulaire des dispositifs
anti-lacet est dans ces conditions
très faible.

(2)

Sans dispositifs anti-lacet on
a glissement dans les courbes
 $R_c \leq 3400$ m ($\gamma_e = 0,10$)

$C_{ij}^* =$ $0,67 C_{ij}$	Essieux conventionnels (Bogie TGV)	Essieux à pseudoglissement contrôlé
	$K_x = 3,9.10^7$ N/m, $K_y = 7,85.10^6$ N/m $\bar{K}_o = 3.10^6$ N/m, $\gamma_e = 0,10$	$K_x = 10^7$ N/m, $K_y = 10^7$ N/m $C_\phi = 4.10^2$ N.m.s, $\gamma_e = 0,20$
V_c (m/sec.)	128,5	241,5
R_c (m)	y_{11} (mm)	y_{11} (mm)
100	contact + 22,5	contact + 22,5
200	contact + 12,5	contact + 12,5
300	contact + 10,0	contact + 10,0
1000		
2000		
3000		
4000		
5000		
6000		
7000		
8000		
9000		
10000		



Le tableau de la page 430 donne pour :

- un bogie à essieux auto-orientés,
- un bogie muni d'essieux conventionnels
- un bogie à essieux à pseudoglisement contrôlé et à roues indépendantes.

Les efforts de guidage F_{11} développés au niveau de l'essieu directeur dans des courbes de rayon $R_c = 100 ; 200 ; 300$ et 500 m, on a considéré deux valeurs de la conicité équivalente : $\gamma_e = 0,10$ et $0,20$.

Avec les profils de roues utilisés actuellement sur le matériel conventionnel on a toujours contact au niveau de l'essieu directeur dans les courbes de rayon $R_c \leq 500$ m.

Avec des bogies munis d'essieux à pseudoglisement contrôlé et à roues indépendantes, il est possible de circuler dans des courbes de faible rayon $R_c < 300$ m en engendrant des efforts de guidage (25 kN) très inférieurs à la limite de ripage de la voie.

En conclusion de ce mémoire, on peut dire que la technologie des bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé et à roues indépendantes permet d'obtenir :

en alignement :

des vitesses critiques très élevées supérieures à 500 km/h (donc une stabilité transversale améliorée).

Ces vitesses élevées sont obtenues sans dispositifs anti-lact.

La vitesse critique est pratiquement indépendante de la conicité équivalente ($\gamma_e < 0,35$), donc de l'usure des roues.

Avec cette nouvelle technologie on peut espérer obtenir à des vitesses supérieures à 300 km/h des parcours d'essieux entre reprofilages supérieurs à 1 200 000 - 1 500 000 km. Il sera également possible de circuler à des vitesses très élevées sur des voies dont les tolérances de pose et d'entretien (en particulier sur l'écartement des rails) seront moins sévères.

en courbe :

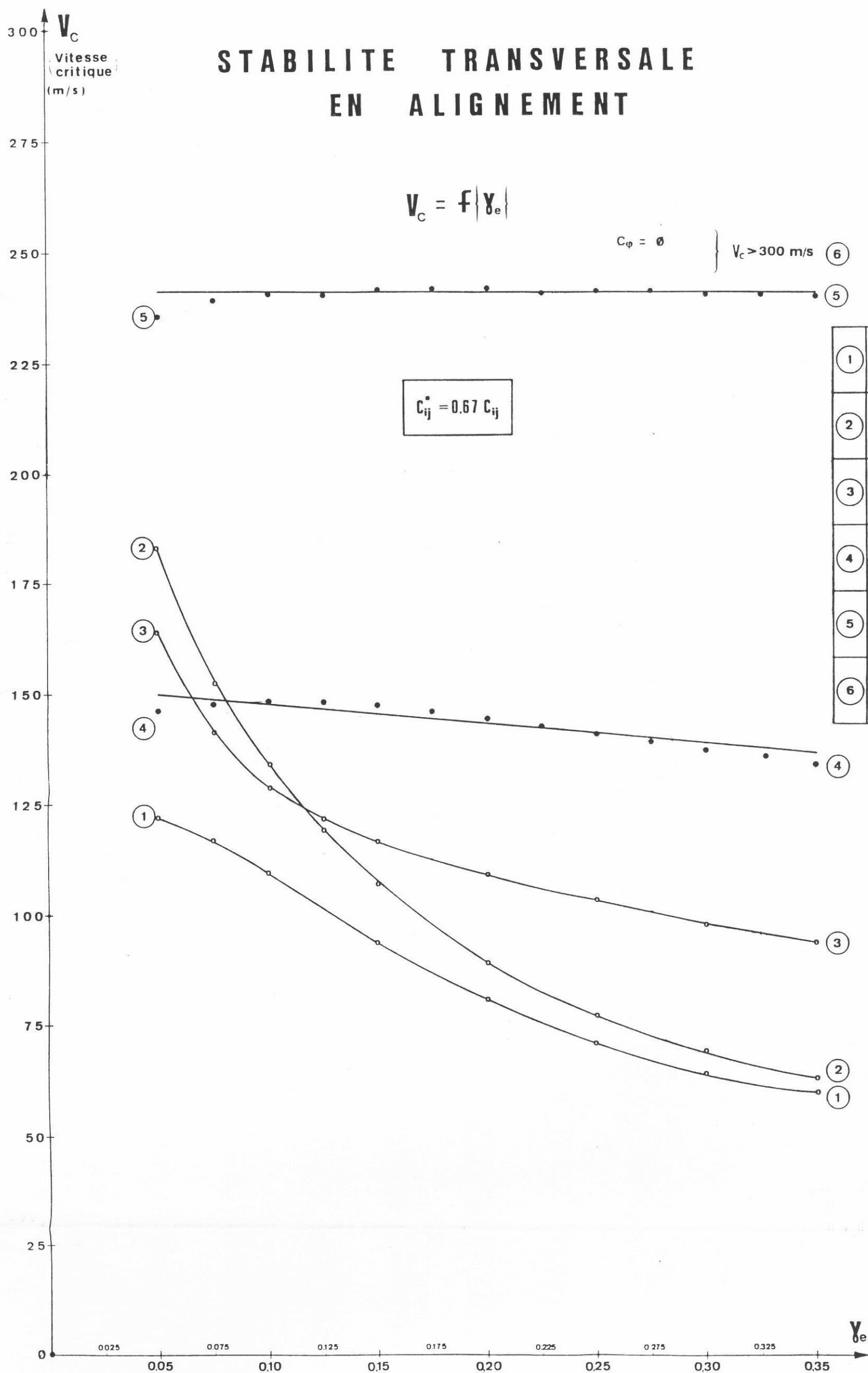
une réduction des efforts de guidage dans les courbes de faible rayon, et un meilleur comportement des essieux dans les courbes de grand rayon (glissement retardé et déplacements transversaux réduits).

Technologie	Efforts de guidage F_{11} (kN)					
	$R_c = 100 \text{ m}$		$R_c = 200 \text{ m}$		$R_c = 300 \text{ m}$	
	$\gamma_e = 0,10$	$\gamma_e = 0,20$	$\gamma_e = 0,10$	$\gamma_e = 0,20$	$\gamma_e = 0,10$	$\gamma_e = 0,20$
Essieux auto-orientés (courbes 3)	76,0	ø	55,0	ø	32,0	ø
Essieux classiques (courbes 1 et 2)	79,5	27,0	59,0	21,0	44,5	10,8
Essieux à roues libres (courbes 4, 5 et 6)	60,0	18,5	46,0	23,0	35,0	16,5
						2,0

Les possibilités d'un essieu à pseudoglisement contrôlé peuvent être améliorées en asservissant les caractéristiques du coupleur magnétique C_{φ} à la vitesse du véhicule.

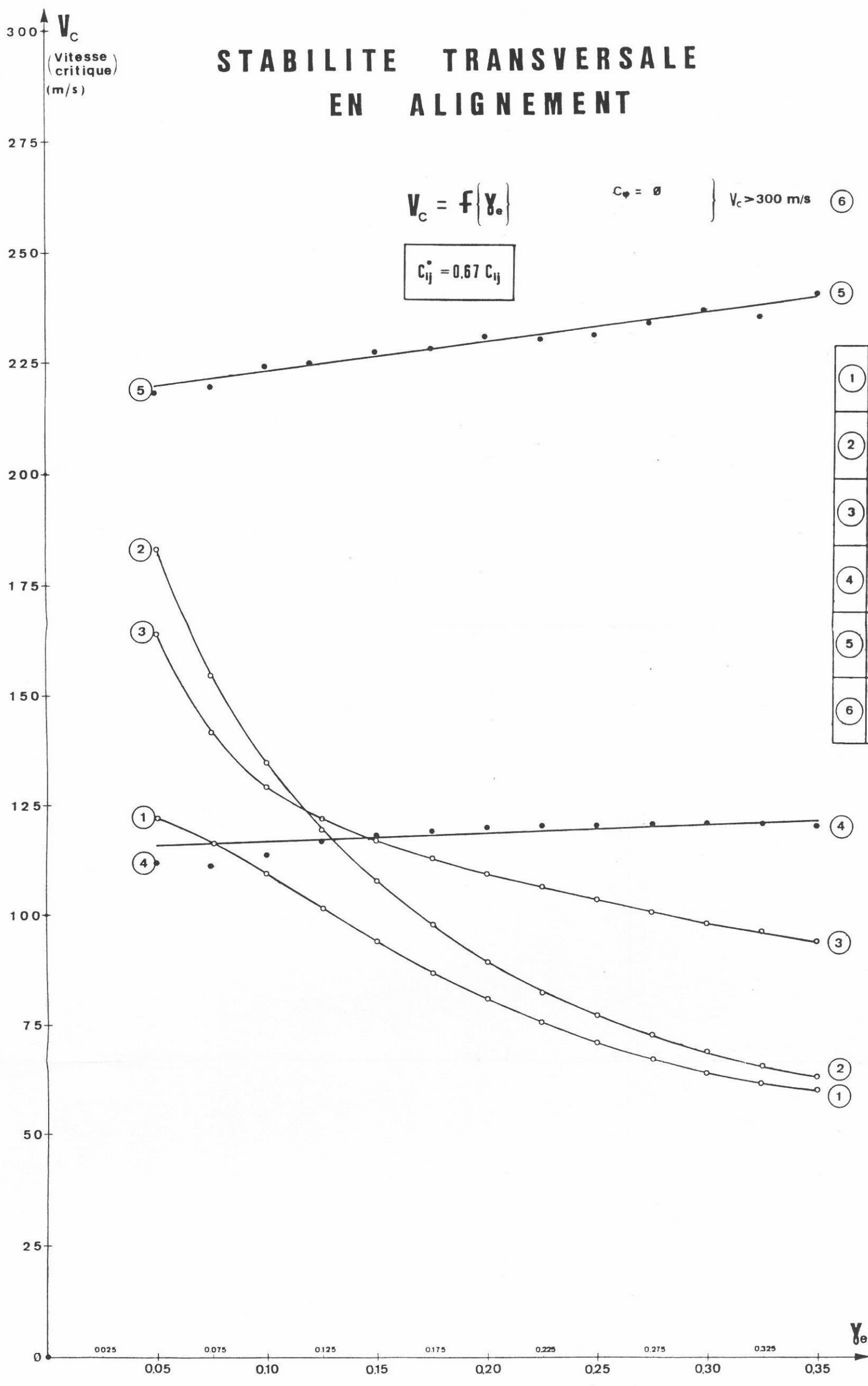
Une étude est actuellement en cours sous la direction de M. JOLY.

La technologie des bogies à essieux à pseudoglisement contrôlé et à roues indépendantes, en cours de développement dans plusieurs pays doit permettre au système guidé rail-roue d'améliorer ses performances techniques et économiques et de lutter efficacement contre les autres moyens de transport.



(1)	$K_x = 8.10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
(2)	$K_x = 8.10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_o = 3.10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (avec anti-lacet)
(3)	$K_x = 3.90.10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85.10^6 \text{ N/m}$ $\bar{K}_o = 3.10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V.)
(4)	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\phi = 3.5.10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
(5)	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\phi = 4.10^2 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
(6)	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\phi = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

FIG: 130

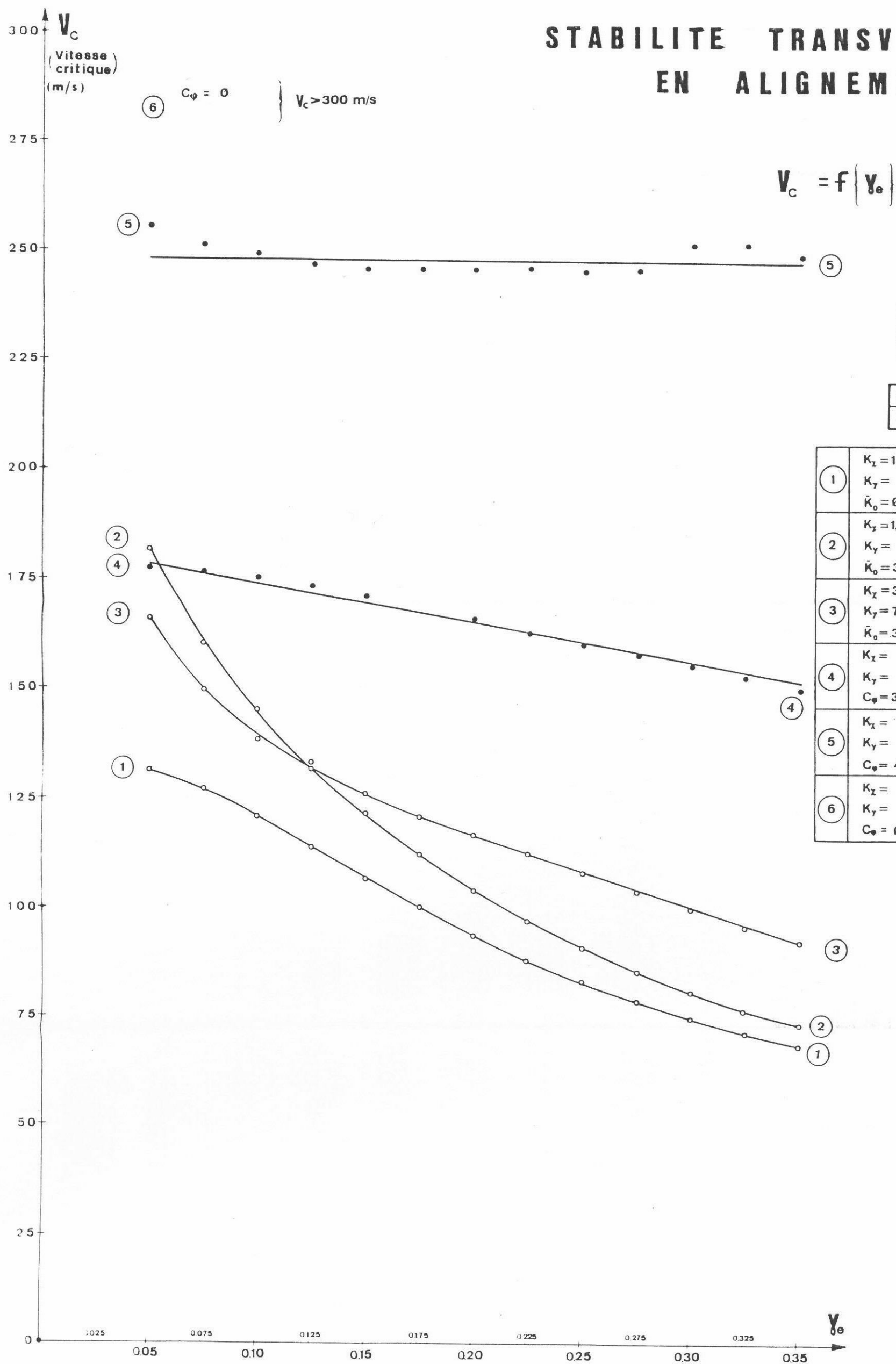


$e_s = 0.75 \text{ m}$	$2a = 3.0 \text{ m}$
$z_s = 0.45 \text{ m}$	$N = 70300 \text{ N}$

(1)	$K_x = 8.10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_s = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
(2)	$K_x = 8.10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_s = 3.10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (avec anti-lacet)
(3)	$K_x = 3.90.10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85.10^6 \text{ N/m}$ $\bar{K}_s = 3.10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
(4)	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 3.5.10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
(5)	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 4.10^2 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
(6)	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

FIG: 131

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT



1	$K_x = 1,5 \cdot 10^7$ N/m $K_y = 10^7$ N/m $\bar{K}_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
2	$K_x = 1,5 \cdot 10^7$ N/m $K_y = 10^7$ N/m $\bar{K}_o = 3 \cdot 10^6$ N/m	ESSIEUX CONVENTIONNELS (avec anti-lacet)
3	$K_x = 3,90 \cdot 10^7$ N/m $K_y = 7,85 \cdot 10^6$ N/m $\bar{K}_o = 3 \cdot 10^6$ N/m	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
4	$K_x = 10^7$ N/m $K_y = 10^7$ N/m $C_\phi = 3,5 \cdot 10^3$ N.m.s	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
5	$K_x = 10^7$ N/m $K_y = 10^7$ N/m $C_\phi = 4 \cdot 10^2$ N.m.s	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE (asservissement)
6	$K_x = 10^8$ N/m $K_y = 10^8$ N/m $C_\phi = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES (spin = 0)

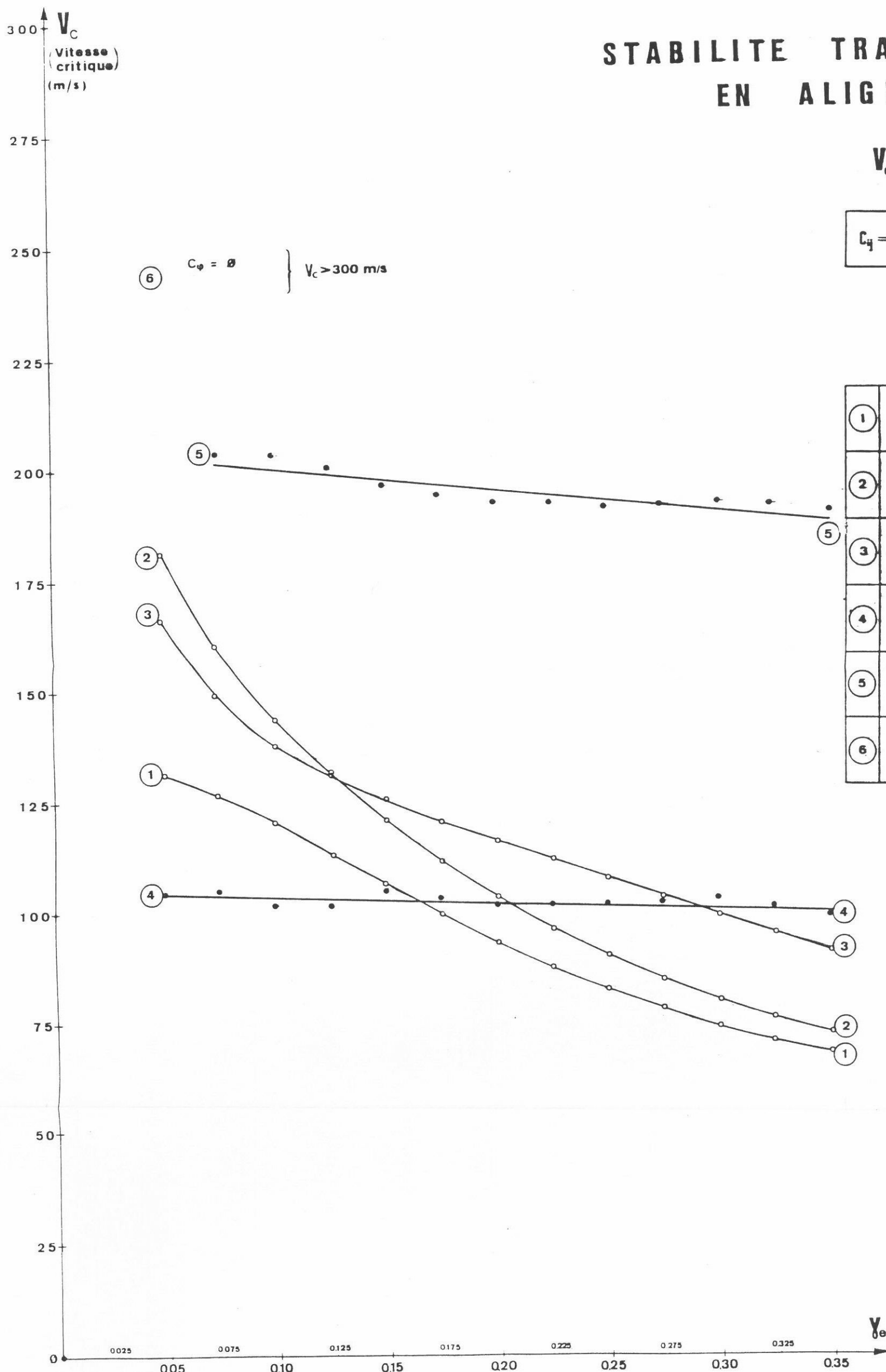
FIG: 132

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

$$V_c = f(\gamma_0)$$

$$C_y = C_{y \text{ théorique}}$$

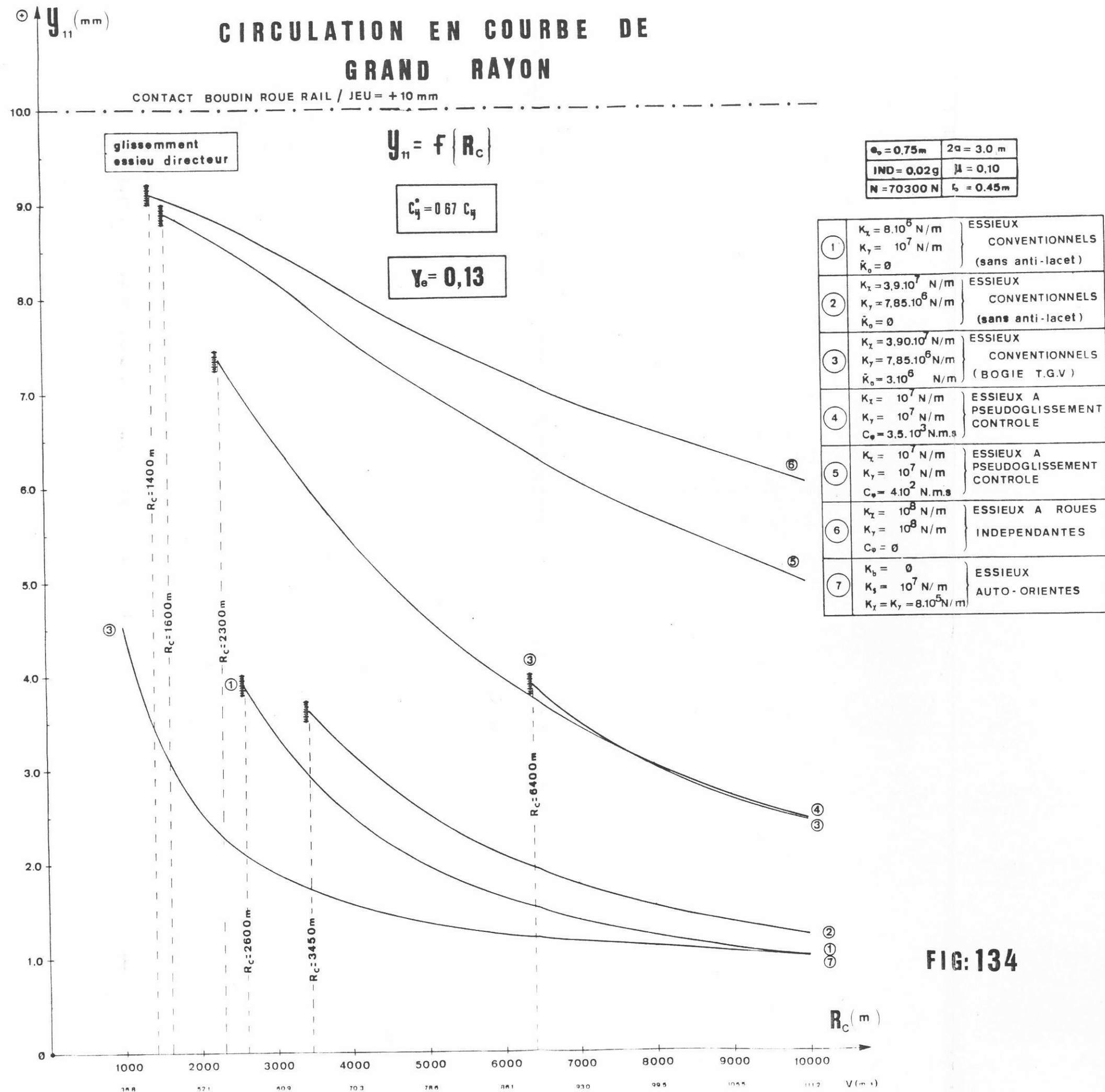
$a_0 = 0.75 \text{ m}$	$2a = 3.0 \text{ m}$
$L = 0.45 \text{ m}$	$N = 70300 \text{ N}$



⑥ $C_\phi = 0$ } $V_c > 300 \text{ m/s}$

①	$K_x = 1.50 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_0 = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
②	$K_x = 1.50 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (avec anti-lacet)
③	$K_x = 3.90 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $\bar{K}_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
④	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\phi = 3.5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
⑤	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\phi = 4 \cdot 10^2 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE asservissement
⑥	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\phi = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES (spin = 0)

FIG:133



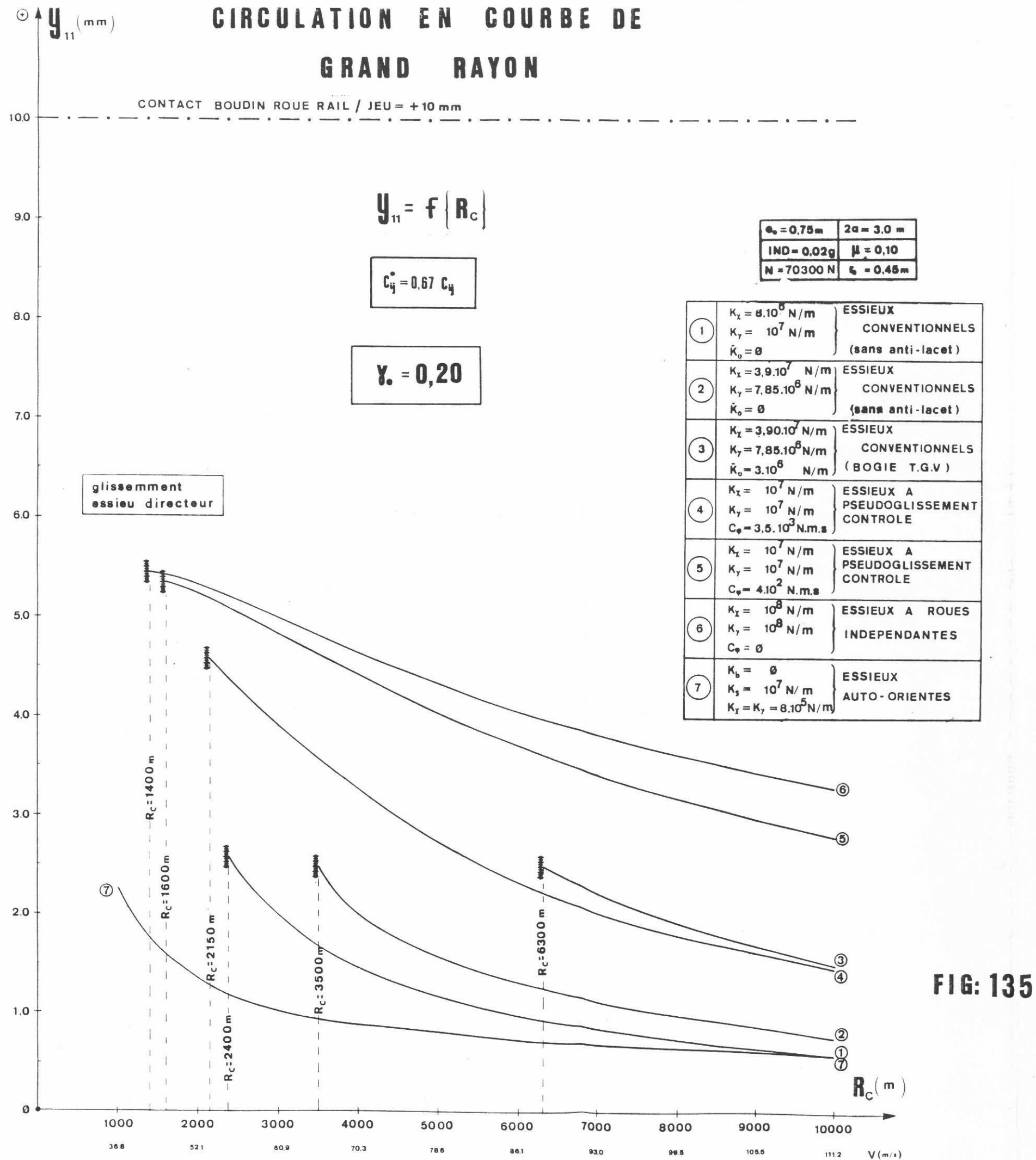


FIG: 135

CIRCULATION EN COURBE DE GRAND RAYON

438.

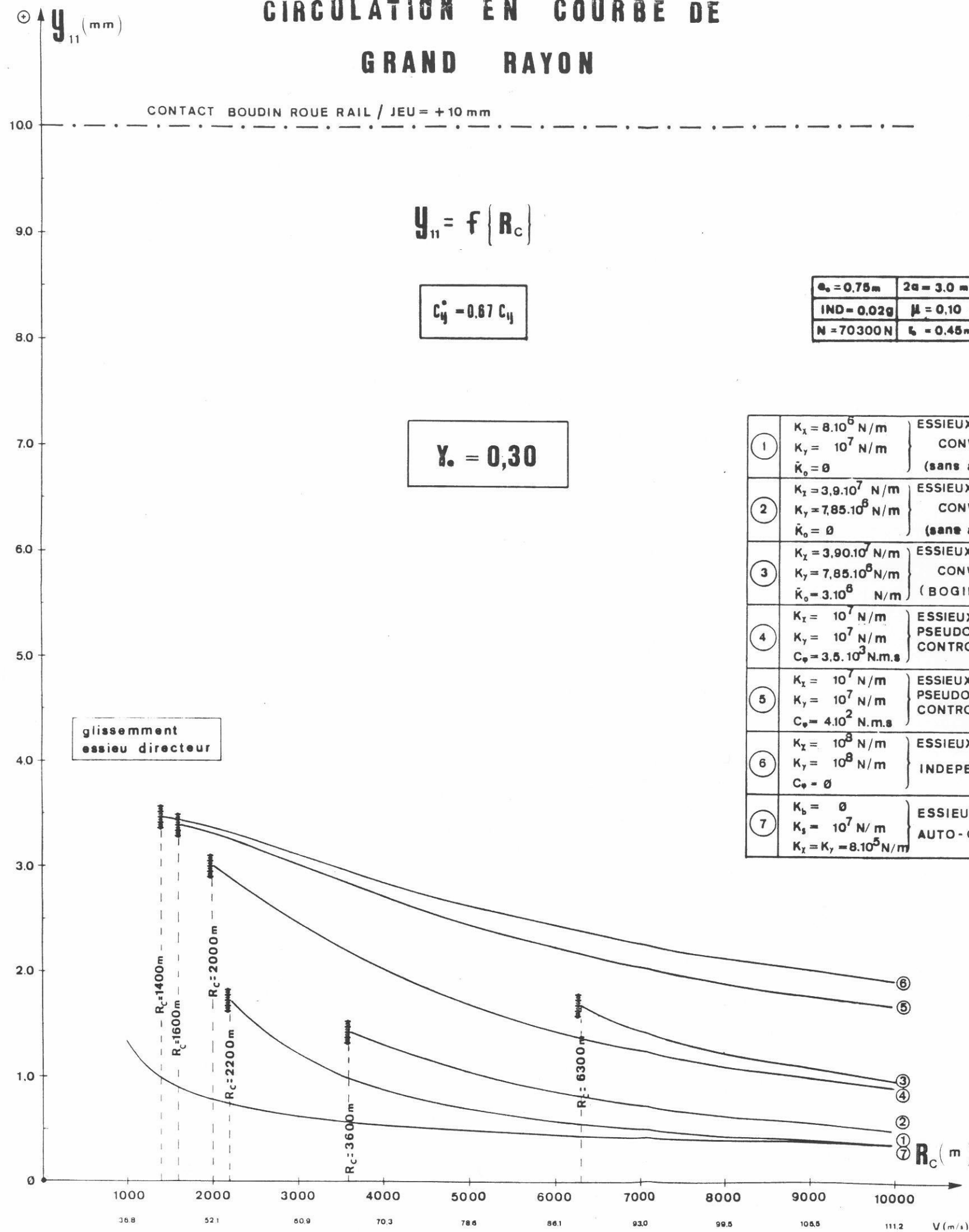


FIG: 136

α_{11} (mrad)

2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0

CIRCULATION EN COURBE DE GRAND RAYON

$$\alpha_{11} = f(R_c)$$

$$\gamma_e = 0,13$$

glissement
essieu directeur

$$C_{ij} = 0,67 C_{ij}$$

$e_o = 0,75m$	$2a = 3,0m$
$IND = 0,02g$	$\mu = 0,10$
$N = 70300N$	$l_o = 0,45m$

①	$K_x = 8 \cdot 10^5 N/m$ $K_y = 10^7 N/m$ $K_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
②	$K_x = 3,9 \cdot 10^7 N/m$ $K_y = 7,85 \cdot 10^6 N/m$ $K_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
③	$K_x = 3,9 \cdot 10^7 N/m$ $K_y = 7,85 \cdot 10^6 N/m$ $K_o = 3 \cdot 10^6 N/m$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
④	$K_x = 10^7 N/m$ $K_y = 10^7 N/m$ $C_\phi = 3,5 \cdot 10^3 N.m.s$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
⑤	$K_x = 10^7 N/m$ $K_y = 10^7 N/m$ $C_\phi = 4 \cdot 10^2 N.m.s$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
⑥	$K_x = 10^8 N/m$ $K_y = 10^8 N/m$ $C_\phi = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES
⑦	$K_b = 0$ $K_s = 10^7 N/m$ $K_x = K_y = 8 \cdot 10^5 N/m$	ESSIEUX AUTO-ORIENTES

FIG:137

1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000 10000
36.8 52.1 60.9 70.3 78.6 86.1 93.0 99.5 105.5 111.2
 $R_c (m)$
 $V (m/s)$

CIRCULATION EN COURBE DE GRAND RAYON

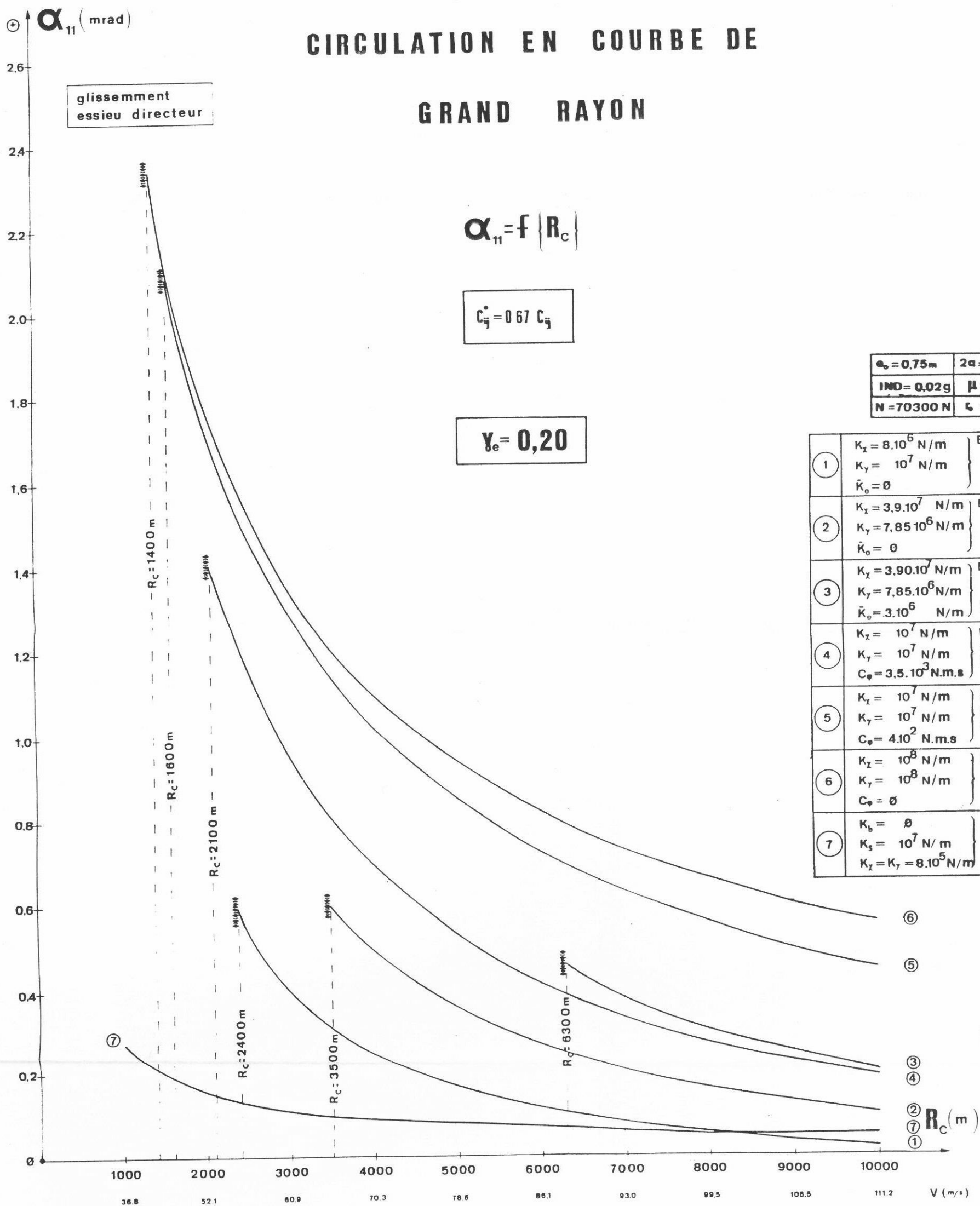


FIG:138

α_{11} (mrad)

CIRCULATION EN COURBE DE GRAND RAYON

glissement
essieu directeur

$$\alpha_{11} = f(R_c)$$

$$C_{ij}^* = 0.67 C_{ij}$$

$$\gamma_e = 0,30$$

$e_o = 0.75 \text{ m}$	$2a = 3.0 \text{ m}$
$IND = 0.02 \text{ g}$	$\mu = 0.10$
$N = 70300 \text{ N}$	$l_o = 0.45 \text{ m}$

①	$K_x = 8.10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $\bar{K}_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
②	$K_x = 3.9.10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85.10^6 \text{ N/m}$ $\bar{K}_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
③	$K_x = 3.90.10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85.10^6 \text{ N/m}$ $\bar{K}_o = 3.10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
④	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 3.5.10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
⑤	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 4.10^2 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
⑥	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\varphi = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES
⑦	$K_b = 0$ $K_s = 10^7 \text{ N/m}$ $K_x = K_y = 8.10^5 \text{ N/m}$	ESSIEUX AUTO-ORIENTES

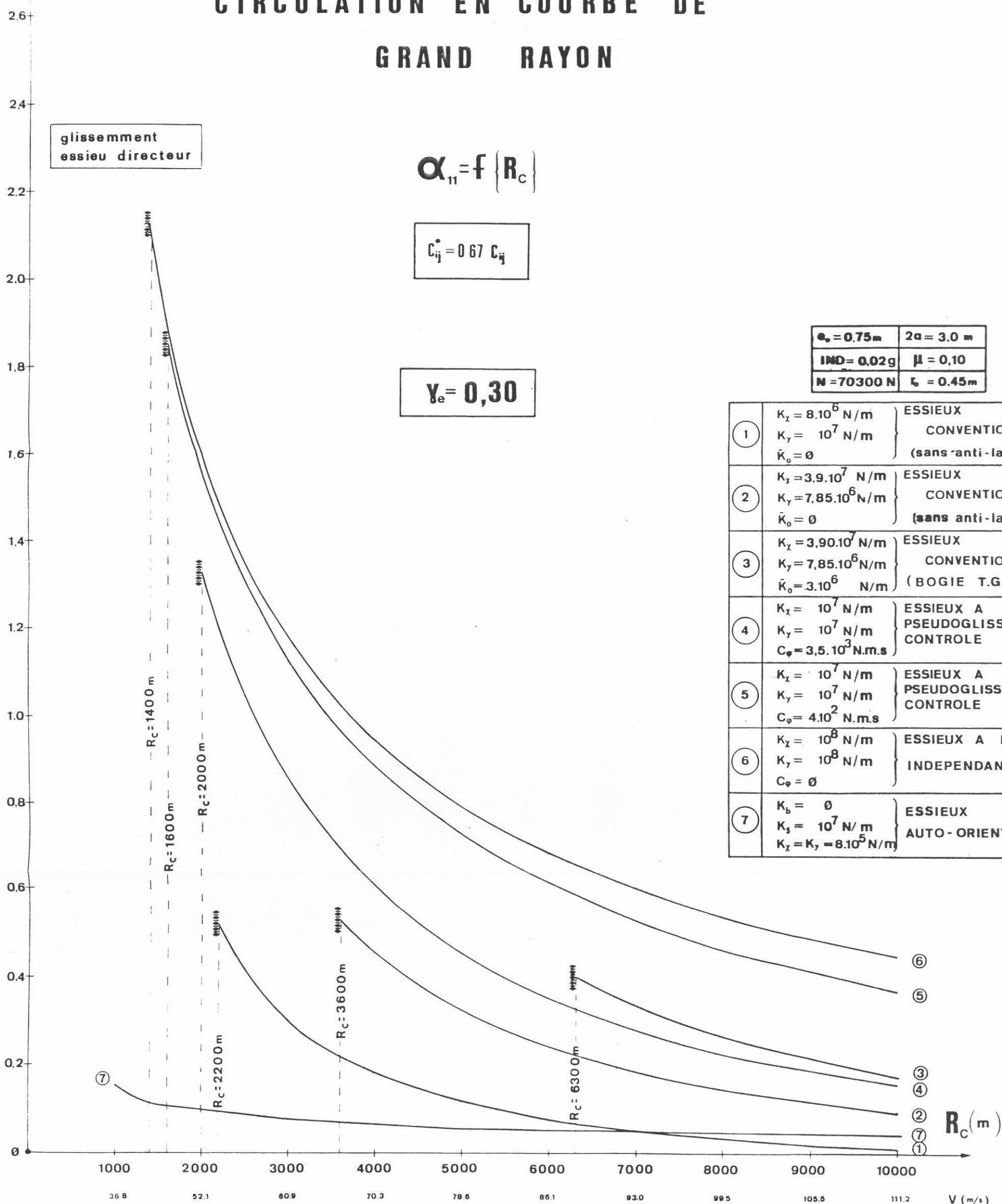


FIG:139

CIRCULATION EN COURBE DE
GRAND RAYON

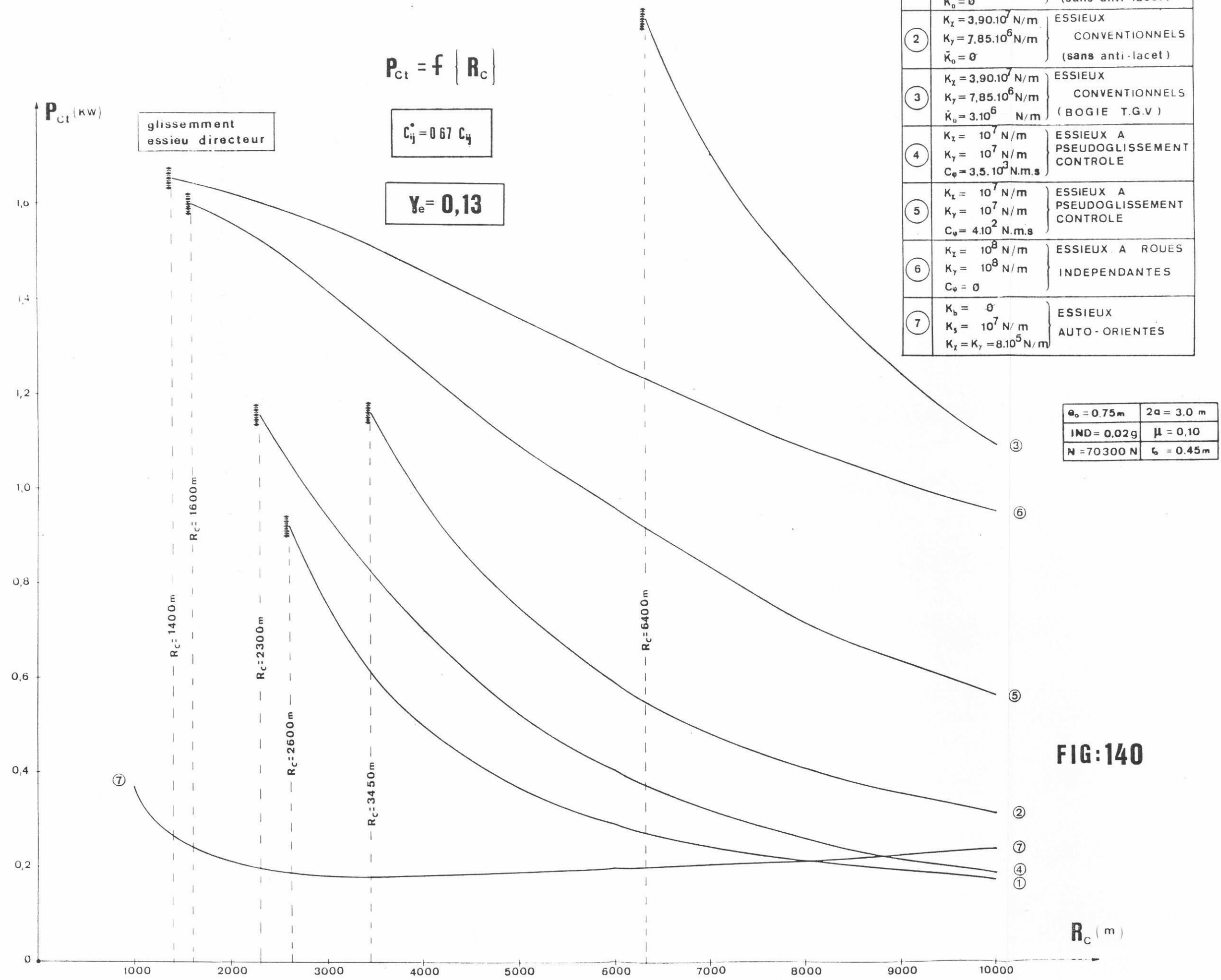


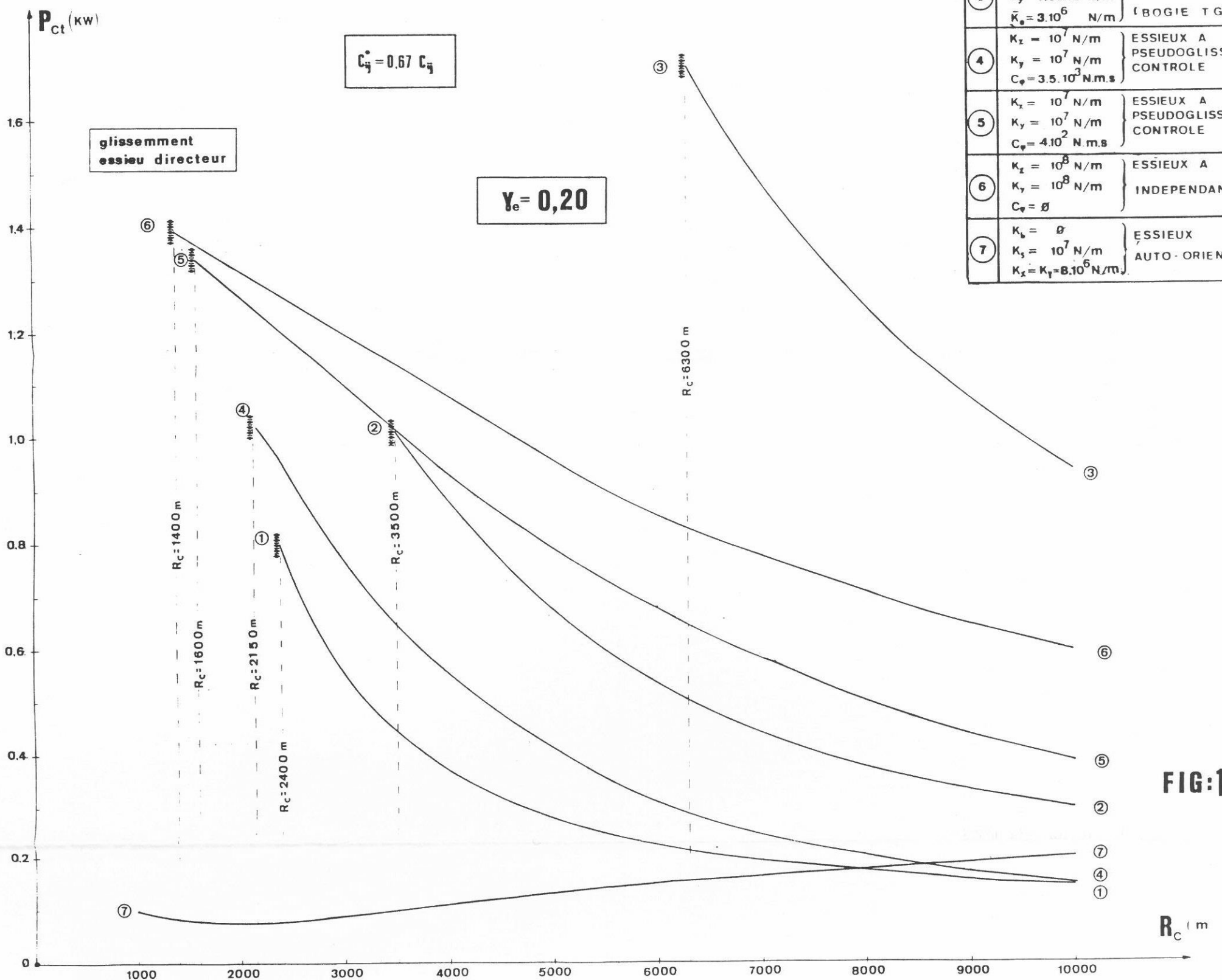
FIG:140

CIRCULATION EN COURBE DE GRAND RAYON

$$P_{ct} = f |R_c|$$

$$C_{q^*} = 0.67 C_q$$

$$\gamma_e = 0,20$$



1	$K_x = 8 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $K_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
2	$K_x = 3.90 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (sans anti-lacet)
3	$K_x = 3.90 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_o = 3 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE TGV)
4	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_q = 3.5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGILISSEMENT CONTROLE
5	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_q = 4 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGILISSEMENT CONTROLE
6	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_q = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES
7	$K_o = 0$ $K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 8 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX AUTO-ORIENTES

FIG:141

CIRCULATION EN COURBE DE GRAND RAYON

$e_0 = 0.75 \text{ m}$	$2a = 3.0 \text{ m}$
$\text{IND} = 0.02 \text{ g}$	$\mu = 0.10$
$N = 70300 \text{ N}$	$L = 0.45 \text{ m}$

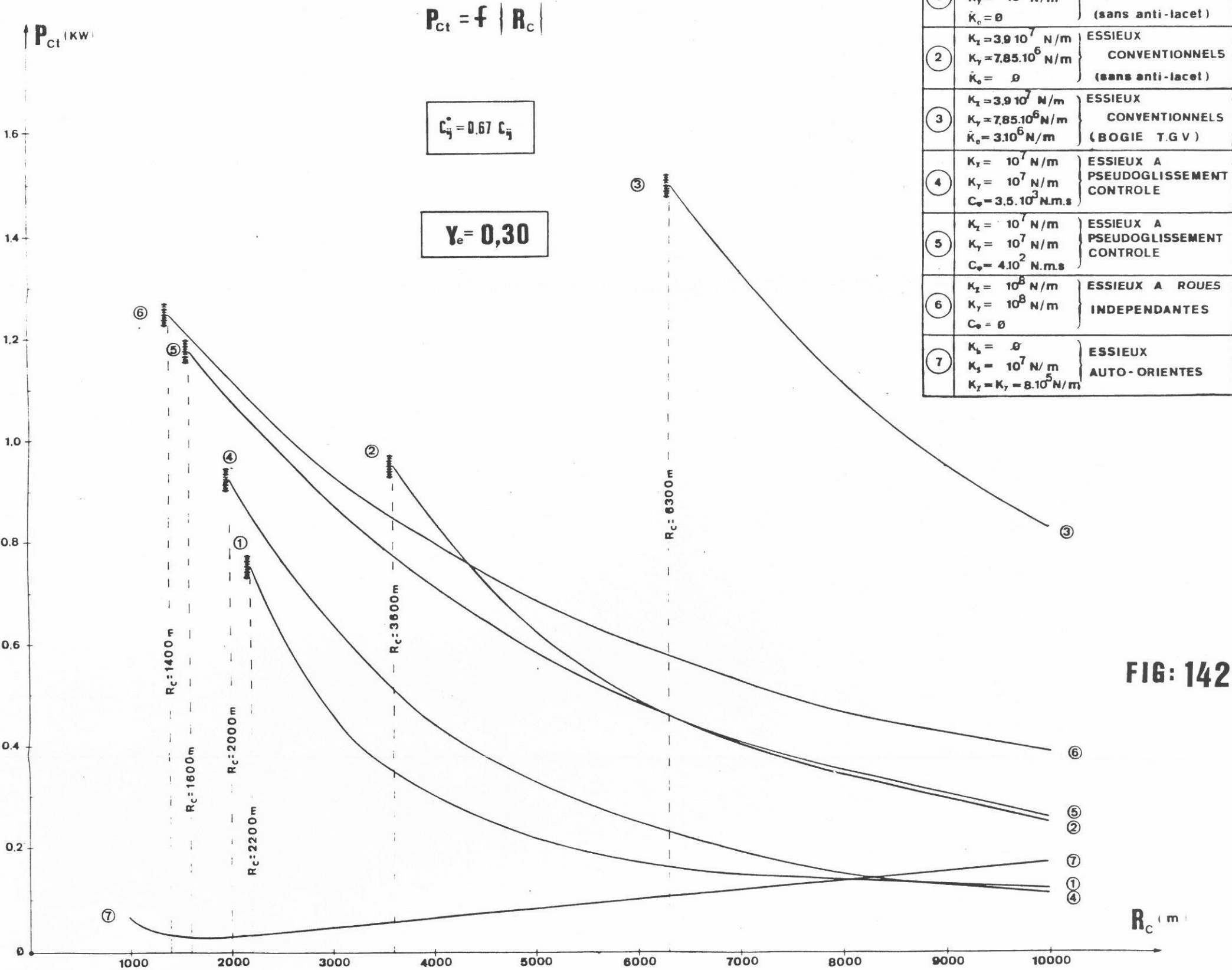


FIG: 142

CIRCULATION EN COURBE DE FAIBLE RAYON

$$R_C = 100 \text{ m}$$

EFFORT DE GUIDAGE (AU NIVEAU DE L'ESSIEU DIRECTEUR)

$$F_{11} = f \{ \gamma_e \}$$

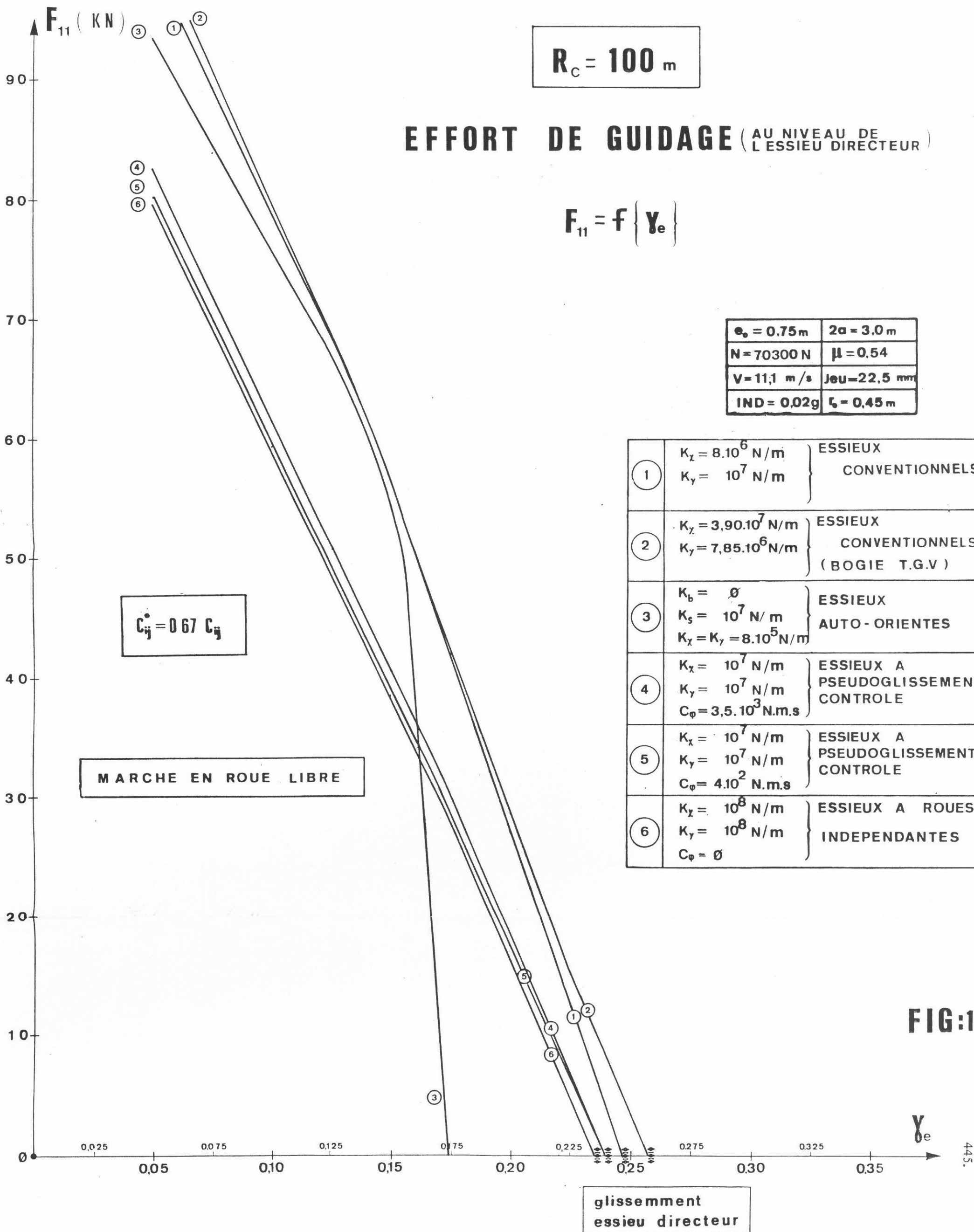
$e_o = 0,75 \text{ m}$	$2a = 3,0 \text{ m}$
$N = 70300 \text{ N}$	$\mu = 0,54$
$V = 11,1 \text{ m/s}$	$\text{Jeu} = 22,5 \text{ mm}$
$\text{IND} = 0,02 \text{ g}$	$\ell_o = 0,45 \text{ m}$

$$C_{ij} = 0,67 C_{ij}$$

MARCHE EN ROUE LIBRE

①	$K_x = 8 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS
②	$K_x = 3,90 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7,85 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
③	$K_b = \emptyset$ $K_s = 10^7 \text{ N/m}$ $K_x = K_y = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	ESSIEUX AUTO-ORIENTES
④	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\phi = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
⑤	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\phi = 4 \cdot 10^2 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
⑥	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\phi = \emptyset$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

FIG:143



CIRCULATION EN COURBE DE
FAIBLE RAYON

$R_c = 200\text{ m}$

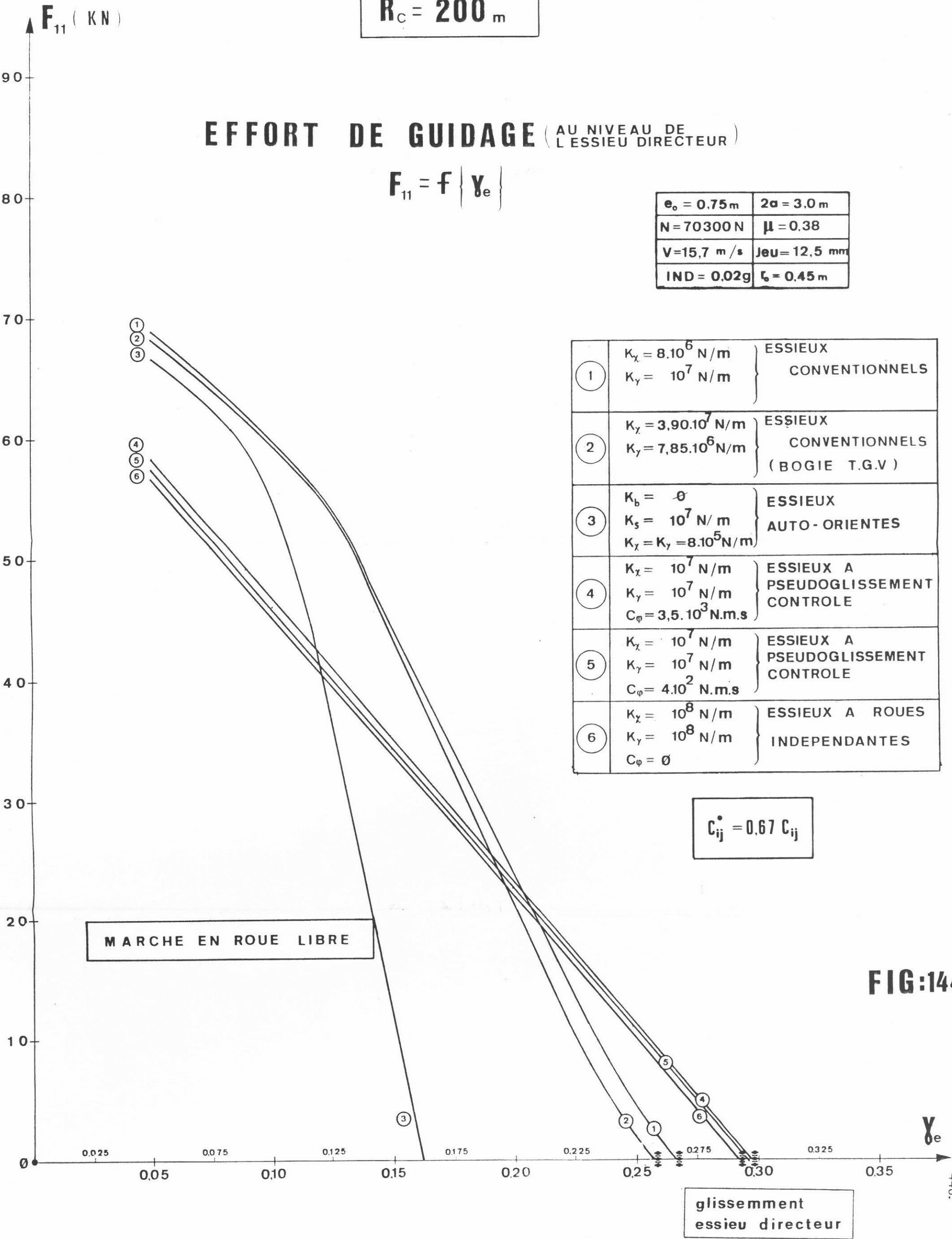
EFFORT DE GUIDAGE (AU NIVEAU DE
L'ESSIEU DIRECTEUR)

$F_{11} = f \left\{ \gamma_e \right\}$

$e_o = 0.75\text{ m}$	$2a = 3.0\text{ m}$
$N = 70300\text{ N}$	$\mu = 0.38$
$V = 15.7\text{ m/s}$	$J_{eU} = 12.5\text{ mm}$
$IND = 0.02\text{ g}$	$\zeta = 0.45\text{ m}$

1	$K_x = 8.10^6\text{ N/m}$ $K_y = 10^7\text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS
2	$K_x = 3.90.10^7\text{ N/m}$ $K_y = 7.85.10^6\text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
3	$K_b = \emptyset$ $K_s = 10^7\text{ N/m}$ $K_x = K_y = 8.10^5\text{ N/m}$	ESSIEUX AUTO-ORIENTES
4	$K_x = 10^7\text{ N/m}$ $K_y = 10^7\text{ N/m}$ $C_\phi = 3.5.10^3\text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
5	$K_x = 10^7\text{ N/m}$ $K_y = 10^7\text{ N/m}$ $C_\phi = 4.10^2\text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
6	$K_x = 10^8\text{ N/m}$ $K_y = 10^8\text{ N/m}$ $C_\phi = \emptyset$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

$C_{ij}^* = 0.67 C_{ij}$



CIRCULATION EN COURBE DE FAIBLE RAYON

$$R_C = 300_m$$

EFFORT DE GUIDAGE (AU NIVEAU DE
L'ESSIEU DIRECTEUR

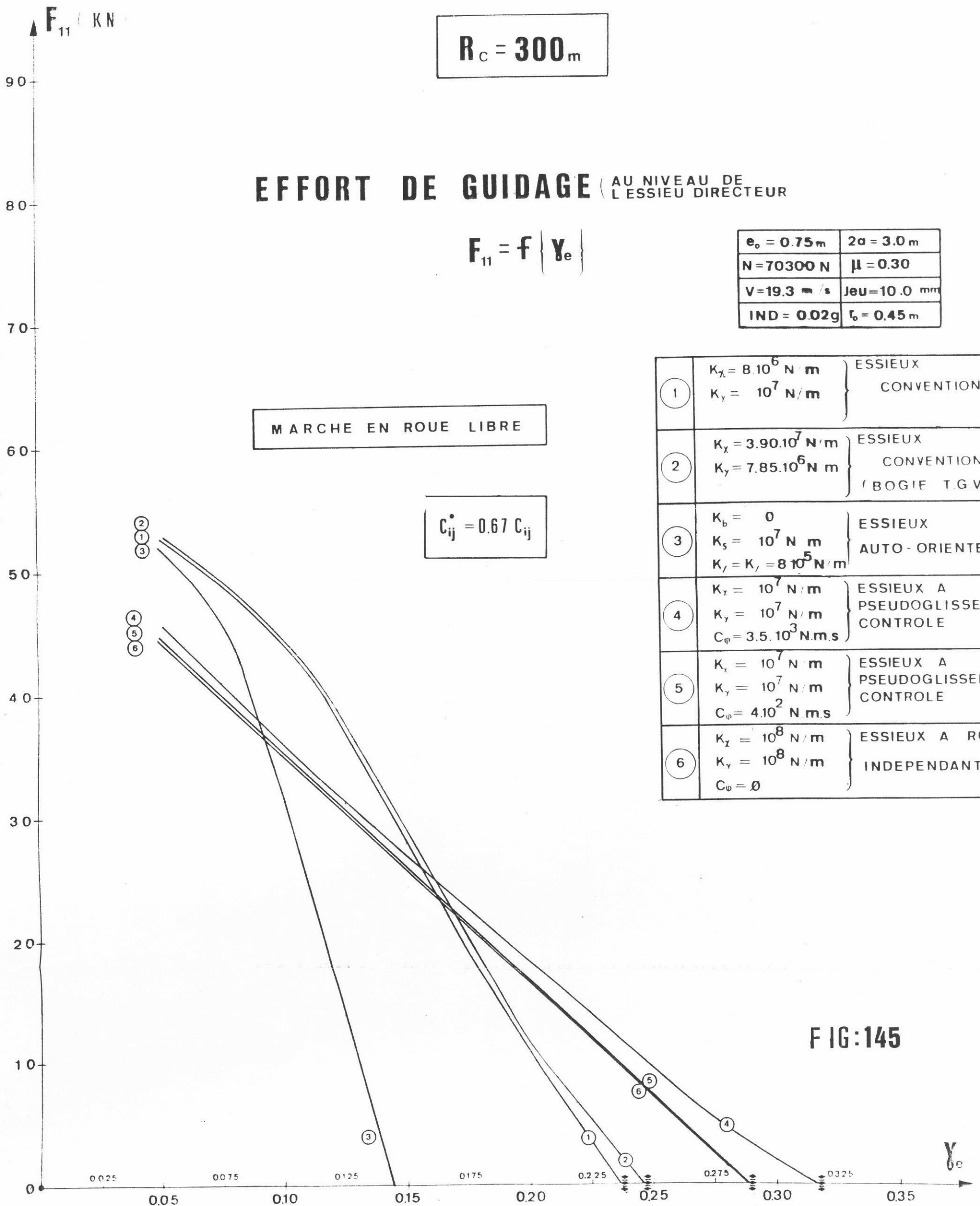
$$F_{11} = f \{ \gamma_e \}$$

$e_o = 0.75_m$	$2a = 3.0_m$
$N = 70300_N$	$\mu = 0.30$
$V = 19.3_m/s$	$Jeu = 10.0_{mm}$
$IND = 0.02g$	$l_o = 0.45_m$

MARCHE EN ROUE LIBRE

$$C_{ij}^* = 0.67 C_{ij}$$

1	$K_x = 8.10^6 N/m$ $K_y = 10^7 N/m$	ESSIEUX CONVENTIONNELS.
2	$K_x = 3.90.10^7 N/m$ $K_y = 7.85.10^6 N/m$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V.)
3	$K_b = 0$ $K_s = 10^7 N/m$ $K_r = K_l = 8.10^5 N/m$	ESSIEUX AUTO-ORIENTES
4	$K_x = 10^7 N/m$ $K_y = 10^7 N/m$ $C_\psi = 3.5.10^3 N.m.s$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
5	$K_x = 10^7 N/m$ $K_y = 10^7 N/m$ $C_\psi = 4.10^2 N.m.s$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSEMENT CONTROLE
6	$K_x = 10^8 N/m$ $K_y = 10^8 N/m$ $C_\psi = \emptyset$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES



CIRCULATION EN COURBE DE
FAIBLE RAYON

$R_c = 500 \text{ m}$

EFFORT DE GUIDAGE (AU NIVEAU DE
L'ESSIEU DIRECTEUR)

$F_{11} = f \{ \gamma_e \}$

$C_{ij}^* = 0.67 C_{ij}$

$e_o = 0.75 \text{ m}$	$2a = 3.0 \text{ m}$
$N = 70300 \text{ N}$	$\mu = 0.20$
$V = 24.9 \text{ m/s}$	$\text{Jeu} = 10.0 \text{ mm}$
$\text{IND} = 0.02 \text{ g}$	$l_o = 0.45 \text{ m}$

1	$K_x = 8.10^6 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $K_o = 0$	ESSIEUX CONVENTIONNELS
2	$K_x = 3.90.10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 7.85.10^6 \text{ N/m}$	ESSIEUX CONVENTIONNELS (BOGIE T.G.V)
3	$K_b = 0$ $K_s = 10^7 \text{ N/m}$ $K_x = K_y = 8.10^5 \text{ N/m}$	ESSIEUX AUTO-ORIENTES
4	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\phi = 3.5.10^3 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSSEMENT CONTROLE
5	$K_x = 10^7 \text{ N/m}$ $K_y = 10^7 \text{ N/m}$ $C_\phi = 4.10^2 \text{ N.m.s}$	ESSIEUX A PSEUDOGLISSSEMENT CONTROLE
6	$K_x = 10^8 \text{ N/m}$ $K_y = 10^8 \text{ N/m}$ $C_\phi = 0$	ESSIEUX A ROUES INDEPENDANTES

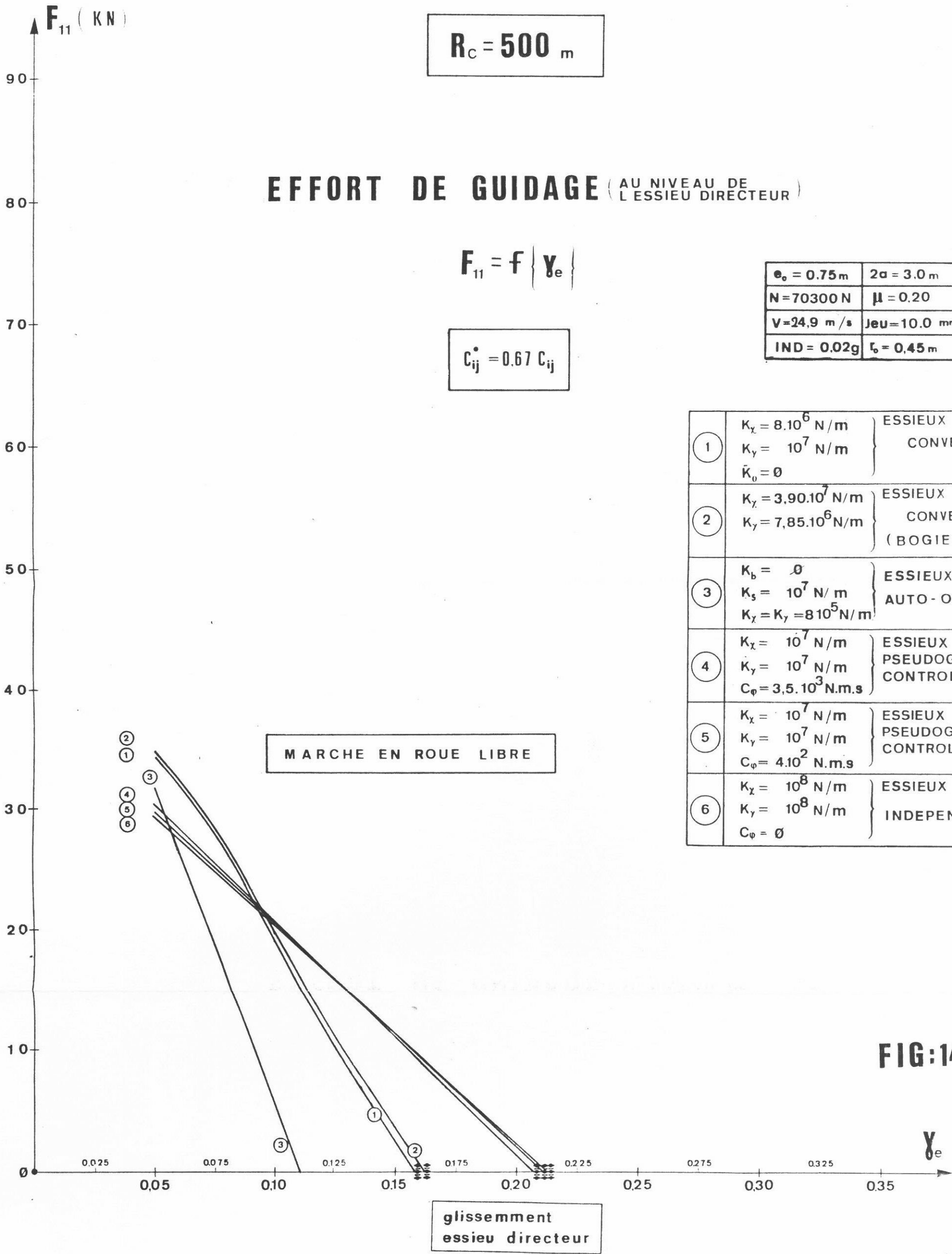


FIG:146

ANNEXES

ANNEXE 1

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

Modélisation du comportement dynamique

d'un essieu relié à un bâti
rigide par des liaisons élastiques K_x , K_y

ESSIEU CONVENTIONNEL

forces de pseudoglisement linéaires

SYSTEME 2 X 2

γ	α			
$(m+\hat{m})p^2 + (2C_{\gamma} + 2C_{22} \chi^2 \frac{1}{V})p + 2k_{\gamma} + (m+\hat{m})g\zeta - 2C_{23} \chi \gamma_e \frac{1}{R_z}$	$-2C_{22}\chi + (2C_{23}\frac{\chi}{V} - m\rho_{\gamma}^2 \frac{V}{r_0} \cdot \Gamma)p$	\times	γ	$=$
$(m\rho_{\gamma}^2 \frac{V}{r_0} \Gamma - 2C_{23} \frac{\chi}{V})p + 2C_{11} \gamma_e \frac{e_0}{r_0} - 2C_{33} \frac{\gamma_e}{R_z}$	$(m\rho_z^2 + \hat{m}d^2)p^2 + (2C_x d^2 + 2C_{11} \frac{e_0^2}{V} + 2\frac{C_{33}}{V})p + 2k_x d^2 + 2C_{23} - (m+\hat{m})g\xi_0 \gamma_0$		α	

ANNEXE 2

Comportement dynamique d'un essieu à
pseudoglisement contrôlé roulant sur une
voie en alignement

ESSIEU A PSEUDOGLISSEMENT CONTRÔLE RELIÉ A UN BATI RIGIDE

Le comportement dynamique d'un essieu à pseudoglisement contrôlé roulant sur une voie en alignement est simulé par le système différentiel ci-dessous.

Equation en y

$$\begin{aligned} & (m + m \rho_x^2 \Gamma^2) y'' + (2 C_y + 2 \chi^2 \frac{C_{22}}{V}) y' + [2 K_y + mg \zeta \\ & + 2 \chi C_{23} \gamma_e (\frac{\gamma_o}{r_o^2} - \frac{1}{R \gamma_o r_o})] y - 2 C_{22} \chi \alpha + \\ & + (2 C_{23} \frac{\chi}{V} + 2 C_{23} \chi \frac{e_o \gamma_o}{r_o} - m_r \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{r_o}) \alpha' - \\ & - C_{23} \chi \frac{\gamma_o}{V} \bar{\phi}' = 0 \end{aligned}$$

Equation en α

$$\begin{aligned} & (m \rho_z^2 + \frac{m_r \rho_y^2 e_o^2}{r_o^2}) \alpha'' + (2 C_{xd}^2 + \frac{2 C_{33}}{V} + 4 \frac{C_\phi e_o^2}{r_o^2} + \\ & 2 \frac{C_{33} e_o \gamma_o}{V r_o}) \alpha' + (2 K_{xd}^2 - mg \epsilon_o \gamma_o + 2 C_{23}) \alpha + \\ & + (m_r \rho_y^2 \Gamma \frac{V}{r_o} - 2 C_{23} \frac{\chi}{V}) y' + (4 \frac{C_\phi V \gamma_e e_o^2}{r_o^3} + \\ & 2 C_{33} \gamma_e \frac{\gamma_o}{r_o^2} - \frac{2 C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o}) y - \frac{m_r \rho_y^2 e_o}{2 r_o} \bar{\phi}'' + \\ & + (- \frac{2 C_\phi e_o}{r_o} - \frac{C_{33} \gamma_o}{V}) \bar{\phi}' = 0 \end{aligned}$$

./.

équation en $\bar{\Phi}$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_r}{2} \rho_y^2 \right) \bar{\Phi}'' + \left(2 C_\varphi + \frac{C_{11} r_o^2}{V} + \frac{C_{33} \gamma_o^2}{V} \right) \bar{\Phi}' + \\ & + 2 C_{23} \chi \frac{\gamma_o}{V} y' + \left(-4 \frac{C_\varphi \gamma_e V}{r_o^2} + 2 \frac{C_{33} \gamma_e}{R r_o} - 2 \frac{C_{33} \gamma_e \gamma_o^2}{r_o^2} \right) y \\ & - m_r \rho_y^2 \frac{e_o}{r_o} \alpha'' - \left(4 \frac{e_o C_\varphi}{r_o} + 2 \frac{C_{33} \gamma_o}{V} + 2 \frac{C_{33} \gamma_o^2 e_o}{V r_o} \right) \alpha' - \\ & - 2 C_{23} \gamma_o \alpha = 0 \end{aligned}$$

avec $\bar{\Phi} = \Phi_1^* - \Phi_2^*$

Φ_1^* et Φ_2^* étant des glissements résiduels décrivant les déplacements angulaires autour de l'axe des roues, relativement à des roues imaginaires coïncidant avec ces dernières et roulant sans glissement.

Le système (3 x 3) ci-dessus est donné sous forme matricielle à la page suivante.

Ce système différentiel peut se réduire à un système (2 x 2) en éliminant $\bar{\Phi}$. On obtient un système en y et α donné ci-après :

Equation en y

$$\begin{aligned} & (m + m \rho_x^2 r^2) y'' + (2C_y + 2 \chi^2 \frac{C_{22}}{V}) y' + \\ & + [2K_y + mg \zeta + 2C_{23} \chi \gamma_e (\frac{\gamma_o}{r_o^2} - \frac{1}{R \gamma_o r_o})] y - \\ & - 2C_{22} \chi \alpha + (2C_{23} \frac{\chi}{V} - m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o}) \alpha' = 0 \end{aligned}$$

Equation en α

$$\begin{aligned} & (m \rho_z^2 + \frac{m_r \rho_y^2 e_o^2}{r_o^2}) \alpha'' + (2C_x d^2 + 2 \frac{C_{33}}{V} + 4 \frac{C_\varphi e_o^2}{r_o^2}) \alpha' + \\ & + (2K_x d^2 - mg \varepsilon_o \gamma_o + 2C_{23}) \alpha + (m_r \rho_y^2 r \frac{V}{r_o} - 2C_{23} \frac{\chi}{V}) y' + \\ & + (4 \frac{C_\varphi V \gamma_e e_o}{r_o^3} + 2C_{33} \gamma_e \frac{\gamma_o}{r_o^2} - 2 \frac{C_{33} \gamma_e}{R \gamma_o r_o}) y = 0 \end{aligned}$$

Cette présentation simplifiée permet de mieux comprendre les différences du comportement dynamique des deux technologies (essieux classiques - essieux contrôlés)

γ	α	$\bar{\Phi}$
$(m+m\rho_x^2\Gamma^2)p^2+(2c_\gamma$ $+2\chi^2\frac{c_{22}}{V})p+2k_\gamma+$ $+m g\zeta+2c_{23}\cdot$ $\chi\gamma_0(\frac{\gamma_0}{r_0^2}-\frac{1}{R_x})$	$(2c_{23}\frac{\chi}{V}+2c_{23}\chi\cdot$ $\frac{e_0\gamma_0}{r_0V}-m_r\rho_\gamma^2\Gamma\frac{V}{r_0})p$ $-2\chi c_{22}$	$-c_{23}\chi\frac{\gamma_0}{V})p$
$(m_r\rho_\gamma^2\Gamma\frac{V}{r_0}-$ $-2c_{23}\frac{\chi}{V})p+$ $\frac{4c_\phi V\gamma_0e_0}{r_0^3}+2c_{33}\gamma_0\cdot$ $(\frac{\gamma_0}{r_0^2}-\frac{1}{R_x})$	$(m\rho_x^2+\frac{m_r\rho_\gamma^2e_0^2}{r_0^2})p^2+$ $(2c_xd^2+\frac{2c_{33}}{V}+\frac{4c_\phi e_0^2}{r_0^2}$ $+\frac{2c_{33}e_0\gamma_0}{Vr_0})p+2k_xd^2-$ $-mg\zeta_0\gamma_0+2c_{23}$	$(-\frac{m_r\rho_\gamma^2e_0}{2r_0})p^2$ $(-\frac{2c_\phi e_0}{r_0}-\frac{c_{33}\gamma_0}{V})p$
$(-m_r\rho_\gamma^2V\frac{\gamma_0}{r_0^2}+2c_{23}$ $\frac{\chi\gamma_0}{V})p-\frac{4c_\phi V\gamma_0}{r_0^2}+$ $\frac{2c_{33}\gamma_0}{r_0}(\frac{1}{R}-\frac{\gamma_0^2}{r_0})$	$(-m_r\rho_\gamma^2\frac{e_0}{r_0})p^2-(\frac{4e_0c_\phi}{r_0}$ $+\frac{2c_{33}\gamma_0}{V}+\frac{2c_{33}\gamma_0^2e_0}{Vr_0})p$ $-2c_{23}\gamma_0$	$(\frac{m_r}{2}\rho_\gamma^2)p^2+(2c_\phi$ $+\frac{c_{11}r_0^2}{V}+\frac{c_{33}\gamma_0^2}{V})p$

 \times
 $=$

γ
α
$\bar{\Phi}$

\emptyset
\emptyset
\emptyset

Influence de la vitesse d'avancement (V)

La fig. 1 donne pour 3 valeurs de K_x et K_y ($K_x = K_y$), $\gamma_e = 0,10$, $C_\varphi = 10^3 \text{ N.m.s}$

Les positions des pôles représentatifs des modes propres d'oscillations en fonction de la vitesse d'avancement V de l'essieu.

La courbe (1) donne une marge de stabilité plus importante.

Influence de la conicité équivalente (γ_e)

L'augmentation de la conicité équivalente entraîne une augmentation de l'amortissement du système (fig. 2).

Pour des valeurs de K_x élevées (fig. 2, courbe 1) la variation de la conicité équivalente n'influence pratiquement pas la stabilité du système.

Influence de la caractéristique du coupleur magnétique C_φ

L'augmentation de C_φ entraîne en général une diminution de l'amortissement du système (fig. 3).

Bennington [31] a procédé à une étude comparative du mouvement en alignement d'un essieu classique et d'un essieu à pseudoglisement contrôlé en les assimilant à des systèmes de guidage contrôlé. Les essieux sont supposés isolés dans la voie.

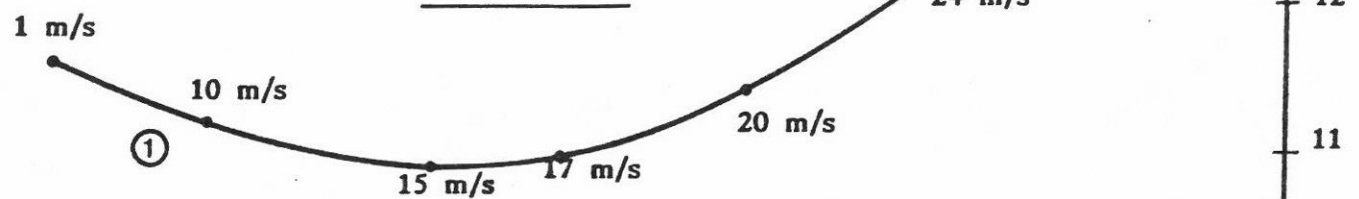
Le signal d'entrée y_v correspond à la position de l'axe de la voie par rapport à une origine de référence (fig. 4). La position du centre de gravité (y_e) de l'essieu par rapport à la même origine constitue la variable de sortie.

Le signal d'erreur $y_e - y_v$ est égal à y .

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

ESSIEU DANS LA VOIE

$$S, \omega = f(V)$$



$C_\varphi = 10^3 \text{ N.m.s}$		$\gamma_e = 0,10$
$e_0 = 0,75 \text{ m}$		$m = 1500 \text{ kg}$
1	$K_x = K_y = 10^5 \text{ N/m}$	
2	$K_x = K_y = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$	
3	$K_x = K_y = 10^4 \text{ N/m}$	

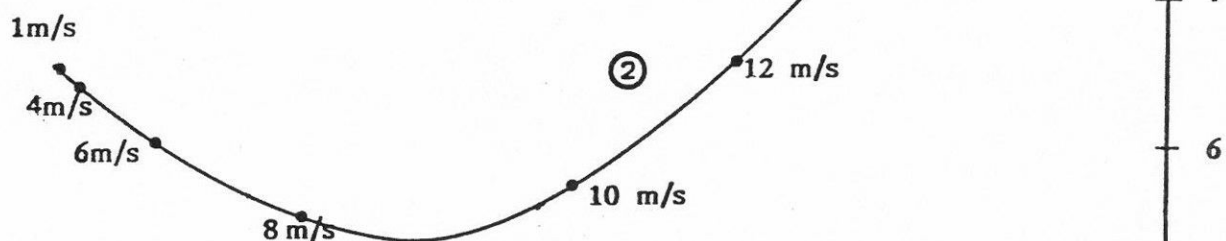
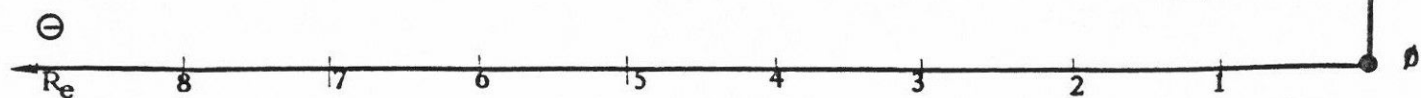


Fig. 1



STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

ESSIEU DANS LA VOIE

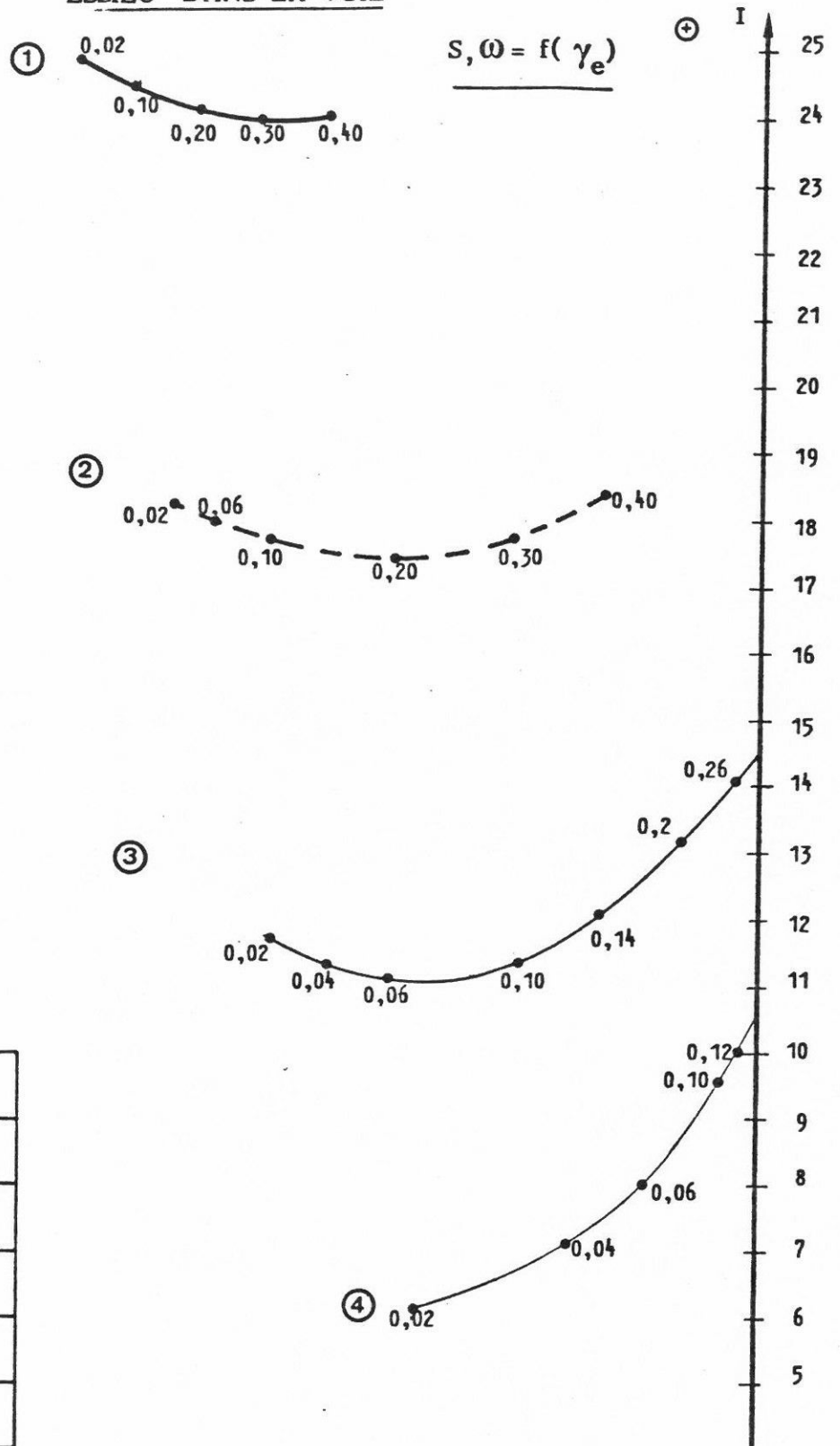


Fig. 2

⊖

R_g

STABILITE TRANSVERSALE EN ALIGNEMENT

ESSIEU DANS LA VOIE

$$S, \omega = f(C_\varphi)$$

$V = 30 \text{ m/s}$		$\gamma_a = 0,10$
$e_0 = 0,75 \text{ m}$		$m = 1500 \text{ kg}$
1	$K_x = K_y = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	
2	$K_x = K_y = 10^5 \text{ N/m}$	
3	$K_x = K_y = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$	

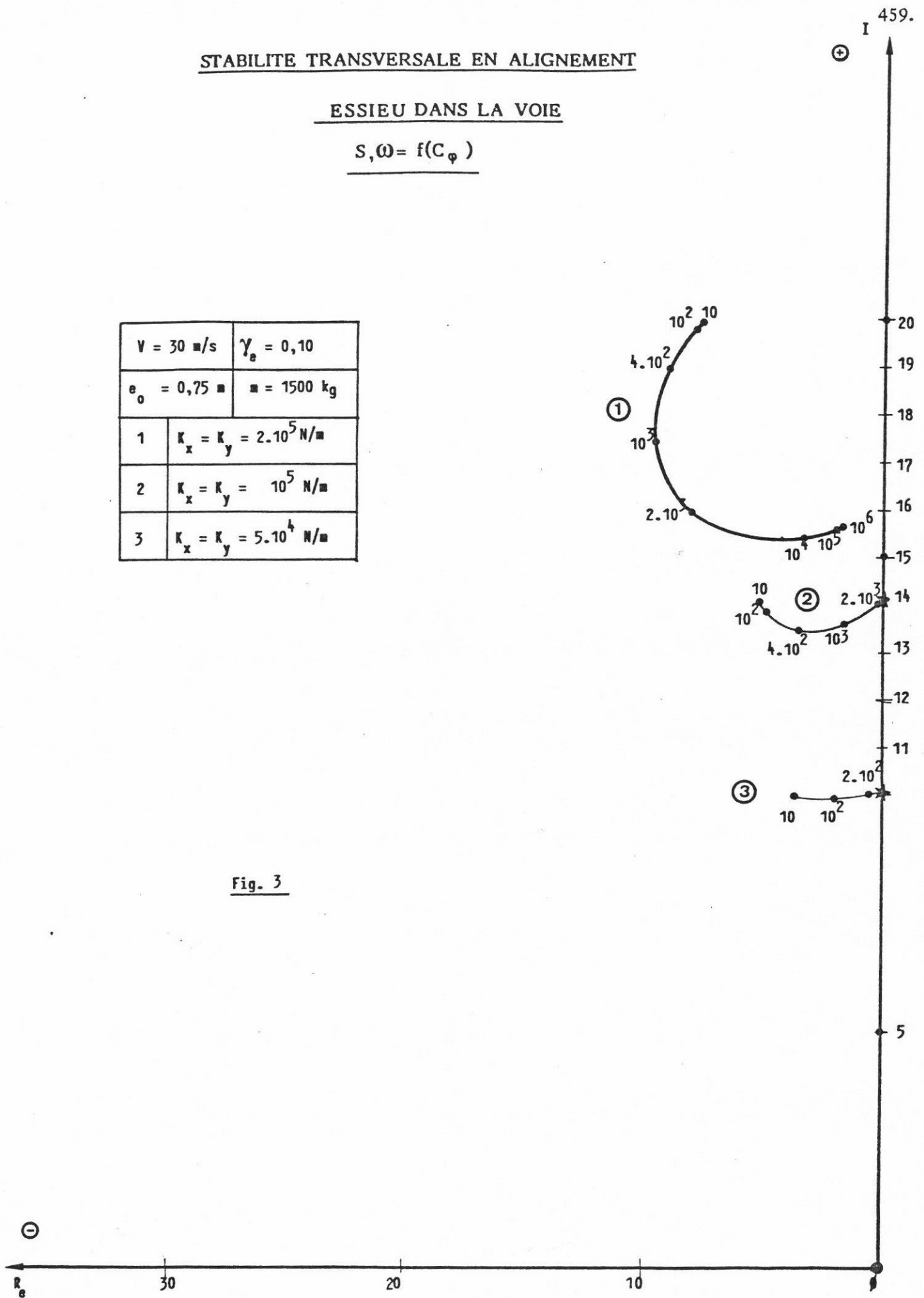


Fig. 3

$$y = y_e - y_v$$

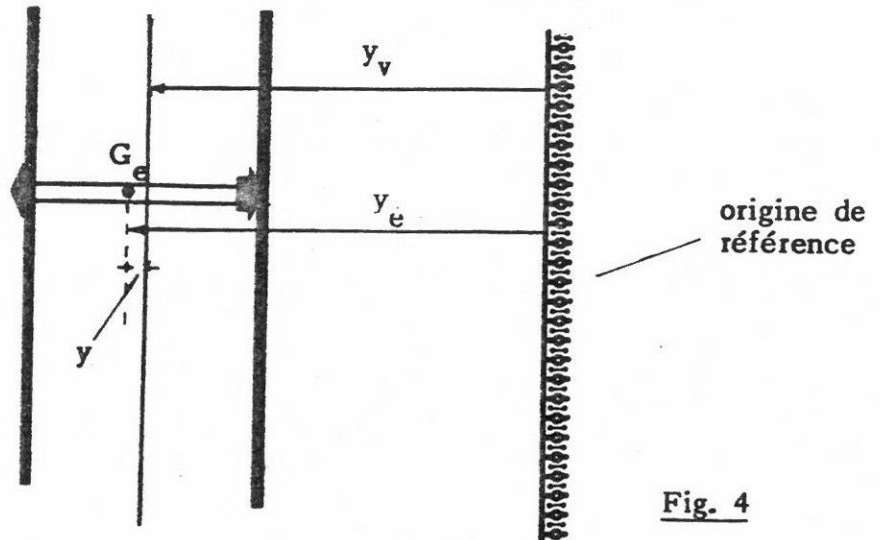
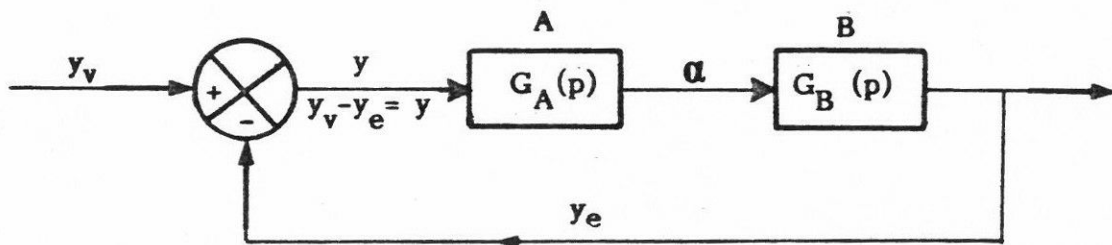


Fig. 4

Dans son étude simplifiée Bennington a négligé l'influence de la force totale de pesanteur qui dépend du déplacement vertical du centre de gravité de l'essieu, et d'une composante de spin $(2 C_{23} \frac{\gamma_e \chi}{R \gamma_o r_o})$, les forces gyroscopiques, et il a supposé les coefficients de pseudoglisement C_{ij} identiques ($C_{11} = C_{22}$)

Dans ces conditions les systèmes différentiels relatifs aux deux technologies (voir pages 246 et 454) peuvent être simulés par le diagramme fonctionnel ci-après :



On a :

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= G_A(p) (y_v - y_e) \\ y_e &= G_B(p) \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_e = \frac{- G_B(p) G_A(p)}{1 - G_A(p) G_B(p)} y_v$$

$G_A(p)$ et $G_B(p)$; fonctions de transfert

La représentation dans un plan complexe des racines des équations caractéristiques associées à ces fonctions de transfert permet de juger les performances des systèmes considérés.

A partir de cette première approche on peut montrer facilement qu'un essieu à pseudoglisement contrôlé permet d'obtenir des performances dynamiques supérieures à celles d'un essieu conventionnel.

A partir des équations caractéristiques de ces deux systèmes on peut déduire les vitesses critiques des essieux.

Essieu classique

$$V_c \leq \sqrt{\frac{2e_o r_o d^2 K_x}{\gamma_e [e_o^2(m + \dot{m}) + 1]}}$$

Essieu contrôlé

$$V'_c \leq \sqrt{\left(\frac{r_o^3 d^2 K_x}{e_o \gamma_e} \right) \frac{\frac{d^2 C_x}{C_\varphi} + \frac{2e_o^2}{r_o^2}}{I - I_\omega d^2 \frac{C_x}{C_\varphi}}}$$

$$\text{avec } I = m d'^2$$

$$I_\omega = \frac{m_r \rho_y^2}{2}$$

Ces formules simplifiées permettent d'avoir une première idée sur l'influence des principaux paramètres de construction de l'essieu sur sa vitesse critique.

Dans le cas où $C_x = \emptyset$ on a :

$$\left. \begin{aligned} V'_c &= \sqrt{\frac{2K_x d^2 e_o r_o}{I \gamma_e}} \\ V_c &= \sqrt{\frac{2d^2 K_x e_o r_o}{I \gamma_e + m e_o^2 \gamma_e}} \end{aligned} \right\} \quad V'_c > V_c$$

ANNEXE 3

Définition essieu sur-vireur et
essieu sous-vireur

Les fig. 1 et 2 donnent les positions à un instant quelconque d'un bogie classique à deux essieux dans une courbe de rayon R_c .

On a envisagé deux cas :

- les deux essieux sont centrés dans la voie ($y_1 = y_2 = 0$, fig 1),
- les essieux ont des déplacements transversaux différents y_1 et y_2 . (fig. 2)

$\left. \begin{matrix} O_1 & O_2 \\ O_1' & O_2' \end{matrix} \right\}$: repèrent les 2 essieux dont les centres de gravité sont G_1 et G_2 .

2α : empattement du bogie.

Y : déport transversal du centre de gravité (châssis de bogie) dans le repère (\vec{x}_0, \vec{y}_0) (\vec{x}_0 confondu avec l'axe du bogie en position initiale) (position tangente).

α° : angle de lacet de l'axe longitudinal du châssis de bogie par rapport au repère $G_1 \vec{x}_0 \vec{y}_0$ (\vec{x}_0 confondu avec l'axe du bogie en position initiale) (position tangente).

$$\text{avec } \alpha^\circ = \frac{y_1 + y_2}{2\alpha}$$

$\alpha_1^\circ, \alpha_2^\circ$: angles de lacet des essieux par rapport au repère $G \vec{x}_0 \vec{y}_0$ (repère galiléen)

α_1, α_2 : angles de lacet des essieux par rapport au repère $G \vec{x}_{\delta p} \vec{y}_{\delta p}$ (le repère $G \vec{x}_{\delta p} \vec{y}_{\delta p}$ est déduit de $G \vec{x}_0 \vec{y}_0$ par une rotation de

$$\varphi_r = \frac{\alpha}{R_c} \text{ d'axe } z_0 \text{ et une rotation } \delta p \text{ d'axe } x_0 = x_{\delta p}$$

La comparaison des angles de lacet des essieux α_1 et α_2 par rapport à l'angle $\varphi_r \pm \alpha^\circ$ permet de dire si l'essieu est sur-vireur ou sous-vireur.

Pour une meilleure circulation d'un bogie en courbe de faible rayon, il est souhaitable que l'essieu directeur soit sur-vireur et l'essieu mené sous-vireur.

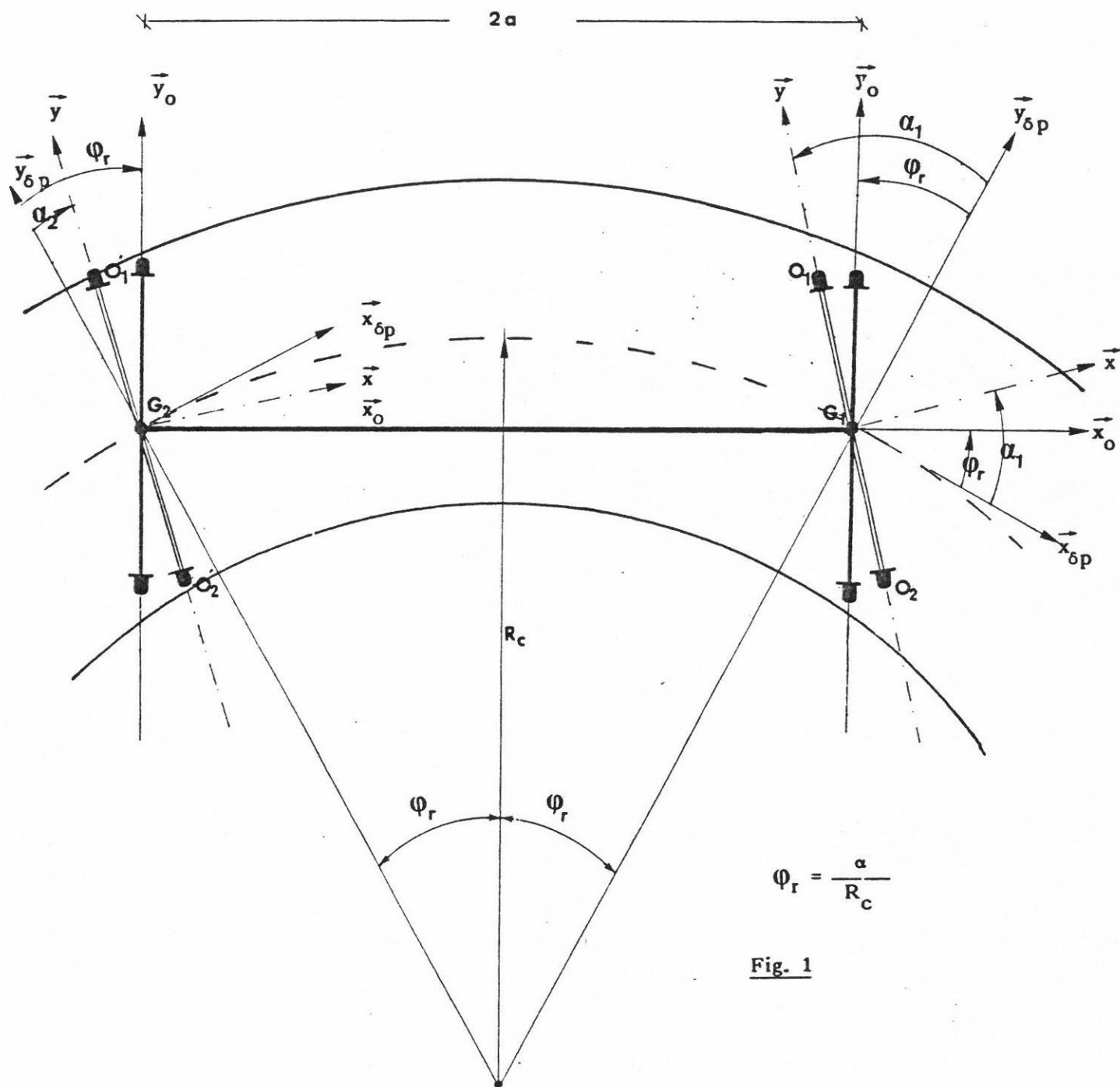
Le tableau ci-après résume les résultats correspondants aux fig. 1 et 2.

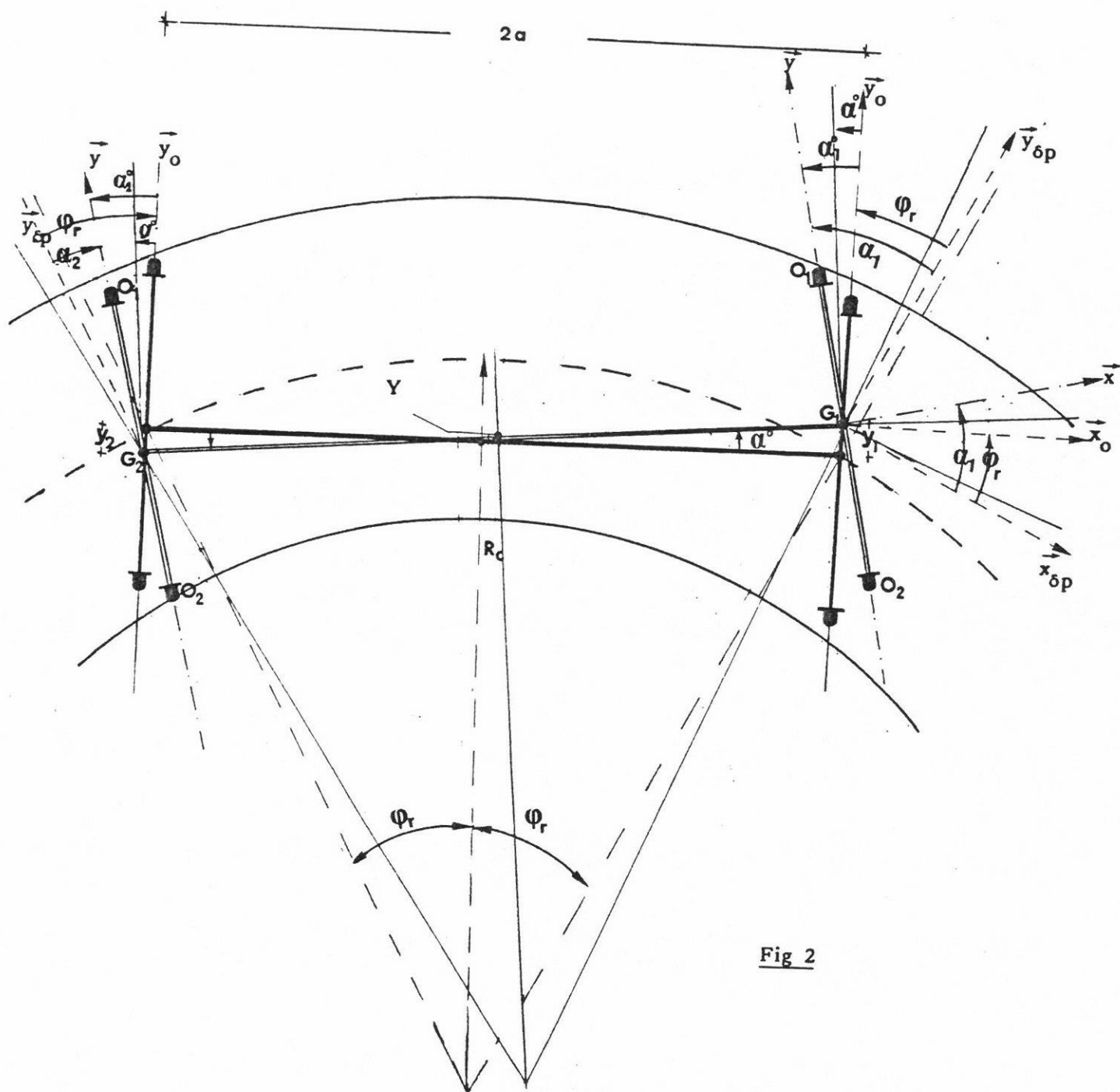
	essieu directeur		essieu mené	
	$y_1 = y_2 = \emptyset$	$y_1, y_2 \neq \emptyset$	$y_1 = y_2 = \emptyset$	$y_1, y_2 \neq \emptyset$
sur-vireur	$\alpha_1 < \varphi_r$	$\alpha_1 < \alpha^\circ + \varphi_r$	$\alpha_2 > \varphi_r$	$\alpha_2 > \varphi_r - \alpha^\circ$
sous-vireur	$\alpha_1 > \varphi_r$	$\alpha_1 > \alpha^\circ + \varphi_r$	$\alpha_2 < \varphi_r$	$\alpha_2 < \varphi_r - \alpha^\circ$
radial	$\alpha_1 = \emptyset$	$\alpha_1 = \emptyset$	$\alpha_2 = \emptyset$	$\alpha_2 = \emptyset$

Remarque :

Si $\alpha_1^\circ = \alpha_2^\circ = \alpha^\circ$, l'ensemble bogie-essieux se comporte comme un système rigide.

Ce résultat est obtenu quand les liaisons élastiques entre châssis de bogie et essieux ont des valeurs très élevées ($K_x, K_y > 5.10^7$ N/m).





REFERENCES

- 1 - SCHEFFEL H - "Conceptions nouvelles relatives aux dispositifs de suspension des véhicules ferroviaires", *Rail international*, décembre 1974 pp. 801-817.
- 2 - BELL C.E. - "Stability and curving mechanics of rail vehicles" - *J. of dynamic systems, measurement and control*, septembre 1981, vol. 103, pp 181-189.
- 3 - HORAK D., BELL C.E., HEDRICK J.K. - "A comparison of the stability and curving performance of radial and conventional rail vehicle trucks" - *J. of dynamic systems measurement and control*, sept. 1981, vol. 103, pp. 191-200.
- 4 - SCHEFFEL H. - "L'influence de la suspension sur l'amortissement des véhicules sur voie ferrée", *Rail international*, mai 1980, pp. 282-317.
- 5 - GEUENICH W., GUNTHER C., LEO R. - "Fibre composite bogie has creep-controlled wheel-sets" - *Railway Gazette International*, april 1985 pp. 279-281
- 6 - GEUENICH W. GUNTHER C. LEO R. - "Neue Technologien für Drehgestelle" - *ZEV. Glass. Ann.* - 109 (1985), n° 2/3, februar/mařz pp. 69-77
- 7 - SANKAR AHMED A.K.W. "Lateral Stability Behaviour of Railway Freight Car System with elasto-damper coupled wheelset (part 2 - truck Model)". *Journal of mechanisms, transmissions and automation in design*, vol 109, decembre 1987, pp. 500-507.
- 8 - DOYLE J. "Hunting stability of rail vehicles with torsionally flexible wheel-sets" - *ASME, J. of engineering for industry*, febr. 1977, pp. 10-17.
- 9 - HEUBEGER H. - "Vitesse augmentée de véhicules ferroviaires grâce au train de roues à glissement contrôlé" - *Technique de roulement* - 1983 - 2/1984 - 1, pp 16-17.
- 10 - FREDERICH F. - "Possibilités inconnues et inutilisées du contact rail/roue" *Rail International*, novembre 1985, pp. 33-40.
- 11 - FREDERICH F. - "A bogie concept for the 1990s" *Railway Gazette International*, Septembre 1988, pp. 583-585.
- 12 - PANAGIN R. - "La tecnica delle ruote indipendenti al fin di eliminare l'instabilita laterale nei veicoli ferroviari" *Ingegneria ferroviaria*, ROME, n° 2 février 1978, pp. 143-150 (traduction SNCF n° 10-79).
- 13 - FRULLINI R., CASINI C., TACCI G., "Simulation du comportement en ligne d'un véhicule à roues indépendantes, comparaison avec les résultats d'essais", *Ingegneria ferroviaria* - janvier - février 1984 (traduction RATP n° 84-307).
- 14 - ALIAS J. - "La voie ferrée" - PARIS, Eyrolles 1977.

- 15 - CARTER E.W. - "On the stability of running of locomotives"
Proc. Royal Society, 1928.
- 16 - JOLY R. - Stabilité transversale et confort vibratoire - Thèse de Doctorat d'Etat, Université de PARIS VI, 1983.
- 17 - JOLY R. - "Géométrie de contact entre la roue et le rail - Cours Institut Supérieur des Matériaux et de Construction Mécaniques - décembre 1982.
- 18 - PATER A.D. "on the reciprocal pressure between two bodies. Proceeding Symposium Rolling Contact phenomena, Ed. J.B. Bidwell Elsevier 1962.
- 19 - KALKER J.J. - On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction - Ph. D. dissertation, Delft University Of Technologie, Delft, Netherlands (1967).
- 20 - TIMOSHENKO.S, GOUDIER I. - "Théorie de l'élasticité" - PARIS et LIEGE, G. Béranger, 1961.
- 21 - HOBBS A.E.W. "A survey of creep" - B.R. Research Report DYN/52, 1967.
- 22 - ROCARD Y. - "L'instabilité en mécanique" - PARIS, Masson, 1954.
- 23 - ROCARD Y. - "Dynamique générale des vibrations" - PARIS, Masson, 1949.
- 24 - JULIEN M., ROCARD Y - "La stabilité de route des locomotives" - HERMANN et Cie, Editeurs, PARIS, 1935.
- 25 - VERMEULEN P.J., JOHNSON K.L., "Contact of non spherical elastic bodies transmitting tangential zones" J. of applied mechanics", vol. 86, 1964, pp. 338-340.
- 26 - POLLARD M.C. - "The development of crossbraced freight bogies", Rail International LONDRES sept. 1979, pp. 736-758.
- 27 - SANKAR S. AHMED A.K.W., "Lateral Stability Behaviour of Railway Freight Car System with elasto-damper coupled wheelset (part 1 - wheelset mode)". Journal of mechanisms, transmissions and automation in design, vol 109, decembre 1987 - pp. 493-499.
- 28 - KUMAR S. PRASANNA RAO D.L., - "Wheel rail contact wear, work and lateral force of zero angle of attack" J. of dynamic systems, measurements and control, decembre 1984, vol. 106, pp. 319-326.
- 29 - JASCHINSKI A., DUFFEK W. - "Evaluation of bogie models with respect to dynamic curving performance of rail vehicles" - Proceeding of 8 th IAVSD Symposium, Massachusetts Institute of technology, Cambridge, MA, august 15-19, 1983, pp. 266-279.

- 30 - SCHEFFEL H, TOURNAY H.M. "The development of an optimum wheel profile for self - steering trucks under heavy axle load conditions", ASME.
- 31 - BENNINGTON C.K. - "The railway wheel-set and suspension units as a closed-loop guidance control system" - **Journal of mechanical engineering science**, - vol. 10, n° 2, 1968, pp. 91 - 100.

BIBLIOGRAPHIE

OUVRAGES

- 1 - ALIAS J. - "La voie ferrée" - PARIS, Eyrolles 1977.
- 2 - CHARET G. - "Cours d'analyse numérique" - PARIS, CDU et SEDES, 1975.
- 3 - CLIQUE M, GILLE J.C. - "Calcul matriciel et introduction à l'analyse fonctionnelle" - PARIS, Eyrolles, 1979.
- 4 - DAFFOS M. - "Les bogies du matériel remorqué SNCF" - Direction du Matériel, 1977.
- 5 - DENIS-PAPIN M. KAUFMANN A. - "Cours de calcul matriciel" - Editions Albin Michel, PARIS, 1969.
- 6 - FOULARD C., CARFORT F. - "Asservissements linéaires continus" - Dunod Université, PARIS, 1971.
- 7 - JOLY R. - "Géométrie de contact entre la roue et le rail - Cours Institut Supérieur des Matériaux et de Construction Mécaniques - décembre 1982.
- 8 - JULIEN M., ROCARD Y - "La stabilité de route des locomotives" - HERMANN et Cie, Editeurs, PARIS, 1935.
- 9 - ROCARD Y. - "L'instabilité en mécanique" - PARIS, Masson, 1954.
- 10 - ROCARD Y.- "Dynamique générale des vibrations" - PARIS, Masson, 1949.
- 11 - SEVELY Y. - "Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés" - Dunod Université, PARIS, 1973.
- 12 - TIMOSHENKO S., GOUDIER I. - "Théorie de l'élasticité" - PARIS et Liège, G. Béranger, 1961.

ARTICLES

- 1 - ALIAS J. - "Caractère de l'usure ondulatoire" - Rail International - Novembre 1986, pp 17-23.
- 2 - ARMSTRONG J. - "The radials are coming ; or are they ?" - Railway age, vol. 11, 1978, pp 14-19.
- 3 - BELL C.E. - "Stability and curving mechanics of rail vehicles" - J. of dynamic systems, measurement and control, septembre 1981, vol. 103, pp 181-189.

- 4 - BENNINGTON C.K. - "The railway wheel-set and suspension units as a closed-loop guidance control system" - **Journal of mechanical engineering science**, - vol. 10, n° 2, 1968, pp 91-100.
- 5 - BOOCOOCK D., "Steady-state motion of railway vehicles on curved track", **J. of mechanical engineering science**, vol. 11, n° 6, 1964, pp. 556-566
- 6 - BOUTEFOY M.J. "Running of bogies through curves" - **French railway techniques**, n° 4, pp. 225-232.
- 7 - BROERSEN P.M.T. - "Stability and riding quality of railway vehicles", - **Vehicle system dynamics**, - Amsterdam, vol. 3, n° 2, septembre 1974, p 109, (traduction SNCF n° 7-75).
- 8 - BURTON T.D. - "Influence of wheel-rail contact geometry on large amplitude wheels equations of motion" - **J. of dynamic systems, measurement and control**, vol. 103, septembre 1981, pp. 211-217.
- 9 - BURTON T.D., WHITMAN A.M. - "Nonlinear Kinematics of wheel-rail contact" - **ASME**, vol. 45, pp. 664-668, septembre 1978.
- 10 - CARTER E.W. - "On the stability of running of locomotives" **Proc. Royal Society**, 1928.
- 11 - CERVONI G., VINCENT N., "Lutte contre l'usure ondulatoire des rails" **Revue Générale des chemins de fer**, octobre 1986, pp 559 - 569.
- 12 - COOPERRIDER N.K. - "The hunting behaviour of conventional railway trucks" **ASME, Journal of engineering for industry**, NEW-YORK, vol. 94, n° 2, mai 1972, pp 752-762, (traduction SNCF n° 54-73).
- 13 - COOPERRIDER N.K., LAW E.H., - "A survey of railway vehicle dynamics research", **ASME, J. of dynamic systems, measurement and control**, juin 1974, pp. 132-145.
- 14 - DOYLE J. - "Hunting stability of rail vehicles with torsionally flexible wheel-sets" - **ASME, J. of engineering for industry**, febr. 1977, pp. 10-17.
- 15 - DOYLE G.R. - "Conventional versus self-steering radial trucks for high-speed passenger trains" - **ASME, J. Of dynamic systems, measurement and control**, vol. 104, décembre 1982, pp. 290-296.
- 16 - DUKKIPATI R.V., GUNTUR R.R., "Design of a longitudinal railway vehicle suspension system to ensure the stability of a wheel-set" **Int. J. of vehicle design**, vol 5, n° 4, 1984, pp. 451-465.
- 17 - ELKINS J.A., ELCKOFF, "Advances in nonlinear wheel rail prediction methods and their validation", **ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and control**, vol. 104, n° 2, june 1982.
- 18 - ELKINS J.A., ALLEN R.A., "Vérification of a transit vehicle's curving behavior and projected wheel/rail wear performance" - **J. of dynamic, measurement and control**, septembre 1982, vol. 104 - p. 247.
- 19 - FALCO F., CORAZZA G.R. - "Fondamenti teorici della marcia in curva di un carrello a ruote indipendenti" - **Ingegneria ferroviaria**, ROME, n° 5 mai 1978, pp. 449-458 (traduction SNCF n° 62-79).

- 20 - FREDERICH F. - "Possibilités inconnues et inutilisées du contact rail/roue" - **Rail International**, Novembre 1985, pp. 33-40.
- 21 - FREDERICH F. - "Spurführung in engen Gleisbögen", (traduction RATP, n° 86-126).
- 22 - FREDERICH F. - "A bogie concept for the 1990s" **Railway Gazette International**, Septembre 1988, pp. 583-585.
- 23 - FRULLINI R., CASINI C., TACCI G., "Simulation du comportement en ligne d'un véhicule à roues indépendantes, comparaison avec les résultats d'essais", **Ingegneria ferroviaria** - janvier - février 1984 (traduction RATP n° 84-307).
- 24 - GEUENICH W., GUNTHER C., LEO R. - "Fibre composite bogie has creep-controlled wheel-sets" - **Railway Gazette International**, avril 1985 pp. 279-281.
- 25 - GEUENICH W. GUNTHER C. LEO R. - "Neue Technologien für Drehgestelle" - **ZEV. Glass. Ann.** - 109 (1985), n° 2/3, februar/mařz pp. 69-77.
- 26 - GIMENEZ J.G., TARRAGE J.A., GARCIA-VADILLO E, "Wheel/rail contact/ geometrical study" - **Vehicle system dynamics**, 13 (1984), pp. 207-214.
- 27 - HANNEBRINK D.N., LEE H.S.H., WEINSTOCK H, HEDRICK J.K. - "Influence of axle load, track gage, and wheel profile on rail-vehicle hunting" - **ASME, J. of engineering for industry**, february 1977, pp. 186-195.
- 28 - HEDRICK J.K, ARSLAN A.V., - "Nonlinear analysis of rail vehicle forced lateral response and stability - **ASME, J. of dynamic systems, measurement and control**, vol. 101, september 1979, pp. 230-237.
- 29 - HEDRICK J.K., BELL C.E. - "Forced steering of rail vehicles, stability and curving mechanics" - **Vehicle system dynamics**, 10(1981), pp 357-386.
- 30 - HEUBERGER H - "Vitesse augmentée de véhicules ferroviaires grâce au train de roues à glissement contrôlé" - **Technique de roulement** - 1983 - 2/1984 - 1, pp 16-17.
- 31 - HOBBS A.E.W., PEARCE T.G. - "The lateral dynamics of the linear induction", **J. of dynamic systems, measurement and control**, june 1974, pp. 147-157.
- 32 - HORAK D., WORMLEY D.N., "Nonlinear stability and tracking of rail passenger trucks" - **ASME, J. of dynamic systems, measurement and control**, vol. 104, sept. 1982, pp 256-263.
- 33 - HORAK D., BELL C.E., HEDRICK J.K. - "A comparison of the stability and curving performance of radial and conventional rail vehicle trucks" - **J. of dynamic systems measurement and control**, sept. 1981, vol. 103, pp. 191-200.

- 34 - ILLINGWORTH R., POLLARD M. - "The use of steering axle suspension to reduce wheel and rail wear in curves", **Proc. Inst. Mech. Eng.** vol. 196, 1982, pp. 379-385.
- 35 - JOLY R. - "La station d'essais de VITRY", **La Vie du Rail**, 1967.
- 36 - MAUZIN, JOLY R. - "Etude de la suspension verticale d'un véhicule ferroviaire", **Bulletin de l'A.I.C.C.F.**, juillet 1968.
- 37 - JOLY R. - "Etude de la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire", **Revue Française de Mécanique**, 1970.
- 38 - JOLY R. TERRASE R. - "Circulation en courbe des véhicules ferroviaires à caisse inclinable", **Revue générale des chemins de fer**, 1970.
- 39 - JOLY R. - "Etude de la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire circulant à vitesse élevée sur une voie en alignement", **Le Rail International**, décembre 1971.
- 40 - JOLY R. - "Etude de la stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire à deux essieux", **Publication ORE**, janvier 1972.
- 41 - JOLY R. - "Record de vitesse à la RAN sur la nouvelle voie Agboville - Dimbokro un autorail roule à 150 km/h", **La Vie du Rail d'Outre-Mer**, mai 1974.
- 42 - JOLY R. - "Querstabilität von Drehgestellen für hohe geschwindigkeiten. Dez Einglub eines nichtlinearen moments dez Verbindung Drehgestell Fah zengkasten", **Glaser's Annalen**, februar - mähr 1978.
- 43 - JOLY R. - "160 km/h sur la voie métrique de la RAN", **La Vie du Rail d'Outre-Mer**, août-septembre 1977.
- 44 - KONATE L, JOLY R. "Stability and confort tests effected with a standard rail car set on track to the metre gauge", **Le Rail International**, octobre 1978.
- 45 - JOLY R. - RICHARD J. - "Impact of the non linear connection torque between truck and car body on the transversal stability of a railway car", **Revue ASME**, july 1980.
- 46 - JOLY R. - RAPIN P., "Comparaison des critères de stabilité et de confort des véhicules ferroviaires et des véhicules automobiles", **Revue des Ingénieurs de l'Automobile**, novembre 1982.
- 47 - JOLY R., ADIANG E.A. - "Circulation d'un véhicule ferroviaire en courbe de faible rayon", **le rail et le monde**, n° 31, octobre 1984, pp. 30.
- 48 - JOLY R. - "Stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire" - possibilités du système guidé "rail-roue", **Le Rail International**, juillet 1984.

- 49 - JOLY R. - "Circulation d'un véhicule ferroviaire en courbe de faible rayon - inscription des essieux - efforts d'interaction" - **Journal de Mécanique Théorique et appliquée**, n° 6, 1985.
- 50 - JOLY R. - "Comportement vibratoire d'un véhicule ferroviaire - Elaboration modèle mathématique permettant d'étudier le confort vertical et longitudinal dans le domaine des basses fréquences", **Le Rail International**, mars 1986.
- 51 - JOLY R. - "Circulation d'un véhicule ferroviaire en courbe de faible rayon - bogie de conception classique, bogie à essieux auto-orientés", **Le Rail International**, avril 1988.
- 52 - TUAIRE T., JOLY R., THIRANOS G. "Stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire muni d'essieux à pseudoglisement contrôlé", **Le Rail International**, avril-mai 1989.
- 53 - KALKER JJ. - "Über die Mechanik des Kontaktes Zwischen Rad und Schiene" - **ZEVS Glasers Annalen**, BERLIN, n° 7/8, juillet/août 1978, pp. 214-218 (traduction S.N.C.F. n° 5-79).
- 54 - KALKER JJ. - "The principle of virtual work and its dual for contact problems" - **Ingenieur Archiv** 56 (1986) 453-467.
- 55 - KALKER JJ. - "A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact", **vehicle system dynamics**, vol. 2 (1982), pp. 1-13.
- 56 - KALKER JJ. - "Survey of wheel-rail contact theory, **vehicle system dynamics**", vol. 5 (1979), pp. 317-358.
- 57 - KOYANAGI G. - "The dynamics of guided independently rotation wheel trucks" - **Quarterly Reports**, vol. 22, n° 1, pp. 19-25, 1981.
- 58 - KOYANAGI G. - "The stability of motion of the independently rotating wheel axle", **Quarterly Reports**, vol. 12, n° 1, 1971, pp. 29-33.
- 59 - KOYANAGI G. - "The motion of a guided railway car with independently rotating wheels" **Quarterly Reports**, vol. 14, n° 3, 1973, pp. 168-171.
- 60 - KUMAR S., PRASANNA RAO D.L., - "Wheel rail contact wear, work and lateral force of zero angle of attack" **J. of dynamic systems, measurements and control**, décembre 1984, vol. 106, pp. 319-326.
- 61 - KUNIEDA M. "Théoretical study on the side thrust of truck wheels running on curves", **Quarterly reports**, vol. 11, n° 2, 1970, pp. 105-108.
- 62 - LOVALDI V. - "Bogie ferroviaire avec essieux à roues indépendantes en rotation", **la revue des roulements**, n° 205, pp. 16-18.
- 63 - MOREAU A. - "Influence of vehicle/track interface characteristics on vehicle dynamics - SNCF experience" - **Rail engineering international**, janvier-mars 1980, pp. 26-27.

- 64 - NEWLAND D.E. - "Steering a flexible railway truck on curved track" **ASME J. of engineering for industry**, august 1969, pp. 908-918.
- 65 - NICOLIN V.J. - "Der Torsionselastische Radsatz - ein Mittel zur verbesserung des laufverhaltens von schienenfahrzeugen", - **ZEV. Glass. Ann.** 110 (1986), N 6/7, juni/juli, pp. 181-192.
- 66 - PANAGIN R. - "La tecnica delle ruote indipendenti al fine di eliminare l'instabilita laterale nei veicoli ferroviari" **Ingegneria ferroviaria**, ROME, n° 2, février 1978, pp. 143-150 (traduction SNCF n° 10-79).
- 67 - PIOTROWSKI J. - "A theory of wheel-set forces for two point contact between wheel and rail", **vehicle system dynamics**, vol II, 1982, pp. 69-87.
- 68 - POCKLINGTON A.R. - "Propulsion of trains on sharp curves", **the railway gazette**, novembre 1965.
- 69 - POLLARD M.C. - "The development of crossbraced freight bogies", **Rail International LONDRES** sept. 1979, pp. 736-758.
- 70 - SANKAR S. AHMED A.K.W., "Lateral Stability Behaviour of Railway Freight Car System with elasto-damper coupled wheelset (part 1 - wheelset mode)". **Journal of mechanisms, transmissions and automation in design**, vol 109, decembre 1987 pp. 493-499.
- 71 - SANKAR S. AHMED A.K.W. "Lateral Stability Behaviour of Railway Freight Car System with elasto-damper coupled wheelset (part 2 - truck Model)". **Journal of mechanisms, transmissions and automation in design**, vol 109, decembre 1987, pp. 500-507.
- 72 - SCALES B.T. - "Behaviour of bogies on curves", **REJ**, july 1972, pp. 19-24.
- 73 - SCHEFFEL H. - "L'influence de la suspension sur l'amortissement des vehicules sur voie ferrée", **Rail international**, mai 1980, pp. 282-317.
- 74 - SCHEFFEL H. - "Stabilisation du mouvement de galop et facilité d'inscription des véhicules ferroviaires dans les courbes" - **Rail international**, mars 1974, pp. 213-235.
- 75 - SCHEFFEL H - "Conceptions nouvelles relatives aux dispositifs de suspension des véhicules ferroviaires", **Rail international**, décembre 1974, pp. 801-817.
- 76 - SCHEFFEL H, TOURNAY H.M." The development of an optimum wheel profile for self - steering trucks under heavy axle load conditions", **ASME**.
- 77 - SWEET C.M., SIVAC J.A. - "Nonlinear wheel-set forces in flange contact", **ASME, J. of dynamic system, measurement and control**, vol. 101, septembre 1979, pp. 238-246.
- 78 - "Self-steering bogie cuts cost of maintenance", **International railway journal**, avril 1978, pp. 47-50.

- 79 - TORSTEN E. - "Steering bogie offers useful economies" - **Railway gazette international**, avril 1985, pp. 272-273.
- 80 - VERMEULEN P.J., JOHNSON K.L., "Contact of non spherical elastic bodies transmitting tangential zones", **J. of applied mechanics**, vol. 86, 1964, pp. 338-340.
- 81 - WICKENS A.H. - "General aspects of the lateral dynamics of railway vehicles", **ASME, J. of engineering for industry**, vol. 91 n° 3, 1969, pp. 869-878.
- 82 - WICKENS A.H. - "Lateral dynamics of railway vehicles", **The railway gazette**, décembre 1965.
- 83 - WICKENS A.H. - "Steering and dynamic stability of railway vehicles", - **vehicle system dynamics**, vol. 5 (1975/76), pp. 15-46.
- 84 - WICKENS A.H. - "Nonlinear dynamics of railway vehicles" **vehicle system mechanics**, 15 (1986), pp. 289-301.
- 85 - WIESSNER M. - "Betrachtungen zur Theorie der Bewegung des Eisenbahnwagens im gleis", **Die Eisenbahntechnik**, BERLIN, n° 8, août 1979, pp. 317-321, traduction S.N.C.F., n° 29-80).
- 86 - YOUNG J.A., APPARAO T.A.P.S., - Lateral dynamics of a rail transit vehicle/A comparison of experimental and theoretical results", **J. of dynamics systems, measurement and control**, mars 1981, vol. 103, pp. 39-48.

THESES - MEMOIRES

- 1 - BOUTABBA S. - Stabilité des essieux ferroviaires à géométrie de contact non linéaire - Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, PARIS VI, PARIS 1981.
- 2 - JOLY R. - Stabilité transversale et confort vibratoire - Thèse de Doctorat d'Etat, Université de PARIS VI, 1983.
- 3 - KALKER J.J. - On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction - Ph. D. dissertation, Delft University of Technologie, Delft, Netherlands (1967).

SYMPOSIUM

- 1 - COOPERRIDER N.K., QIYONG H. - "The influence of rail head geometry and cant angle variations on rail vehicle dynamics" - Proceeding of 8 th IAVSD Symposium - Massachusetts Institute of Technology 15-19, 1983, pp. 86-98.
- 2 - DUKKIPATI R.V., BAHGAT B.M., OSMAN M.O.M. - "Comparative performance analysis of conventional and damper coupled wheel-sets", presented at the ASME winter annual meeting, Phoenix, Arizona, novembre 17-18, 1984, ASME Paper n° 82, WA/RT-13.

- 3 - ELKINS J.A., HEDRICK J.K., SHEN Z.Y. - "A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis" - Proceeding of 8 th IAVSD - Symposium, Massachusetts Institute - Cambridge MA, august 15-19, 1983, pp. 591-605.
- 4 - ELKINS J.A., GOSTLING R.J. - "A general quasi-static curving theory for railway vehicles" - Proceedings 5 th vsd 2 nd IVTAM Symposium, Vienna, septembre 1977.
- 5 - ELKINS J.A., WILSON N.G., "Train resistance measurements using a roller rig", proceeding of 9 th IAVSD Symposium held at Linköping University, Sweden, june 24-28, 1985, pp. 86-99.
- 6 - ELKINS J.A. - "The effect of a restraining rail on the curving behavior of a transit vehicle", proceeding of 8 th IAVSD symposium, Massachusetts institute of technology, Cambridge, MA, august 15-19, 1983.
- 7 - FRIES R.H., DAVILA C.G. - "Analytical methods for wheel and rail wear prediction" - Proceeding of 9 th IAVSD symposium held at Linköping University, Sweden, june 24-28, 1985, pp. 112.
- 8 - FUJIOKA T., IGUCHI M. - "Design strategy for wheel and rail profiles in order to decrease the wear of wheels and rail", proceeding of 9 th IAVSD Symposium held at Linköping University, Sweden, june 24-28, 1985, pp. 139-151.
- 9 - GEUENICH W., GUENTHER C., LEO R. - "Dynamics of fiber composite bogies with creep-controlled wheelsets" - Proceeding of 8 th IAVSD Symposium, Massachusetts Institute of technology, Cambridge, MA, august 15-19, 1983, pp. 225-238.
- 10 - GASCH R., MOELLE D., KNOTHE K., "The effect of non linearities on the limit cycles of railway vehicles" - Proceeding of 8 th IAVSD, Symposium, Massachusetts Institute of technology, Cambridge, MA, august 15-19, 1983, pp. 207-224.
- 11 - GOTZ G., DREHER G., JOBST F., MAUER L., MEINKE P., MIELGAREK A., NESTMEIER J. and ORLEY H. - "Acting hunting control of a wheel/rail vehicle demonstrated up to 530 km/h on the German roller test rig" - Proceeding of 8 th IAVSD Symposium, Massachusetts Institute of technology, Cambridge, MA august 15-19, 1983, pp. 116-130.
- 12 - JASCHINSKI A., DUFFEK W. - "Evaluation of bogie models with respect to dynamic curving performance of rail vehicles" - Proceeding of 8 th IAVSD Symposium, Massachusetts Institue of technology, Cambridge, MA, august 15-19, 1983, pp. 266-279.
- 13 - PATER A.D. "on the reciprocal presure between two bodies. Proceeding Symposium Rolling Contact phenomena, Ed. J.B. Bidwell Elsevier 1962.
- 14 - PEARCE T.G., ROSE K.A. - "Tangential force-creepage relationships in theory and practice", Symposium - Vancouver Bristish Columbia, july 6-9, 1982, pp. 183-194.

- 15 - SCHEFFEL H., TOURNAY H.M. - "An analysis of steady state deviations from the pure rolling position caused by curved track and bogie inaccuracies", - Proceeding of 8 th IAVSD Symposium Massachusetts Institute of technology, Cambridge, MA, august 15-19, 1983, pp. 534-547.
- 16 - ZHANG D.X., - "Effect of tractive effort on the steering ability of powered railway vehicles", Proceeding of 9 th IAVSD Symposium held at Linköping University, Sweden, june 24-28, 1985, pp. 621-634.

RAPPORTS

- 1 - BOOCOCH D. - "A simplified linear analysis of the steady-state motion of conventional and cross-braced bogie vehicles and four wheel-sets on curved track", British railways projects group - technical note DYN 89, avril 1968.
- 2 - BRITISH RAIL, RESEARCH AND DEVELOPMENT DIVISION - Cross-bracing technology for improved bogie performance - Derby 1978, document interne.
- 3 - COOPERRIDER N., HULL R. - "The influence of non linear wheel/rail contact geometry on the stability of rail vehicles" - Rapport - Arizona state University, 1976 (traduction SNCF n° 1976 - BT/205).
- 4 - HOBBS A.E.W. "A survey of creep" - B.R. Research Report DYN/52, 1967.
- 5 - JOLY R - "METRO-VAL-EXPORT/confort vibratoire - confort vertical - confort transversal en courbe - document interne ALSTHOM 1987.
- 6 - JOLY R - "Circulation à la vitesse de 350 km/h sur la voie PARIS-SUD-EST - Cas du TGV - Confort transversal en courbe - sécurité contre le déraillement" - Document interne ALSTHOM 1988.
- 7 - PATER A.D. - Document ORE UTRECHT 1963, exposé de la théorie de l'interaction entre la voie et le véhicule du chemin de fer, mouvement sur une voie en alignement droit.

